الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

مسابقة على أساس الاختبارات للالتحاق برتبة: أستاذ التعليم الثانوي بعنوان 2016

اختبار في: الاختصاص (الرياضيات) المدة: 03 ساعات

التمرين الأول: (03 نقاط)

1) المتتالية الحسابية (u_n) معرّفة بحدها الأول u_0 و بأساسها غير المعدوم r حيث: $u_4 = 1$

عيّن u_0 و r علما أنّ : $\frac{1}{u_1 \times u_2} + \frac{1}{u_2 \times u_3} = 2$

2) عيّن (بطريقتين مختلفتين) الأساس r' والحد الأول v_0 للمتتالية الحسابية (v_n)، علما أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{1}{3}\left(2n^2 - 11n - 13\right)$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر، في المستوي المنسوب إلى المعلم المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، القطع المكافئ (P) ذا المعادلة: $y = -x^2 + 1$.

ولتكن $M\left(x_0;y_0\right)$ نقطة من (P) حيث : $x_0 > 0$ و $y_0 > 0$.

المماس للمنحني (P) في النقطة M يقطع محور الفواصل في نقطة A ويقطع محور التراتيب في نقطة B .

عيّن إحداثيتي النقطة M بحيث تكون مساحة المثلث OAB أصغر ما يمكن.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x ، يكون: $\cos^3(x) = \frac{1}{4}\left[\cos(3x) + 3\cos(x)\right]$

2) استنتج قيمة العدد الحقيقي L حيث: $L = \cos^3(\frac{\pi}{12}) + \cos^3(\frac{5\pi}{12}) + \cos^3(\frac{7\pi}{12}) + \cos^3(\frac{11\pi}{12})$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $(1+iz)^n = (1-iz)^n$؛

n عدد طبيعي $(n \geq 2)$.

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد مركب z حل للمعادلة (E) فإن $|1+iz| = |1-iz|$.

ب) استنتج أنّه إذا كان z حلا للمعادلة (E) فإن z حقيقي .

2) نذكر أنه من أجل كل عدد حقيقي z يوجد عدد حقيقي وحيد φ من $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بحيث $z = Tan\varphi$

عبّر بدلالة $e^{i\varphi}$ عن العدد المركب $\frac{1+iz}{1-iz}$.

3) بيّن أن z حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان φ حلا للمعادلة: $e^{in\varphi} = 1$ حيث $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$

$z = x + iy$

التمرين الخامس: (04 نقاط)

x و y عددان طبيعيان غير معدومين حيث: $x < y$.

1) عيّن كل الثنائيات المرتبة $(x;y)$ حيث : $xy - 4y + 3x - 2027 = 0$.

2) جد كل المستطيلات ذات البعدين $x - 4$ و $y + 3$ و التي مساحتها 2015.