سلسلة دروس و تمارين في مادة العلوم الفيزيائية- ثانية ثانوي

إعداد الأستاذ : فرقاني فارس

عرض نظري مفصل

03

الميكانيك و الطاقة

العمل و الطاقة الحركية الدورانية

الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

****

www.sites.google.com/site/faresfergani

تاريخ آخر تحديث : 2013/03/22

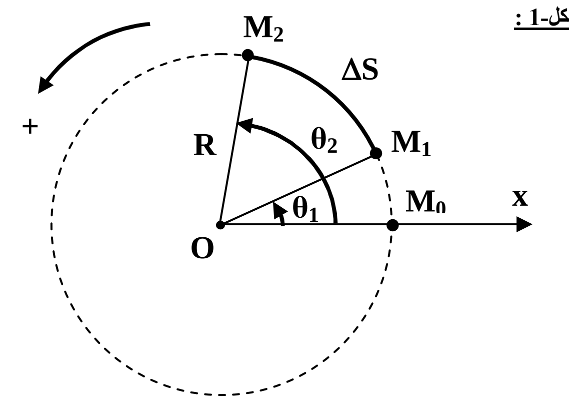
1- الفاصلة الزاوية و السرعة الزاوية (تعاريف) :

- نعتبر جسم نقطي (أبعاده مهملة) ينتقل على مسار دائري نصف قطره R و مركزه O مارًا بالمواضع M_1 ، M_2 ، ..... عند اللحظات t_1 ، t_2 ، ...... (الشكل-1)

- الفاصلة المنحنية التي نرمز لها بـ s و تقدر بالمتر (m) هي المسافة المنحنية (على المحيط) بين الموضع M_i و موضع M_0 نعتبره مبدأ للفواصل المنحنية .

- الفاصلة الزاوية التي نرمز لها بـ θ و تقدر بالراديان (rad) هي الزاوية التي يصنعها نصف القطر (OM_i) المار من الموضع M_i مع نصف القطر (OM_0) المار من O و الذي يعتبر مبدأ للفواصل الزاوية .

الشكل-1 :



- يعبر عن الفاصلة الزاوية θ بدلالة الفاصلة المنحنية s بالعلاقة :

$$\theta = \frac{s}{R} \leftrightarrow s = R\,\theta$$

- السرعة الخطية المتوسطة التي نرمز لها بـ v_m و وحدتها المتر/الثانية (m/s) بين لحظتين t_1 ، t_2 هي حاصل قسمة المسافة الخطية المقطوعة بين هاتين اللحظتين على المدة الزمنية Δt الموافقة أي :

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

- السرعة الزاوية المتوسطة التي نرمز لها بـ ω_m و وحدتها الراديان/الثانية (rad/s) بين لحظتين t_1 ، t_2 هي حاصل قسمة الزاوية الممسوحة بين هاتين اللحظتين على المدة الزمنية Δt الموافقة أي :

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

- السرعة الخطية اللحظية التي يرمز لها بـ v و وحدتها المتر/الثانية (m/s) هي سرعة المتحرك الخطية عند لحظة ما .
- السرعة الزاوية اللحظية التي يرمز لها بـ ω و وحدتها الراديان/الثانية (rad/s) هي السرعة الزاوية للمتحرك عند لحظة ما .
- يعبر عن السرعة الزاوية اللحظية ω بدلالة السرعة الخطية اللحظية v بالعلاقة :

