

# مركز نظري مختصر

03

الميكانيك و الطاقة

العمل و الطاقة الحركية الدورانية

الشعب : علوم تجريبية  
رياضيات ، تقني رياضي

\*\*\*\*\*

[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)

تاريخ آخر تحديث : 2013/03/22

## ● الفاصلة الزاوية و السرعة الزاوية (تعريف) :

- نعتبر جسم نقطي (أبعاده مهملة) ينتقل على مسار دائري نصف قطره R و مركزه O ماراً بالمواضع  $M_1$  ،  $M_2$  ، ..... عند اللحظات  $t_1$  ،  $t_2$  ، ..... (الشكل-1)

- الفاصلة المنحنية التي نرمز لها بـ s و تقدر بالمتر (m) هي المسافة المنحنية (على المحيط) بين الموضع  $M_i$  و موضع  $M_0$  نعتبره مبدأ للفواصل المنحنية .

- الفاصلة الزاوية التي نرمز لها بـ  $\theta$  و تقدر بالراديان (rad) هي الزاوية التي يصنعها نصف القطر ( $OM_i$ ) المار من الموضع  $M_i$  و نصف القطر ( $OM_0$ ) المار من O و الذي يعتبر مبدأ للفواصل الزاوية .

- يعبر عن الفاصلة الزاوية  $\theta$  بدلالة الفاصلة المنحنية s بالعلاقة :

$$\theta = \frac{s}{R} \leftrightarrow s = R \theta$$

- السرعة الخطية المتوسطة التي نرمز لها بـ  $v_m$  و وحدتها المتر/الثانية (m/s) بين لحظتين  $t_1$  ،  $t_2$  هي حاصل قسمة المسافة الخطية المقطوعة بين هاتين اللحظتين على المدة الزمنية  $\Delta t$  الموافقة أي :

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

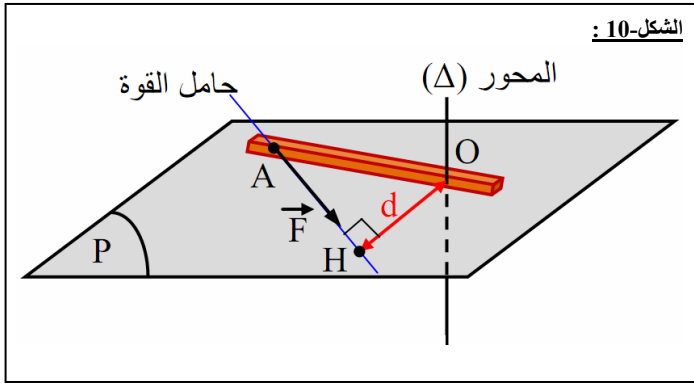
- السرعة الزاوية المتوسطة التي نرمز لها بـ  $\omega_m$  و وحدتها الراديان/الثانية (rad/s) بين لحظتين  $t_1$  ،  $t_2$  هي حاصل قسمة الزاوية المسوحة بين هاتين اللحظتين على المدة الزمنية  $\Delta t$  الموافقة أي :

$$\omega_m = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

- السرعة الخطية اللحظية التي يرمز لها بـ  $v$  و وحدتها المتر/الثانية (m/s) هي سرعة المتحرك الخطية عند لحظة ما .
- السرعة الزاوية اللحظية التي يرمز لها بـ  $\omega$  و وحدتها الراديان/الثانية (rad/s) هي السرعة الزاوية للمتحرك عند لحظة ما .
- يعبر عن السرعة الزاوية اللحظية  $\omega$  بدلالة السرعة الخطية اللحظية  $v$  بالعلاقة :

$$\omega = \frac{v}{R} \leftrightarrow v = R \omega$$

### ● عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت :



- عزم القوة  $\vec{F}$  بالنسبة لمحور دوران  $\Delta$  و الذي يرمز له بـ  $M_{\Delta}(\vec{F})$  و وحدته النيوتن في المتر (N.m) هو مقدار جبري يعبر عن شدة الفعل الدوراني لجسم ، حيث كلما كان مقدار العزم أكبر كان أثر الفعل الدوراني أكبر .
- يحسب عزم قوة  $\vec{F}$  بالنسبة لمحور دوران  $\Delta$  ، بجاء شدة هذه القوة في الذراع  $d$  الذي يمثل البعد العمودي بين حامل هذه القوة و محور الدوران  $\Delta$  (الشكل-10) .

