الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

مسابقة الالتحاق برتبة أستاذ رئيسي للتعليم المتوسط — دورة: 2013

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات

التمرين الأول: (03 نقاط)

حل في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ الجملة:

$$\begin{cases} x \equiv 2\,[88] \\ x \equiv 1\,[27] \end{cases}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

x ، y و z أعداد طبيعية حيث: $1 < y < z < x$

1) أثبت أنه إذا كان: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ فإن : $(2x-3)(2y-3) = 9$.

2) إذا كان: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ ....$(*)$

أ) عيّن قيم x و y التي تحقق $(*)$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية x ، y و z التي تكون من أجلها: $\frac{1}{x}$ ، $\frac{1}{z}$ و $\frac{1}{y}$ حدودا متعاقبة من متتالية حسابية.

جـ) إذا علمت أن $\frac{\pi}{x}$ ، $\frac{\pi}{z}$ و $\frac{\pi}{y}$ زوايا الرؤوس A ، B و C على الترتيب في المثلث ABC . ما هو نوع المثلث ABC ؟

التمرين الثالث: (06 نقاط)

المستوي (π) منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$. التحويل النقطي t يرفق بكل نقطة $(x;y)$ M النقطة $(x';y')$ M' حيث :

$$\begin{cases} x' = x + 2y - 2 \\ y' = -y + 2 \end{cases}$$

1) بيّن أنّ لكل نقطة صورة $(x';y')$ M' سابقة وحيدة $(x;y)$ M بالتحويل t.

2) بيّن أنّ الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ له منحى ثابت يطلب تعيينه.

3) بيّن أنّ منتصف القطعة $[MM']$ ينتمي إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y=1$

4) عيّن مجموعة النقط الصامدة بالتحويل t.

5) استنتج طبيعة التحويل t.

6) (p) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي (π) التي إحداثيتاها x و y تحقق المعادلة: $y^2+2x-1=0$. بين أن (p) صامدة إجماليا بالتحويل t.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$.

2. بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} Ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=0$ ثم استنتج نهاية الدالة f عند $(+\infty)$.

3. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5. اكتب معادلة لـــ (T)؛ المماس للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0.

6. بيّن أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2}<\alpha<0$

7. مثّل بيانيا المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

8. أ) بيّن أنّ الدالة المعرفة بالشكل: $x\mapsto(x+a)\ln(x+a)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+a)$ على المجال $]-a;+\infty[$ حيث a عدد حقيقي كيفي.

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـــ: (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=0$ ، $x=1$ ، $y=x+1$

9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=\frac{3}{2}x+m$.