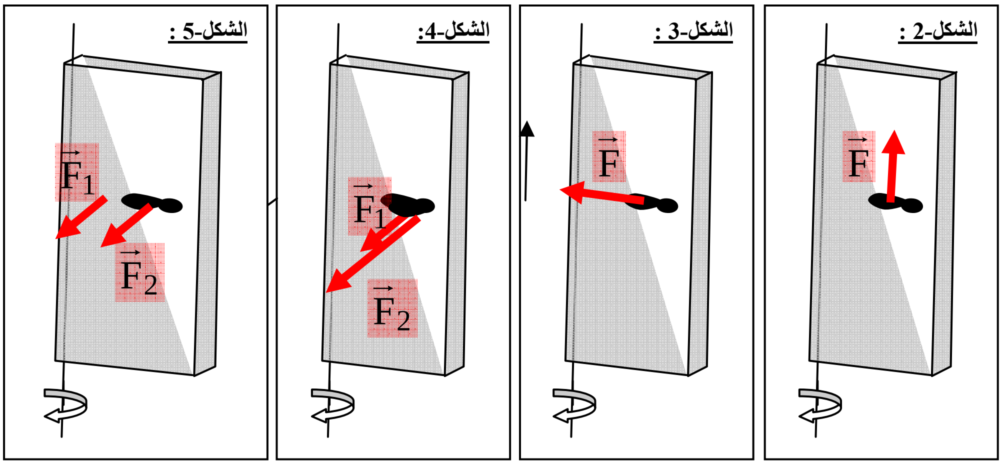
$$\boxed{\omega = \frac{v}{R} \leftrightarrow v = R\,\omega}$$

2- عزم قوة بالنسبة لمحور دوران ثابت :

أ- مفهوم العزم :

نشاط :

نعلم أن الأبواب تدور حول محور ثابت نعتبره Δ يمر من مفاصلها .



1- أمسك بابا من مقبضه و طبق عليه قوة $\vec{F}$ نحو الأعلى بحيث يكون حامل هذه القوة موازيا لمحور دوران الباب (الشكل-2) . هل يدور الباب ؟

2- غير الآن اتجاه القوة $\vec{F}$ بحيث يقطع حاملها محور دوران هذا الباب (أي موازية للباب) (الشكل-3) . هل يدور الباب في هذه الحالة .

3- في رأيك كيف يجب أن تكون عليه القوة $\vec{F}$ حتى يكون لها فعل على دوران الباب (فتحه أو غلقه) .

4- أمسك الباب مرة ثانية من مقبضه و طبق عليه قوة $\vec{F}$ ذات شدات مختلفة و تكون عمودية على الباب (الشكل-4) . ماذا يمكن قوله عن سهولة دوران الباب ؟

5- طبق في نفس الظروف على الباب من مقبضه بقوة عمودية على مستوى الباب ثم بقوة أخرى عمودية على الباب و مساوية للقوة الأولى في الشدة و مارة من نقطة قريبة من محور الدوران (الشكل-5) . ماذا يمكن قوله عن سهولة دوران الباب ؟

6- إذا قلنا أن للقوة عزم أكبر عندما يكون لهذه القوة أثر أكبر على دوران الباب . بماذا يتعلق هذا العزم ؟

تحليل النشاط :

1- عندما نمسك بابا من مقبضه و نطبق عليه قوة نحو الأعلى بحيث يكون حامل القوة موازيا لمحور دوران الباب ، الباب لا يدور .

2- عندما نغير اتجاه القوة بحيث يقطع حاملها محور دوران هذا الباب ، الباب كذلك لا يدور .
3- حتى يكون للقوة فعل على دوران الباب (فتحه أو غلقه) يجب التأثير عليه بقوة حاملها لا يوازي محور الدوران و لا يمر منه .
4- عندما نمسك الباب و نطبق على مقبضه قوة $\vec{F}$ ذات شدات مختلفة بحيث لا يقطع حامل هذه القوة محور دوران الباب و لا تكون موازية له (الشكل-6) ، يكون دوران الباب أسهل كلما كانت شدة القوة أكبر .
5- عندما نطبق قوة عمودية على مستوى الباب مرة على مقبضه و مرة في نقطة قريبة من محور دورانه ، نلاحظ أن دوران الباب يكون أسهل عندما تكون القوة مارة من مقبض الباب و عمودية على مستواه ، نستنتج من ذلك أن دوران الباب يكون أسهل كلما كانت نقطة تأثير القوة أبعد عن محور الدوران .
6- إذا قلنا أن للقوة عزم عندما يكون لهذه القوة أثر أكبر على دوران الجسم ، يتعلق هذا العزم إذن بشدة هذه القوة و بعد نقطة تأثيرها عن محور دوران هذا الجسم .