- بعد اختيار اتجاه موجب للدوران يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة  $\vec{F}$  تدير الجسم في الإتجاه الموجب و نكتب في هذه الحالة :

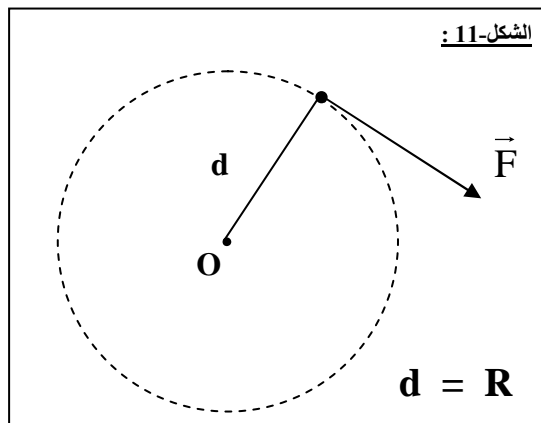
$$M_{\vec{F}/\Delta} = + F.d$$

- و يكون سالبا إذا كانت القوة  $\vec{F}$  تدير الجسم في الاتجاه السالب و نكتب في هذه الحالة :

$$M_{\vec{F}/\Delta} = - F.d$$

### حالة خاصة :

- إذا كانت القوة مماسية للمسار يكون الذراع  $d$  مساوي لنصف القطر  $R$  (  $d = R$  ) (الشكل-11) .



ملاحظة :

عندما يخضع جسم قابل للدوران حول محور ثابت إلى قوتين متعاكستين (وفق جهة الدوران) فإن الجسم لا يتحرك في جهة الشدة الأكبر وإنما يتحرك في جهة القوة ذات العزم الأكبر ، و بالمثل إذا كان الجسم يخضع إلى عدة قوى (منها في الجهة الموجبة و الآخر في الجهة السالبة) فالجسم يتحرك في الجهة التي يكون فيها مجموع العزوم أكبر .

**● عزم المزدوجة :**

- تدعى جملة قوتين  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$  محصلتهما معدومة و ليس لهما نفس الحامل بالمزدوجة ، كمثال على ذلك نذكر المزدوجة التي تؤثر بها يدي السائق على مقود السيارة (الشكل-12) :

- يرجع حساب عزم مزدوجة قوتين  $(\vec{F}_2, \vec{F}_1)$  حيث  $F_1 = F_2 = F$  تؤثر على جسم صلب يدور حول محور  $\Delta$  إلى حساب المجموع الجبري لعزمي القوتين أي إذا رمزنا لعزم المزدوجة بـ  $M$  يكون :

$$M = \pm Fd$$

$d$  : ذراع المزدوجة يقدر بالمتر و مساوي للبعد بين حامي القوتين المشكلتين للمزدوجة .

ملاحظة :

من خلال عبارة المزدوجة المتحصل عليها نلاحظ أن عزم المزدوجة لا يتعلق بموضع هذا المحور ، و إنما يتعلق فقط بالبعد بين حامي هاتين القوتين ، و بالتالي عندما نتكلم عن عزم المزدوجة لا داعي لذكر محور الدوران خلافاً عن عزم القوة التي يجب دائماً ذكر المحور الذي يحسب بالنسبة إليه العزم .

**● عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور ثابت :**

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور  $\Delta$  مقاومة للأثر الدوراني للقوى المطبقة عليها ندعوها العطالة الدورانية ، تتعلق هذه العطالة في الأجسام الصلبة بكتلة و شكل الجسم .

- تقاس العطالة الدورانية لجسم صلب يتحرك بالنسبة لمحور  $\Delta$  ثابت بمقدار فيزيائي يدعى عزم عطالة الجسم بالنسبة لمحور الدوران  $\Delta$  .

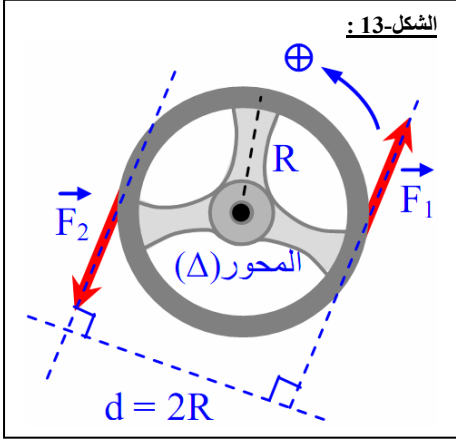
- يعرف عزم العطالة  $J_{/\Delta}$  بالنسبة لمحور  $\Delta$  لجسم نقطي  $m$  و يبعد مسافة  $d$  عن هذا المحور بالعبارة التالية :