نتيجة :

- حتى يكون لقوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت Δ أثر دوراني على حركته يجب أن لا تكون هذه القوة موازية لمحور الدوران و لا مارة منه .
- يتعلق عزم قوة بالنسبة لمحور الدوران بشدة هذه القوة و بعد نقطة تأثيرها عن محور الدوران .

تعريف :

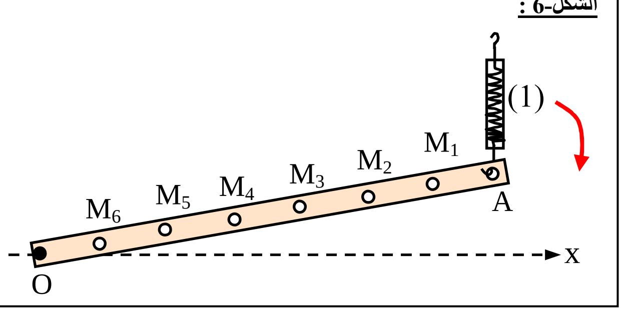
عزم القوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور دوران Δ و الذي يرمز له بـ $M_{/\Delta}(\vec{F})$ و وحدته النيوتن في المتر (N .m) هو مقدار جبري يعبر عن شدة الفعل الدوراني لجسم ، حيث كلما كان مقدار العزم أكبر كان أثر الفعل الدوراني أكبر .

ب- عبارة عزم قوة بالنسبة لمحور Δ :

نشاط :

نحقق التركيب الموضح (الشكل-6) و المتكون من ساق خشبية قابلة للدوران حول النقطة O بها ثقوب و مهملة الكتلة معلقة من النقطة B بواسطة نابض (1) .

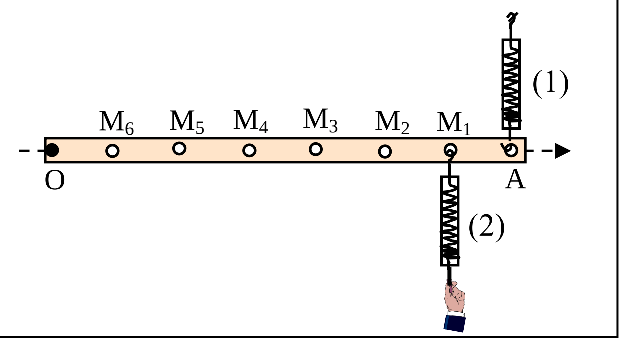
الشكل-6 :



الجزء (أ) :

نعلق ربيعة ثانية في النقطة M_1 ثم نسحب باليد حتى تصبح الساق منطبقة مع المحور الأفقي (ox) الذي نختاره وضعا مرجعيا (الشكل -7) . تصبحان الربيعتان في هذه الحالة شاقوليتان .

الشكل-7 :



نسجل قيمة القوة المطبقة التي تشير إليها كل من الربيعتين F_2 , F_1 ، ثم نعيد التجربة بتعليق الربيعة الثانية في المواضع M_2 ، M_3 ، M_4 ... و نسجل في كل مرة شدة القوة F_{2i} التي من أجلها تكون الساق أفقية . الجدول التالي يبين النتائج المتحصل عليها .

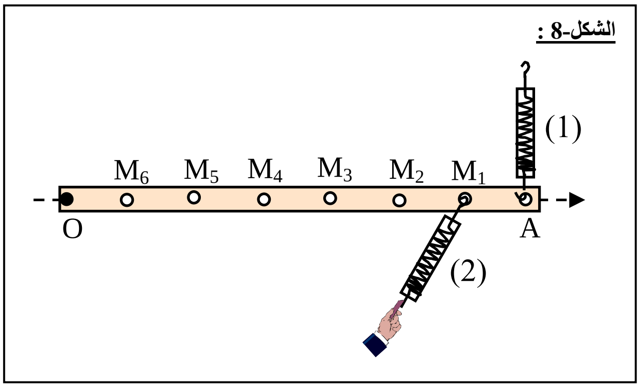
$F_1(N)$	$OA(m)$	$F_1.OA(Nm)$
5	0,5	**2,500**

$F_{2i}(N)$	$OM_i(m)$	$F_{2i}.OM_i(Nm)$
6,25	0,4	**2,500**
8,33	0,3	**2,499**
12,5	0,2	**2,500**

1- قارن قيم جداء شدة القوة F_{2i} المطبقة من طرف الربيعة الثانية على المسطرة في البعد OM_i ، ماذا تلاحظ ؟
2- قارن هذه القيمة مع الجداء $(F_1.OA)$ المتعلق بالربيعة الأولى .
3- ما هو أثر القوة المطبقة من طرف الربيعة الأول على المسطرة ؟
4- ما هو أثر القوة المطبقة من طرف الربيعة الثانية على المسطرة ؟
5- ماذا تستنتج ؟

<u>الجزء (ب) :</u>

نميل الربيعة الثانية بحيث يصنع منحاها زاوية ($\alpha = 30^0$) مع المسطرة ثم نسحبها حتى ترجع المسطرة إلى الوضع الأفقي المحدد (الشكل -8).



1- ما هي شدة القوة التي تطبقها الربيعة الثانية في هذه الحالة ؟
2- أحسب الجداء $(F_2.OM_1)$ و قارنه مع $(F_1.OA)$. ماذا تلاحظ ؟
3- أرسم القوة المطبقة من طرف الربيعة (2) ثم حللها إلى مركبتين (أفقية و شاقولية). بماذا تتميز كل مركبة ؟
4- أي المركبتان لها أثر تدويري؟ قارن قيمتها مع القيمة F_2 في الحالة السابقة.
5- أحسب الجداء $(F_2.d)$ حيث $d = OH$ و H هو المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة F_2 (الشكل-13) ، ماذا تلاحظ ؟ و ماذا تستنتج ؟

<u>تحليل النشاط :</u>

1- نلاحظ أن الجداء $(F_{2i}.OM_i)$ يبقى تقريبا ثابتا في جميع الحالات .
2- الجداء $(F_{2i}.OM_i)$ يساوي الجداء $(F_1.OA)$.

3- الربيعة (1) تدير المسطرة في الاتجاه المعاكس للاتجاه الموجب.
4- الربيعة (2) تدير المسطرة في نفس الاتجاه الموجب
5- نستنتج أن المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على المسطرة معدوم عند التوازن.

الجزء (ب) :

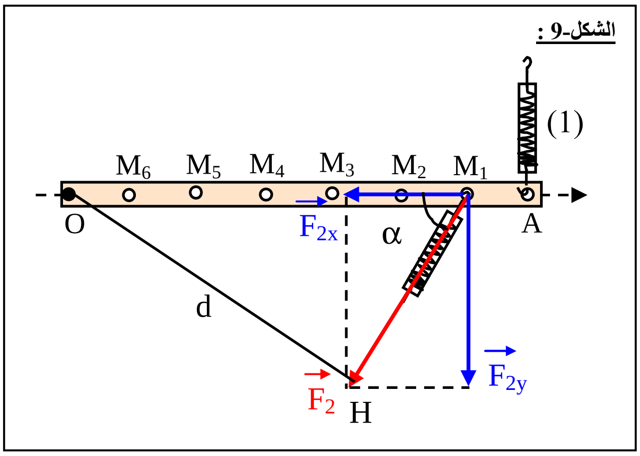
1- نلاحظ أن شدة القوة التي تطبقها الربيعة (2) في هذه الحالة تتضاعف ، حيث تصبح قيمتها $F_2 = 12.5\ N$.