$$J_{/\Delta} = m d^2$$

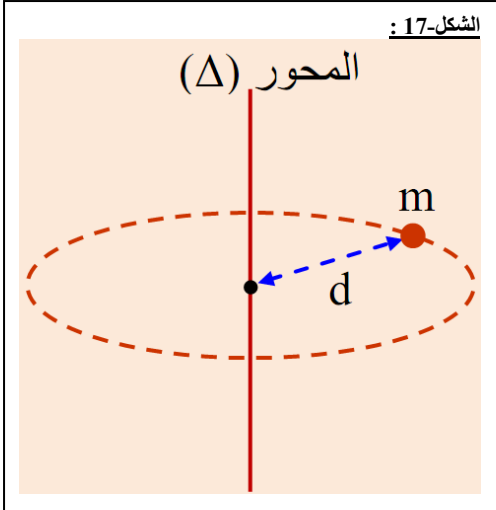
- وحدة عزم العطالة في النظام الدولي هي  $kg m^2$  .

- يحسب عزم عطالة جملة نقاط مادية كتلة كل نقطة  $m_1, m_2, m_3, \dots$  تبعد كل منها عن محور الدوران على التوالي مسافة  $d_1, d_2, d_3, \dots$  (الشكل-62/25) بجمع عزوم عطالة كل نقطة بالنسبة لنفس المحور :

$$J_{/\Delta} = \sum m_i d_i^2$$

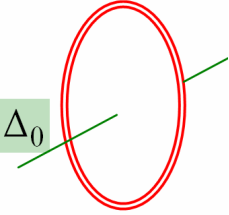
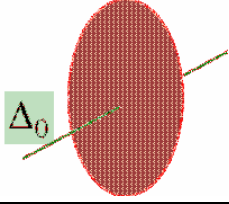
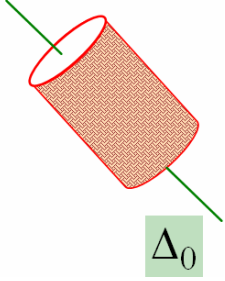
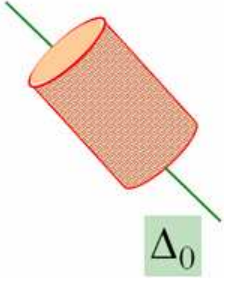
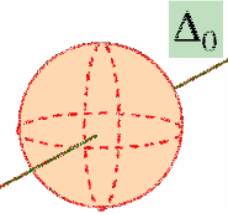
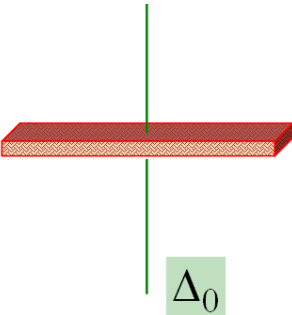


الشكل-13 :



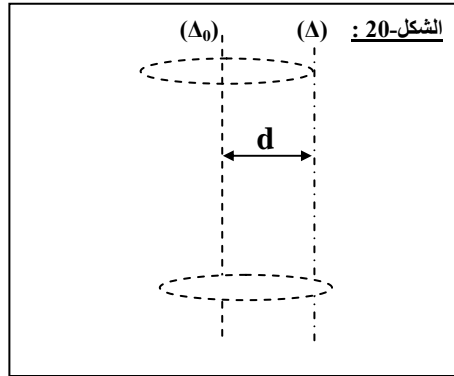
الشكل-17 :

## ● عزوم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتجانسة :

الشكل	عبارة عزم العطالة	الجسم
	$j_{\Delta_0} = MR^2$	عزم عطالة حلقة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ₀ المار من مركزها
	$j_{\Delta_0} = \frac{1}{2} MR^2$	عزم عطالة قرص كتلته M و نصف قطره R بالنسبة لمحوره Δ₀ المار من مركزه
	$j_{\Delta_0} = MR^2$	عزم عطالة اسطوانة مجوفة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ₀ المار من مركزها
	$j_{\Delta_0} = \frac{1}{2} MR^2$	عزم عطالة اسطوانة مملوءة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ₀ المار من مركزها و الموازي لها
	$j_{\Delta_0} = \frac{2}{5} MR^2$	عزم عطالة كرة مملوءة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ₀ المار من مركزها
	$j_{\Delta_0} = \frac{1}{12} ML^2$	عزم عطالة ساق كتلتها M و طولها L بالنسبة لمحورها Δ₀ المار من منتصفها و عمودي عليها

● نظرية هيوغنز :

- لحساب عزم عطالة جسم صلب كتلته  $m$  يدور حول محور  $\Delta$  غير منطبق على محوره  $\Delta_0$  (الشكل-20) ، نستعين بنظرية هيوجنز .