2- حساب الجداء $(F_2.OM_1)$ و مقارنته مع الجداء $(F_1.OA)$:

$$F_2.OM_1 = 12,5 \times 0,4 = 5Nm$$

نلاحظ ان الجداء $(F_2.OM_1) < (F_1.OA)$ بخلاف ما كان عليه سابقا.

3- تحليل القوة المطبقة من طرف الربيعة (2):



الشكل-9 :

4- المركبة F_{2x} ليس لها أثر دوراني لأن حاملها يمر من محور الدوران ، بينما المركبة F_{2y} لها أثر دوراني على المسطرة ، كما نلاحظ أن : شدة مركبة القوة $\vec{F}_2$ على المحور oy هي نفسها قيمة F_2 في الحالة السابقة (قبل ميلان الربيعة) .

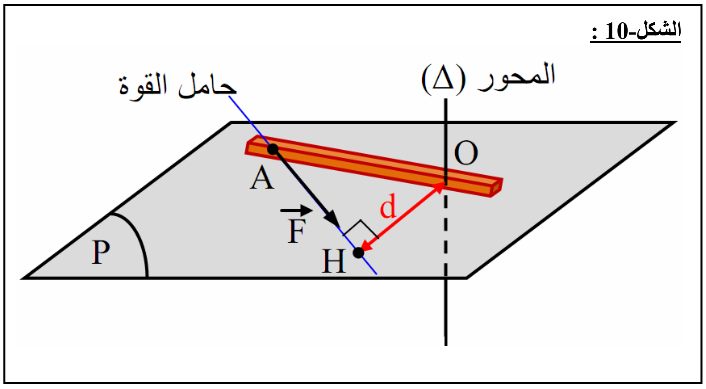
5- حساب الجداء $(F_2.d)$:

$$d = OM_1 \sin\alpha = 0.4\ .\ 0.5 = 0.2\ m$$
$$F_2.\ d = 12.5\ .\ 0.2 = 2.5\ N.m$$

نلاحظ أن : $F_2.d = F_1.OM_1$

و بأخذ شرط التوازن المذكور في النشاط السابق بعين الاعتبار يمكن أن نستنتج أن عبارة عزم القوة الذي تدير المسطرة يعبر عنه بالعلاقة : $F.d$ حيث d هو البعد العمودي بين حامل القوة و محور الدوران .

نتيجة:



الشكل-10 :

- عزم القوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور دوران Δ و الذي يرمز له بـ $M_{/\Delta}(\vec{F})$ و وحدته النيوتن في المتر $(N\ .m)$ هو مقدار جبري يعبر عن شدة الفعل الدوراني لجسم ، حيث كلما كان مقدار العزم أكبر كان أثر الفعل الدوراني أكبر .

- يحسب عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور دوران Δ ، بجداء شدة هذه القوة في الذراع d الذي يمثل البعد العمودي بين حامل هذه القوة و محور الدوران Δ (الشكل-10) .

- بعد اختيار اتجاه موجب للدوران يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة $\vec{F}$ تدير الجسم في الإتجاه الموجب و نكتب في هذه الحالة :

$$\boxed{M_{/\Delta}(\vec{F}) = + F.d}$$

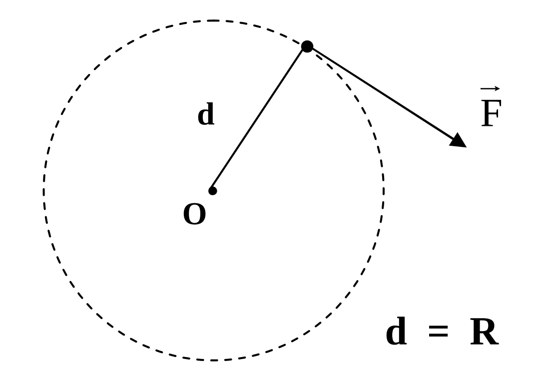
و يكون سالبا إذا كانت القوة $\vec{F}$ تدير الجسم في الاتجاه السالب و نكتب في هذه الحالة :

$$\boxed{M_{/\Delta}(\vec{F}) = - F.d}$$

حالة خاصة :

إذا كانت القوة مماسية للمسار يكون الذراع d مساوي لنصف القطر R (d = R) (الشكل-11) .

الشكل-11 :



ملاحظة :

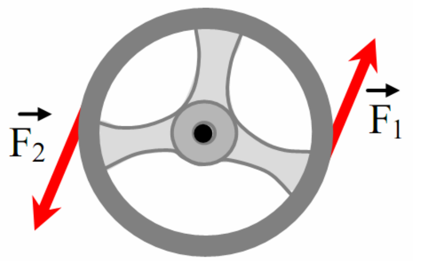
عندما يخضع جسم قابل للدوران حول محور ثابت إلى قوتين متعاكستين (وفق جهة الدوران) فإن الجسم لا يتحرك في جهة الشدة الأكبر و إنما يتحرك في جهة القوة ذات العزم الأكبر ، و بالمثل إذا كان الجسم يخضع إلى عدة قوى (منها في الجهة الموجبة و الآخر في الجهة السالبة) فالجسم يتحرك في الجهة التي يكون فيها مجموع العزوم أكبر .

جـ عزم المزدوجة :

- تدعى جملة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ محصلتهما معدومة و ليس لهما نفس الحامل **بالمزدوجة** ، كمثال على ذلك نذكر المزدوجة التي تؤثر بها يدي السائق على مقود السيارة (الشكل-12) :

- يرجع حساب عزم مزدوجة قوتين $(\vec{F}_2 ، \vec{F}_1)$ تؤثر على جسم صلب يدور حول محور Δ إلى حساب المجموع الجبري لعزمي القوتين أي إذا رمزنا لعزم المزدوجة بـ M نكتب :

الشكل-12 :



$$M = M_{/\Delta}(\vec{F}_1) + M_{/\Delta}(\vec{F}_2)$$
$$M = F_1 . R + F_2 . R$$

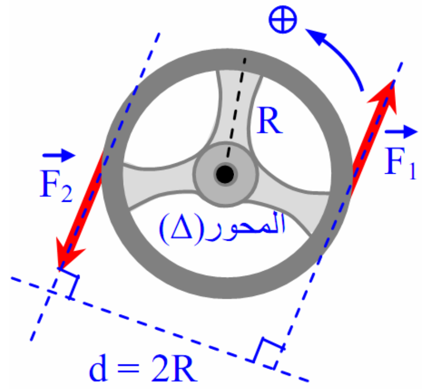
و حيث أن القوتين المشكلتين للمزدوجة متساويتين في الشدة أي $F_1 = F_2$ يصبح :

$$M = F . R + F . R = 2 R F$$

يمثل 2R قطر المسار و نعتبره مساوي لـ d أي $d = 2R$ حيث d يسمى في هذه الحالة ذراع المزوجة و منه تكون عبارة عزم المزدوجة كما يلي :

$$\boxed{M = \pm Fd}$$

الشكل-13 :



ملاحظة :

من خلال عبارة المزدوجة المتحصل عليها نلاحظ أن عزم المزدوجة لا يتعلق بموضع بمحور الدوران ، و إنما يتعلق فقط بالبعد بين حاملي القوتين المشكلتين للمزدوجة ، و بالتالي عندما نتكلم عن عزم المزدوجة لا داعي لذكر محور الدوران خلافا عن عزم القوة التي يجب دائما ذكر المحور الذي يحسب بالنسبة إليه العزم .