- تنص نظرية هيوغنز على ما يلي :

" عزم عطالة جسم صلب بالنسبة للمحور  $\Delta$  غير منطبق على محور الجسم  $\Delta_0$  مساوي لعزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لمحوره  $\Delta_0$  مضاف إليه جداء كتلة هذا الجسم في مربع البعد بين محور الجسم  $\Delta_0$  و محور الدوران  $\Delta$  " أي :

$$J_{/\Delta} = J_{/\Delta_0} + m d^2$$

● ملاحظة :

- عزم عطالة جملة ميكانيكية تتكون من عدة أجسام صلبة بالنسبة لمحور  $(\Delta)$  مساوي لمجموع عزوم عطالة هذه الأجسام بالنسبة لنفس المحور  $\Delta$  .

● توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت :

- حسب مبدأ العطالة يتوازن جسم صلب خاضع إلى قوى خارجية إذا كان المجموع الشعاعي لهذه القوى معدوم أي :

$$\sum F_{\text{ext}} = \vec{0}$$

- يتوازن جسم صلب قابل للدوران حول محور  $\Delta$  ثابت و خاضع إلى تأثير قوى خارجية عندما يكون المجموع الجبري لعزوم هذه القوى معدوم أي :

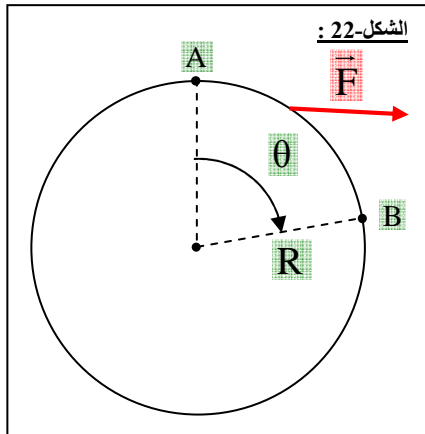
$$\sum M_{/\Delta}(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$$

● عمل قوة ثابتة في مسار دائري :

عمل قوة  $\vec{F}$  ثابتة أثناء الانتقال على مسار دائري نصف قطره  $R$  من موضع  $A$  إلى موضع  $B$  يعبر عنه بالعلاقة :

$$W_{AB}(\vec{F}) = M_{/\Delta}(\vec{F}) \cdot \theta$$

حيث :  $M_{/\Delta}$  عزم القوة  $\vec{F}$  مقدر بالنيوتن في المتر (N.m) ،  $\theta$  الزاوية الممسوحة أثناء الانتقال من الموضع  $A$  إلى الموضع  $B$  و التي تقدر بالراديان . (rad)



الشكل-22 :

ملاحظة :

يمكن أيضا تطبيق نفس عبارة العمل السابقة في حالة المزدوجة حيث يعبر عن عمل هذه الأخيرة بالعبارة التالية :

$$W = M \theta$$

حيث :  $W$  عمل المزدوجة تقدر بالجول (J) ،  $M$  عزم المزدوجة تقدر بالنيوتن في المتر (N.m) ،  $\theta$  الزاوية الممسوحة تقدر بالراديان .

### ● عبارة الطاقة الحركية الدورانية :

الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت  $\Delta$  هو جداء عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في مربع السرعة الزاوية ( السرعة الدورانية ) لهذا الجسم :

$$E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

ملاحظة :

إذا كان للجسم الصلب (S) حركة انسحابية و دورانية في آن واحد كتدحرج كرة على مستوي مائل تساوي الطاقة الحركية لهذا الجسم لمجموع طاقتيه الحركية الانسحابية و الدورانية أي :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

- الطاقة الحركية لجملة تتكون من عدة أجسام ( $S_1$ ) ، ( $S_2$ ) ..... مساوية لمجموع الطاقات الحركية لهذه الأجسام أي :

$$E_C = E_C(S_1) + E_C(S_2) + \dots\dots$$

**\*\* الأستاذ : فرقاني فارس \*\***

ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم

الخروب - قسنطينة

Fares\_Fergani@yahoo.fr

Tel : 0771998109

نرجو إبلاغنا عن طريق البريد الإلكتروني بأي خلل في الدروس أو التمارين و حلولها .  
وشكرا مسبقا

لتحميل نسخة من هذه الوثيقة و للمزيد . أدخل موقع الأستاذ ذو العنوان التالي :

[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)