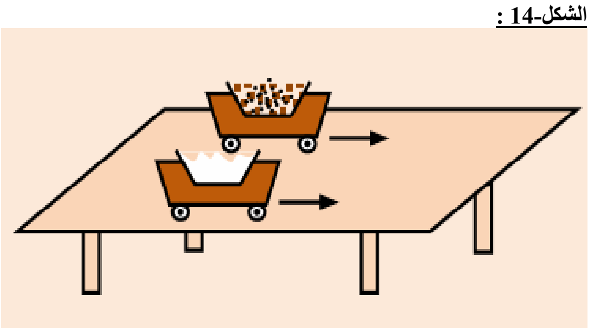
3- عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور ثابت :

أ- مفهوم عطالة الأجسام الصلبة :

نشاط-1 :

1- خذ عربتين متماثلتين وضع عليهما إنائين متماثلين فارغين ثم إملأ أحد الإنائين بالرمل و الآخر بالصوف (الشكل-14) .

الشكل-14 :



ادفع بيدك العربة الأولى ثم أدفع بنفس الكيفية العربة الثانية (أي بتطبيق قوة مماثلة للحالة الأولى) .

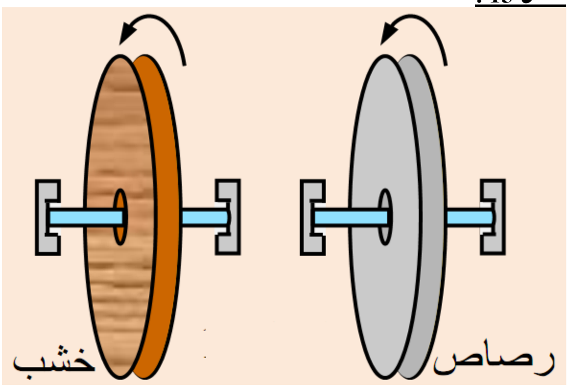
أ- ما هي العربة التي أحسست أنها " تسارعت " حركتها أكثر عند الإقلاع ؟

ب- ما هي العربة التي أحسست أنها تقاوم أكثر التغير في السرعة ؟ هل هي العربة الثقيلة أم الخفيفة ؟

2- خذ قرصين متماثلين (نفس القطر و نفس السمك) واحدا من خشب و الآخر من رصاص مثلا (الشكل-15) .

اجعل كل قرص يدور حول محور أفقي يمر من مركزه ثم طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول هذين المحورين .

الشكل-15 :

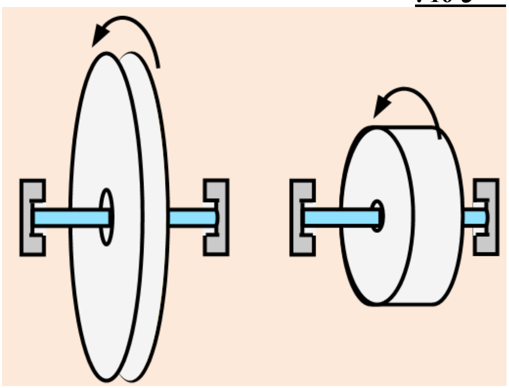


أ- أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة .

ب- في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟

3- خذ كمية من الجبس ، امزجه بالماء ثم اقسمه إلى نصفين متساويين ، اصنع بهما قرصين أحدهما قطره R و الآخر قطره 2R تقريبا (الشكل-16) .

الشكل-16 :



طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول محوريهما .

أ- أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليه ؟

ب- في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟

تحليل النشاط :

نشاط-1 :

1- أ- العربة التي تسارعت حركتها أكثر عند الإقلاع هي العربة المعبأة بالصوف .

ب- العربة التي تقاوم أكثر التغير في السرعة هي العربة الثقيلة المعبأة بالرمل .

2- أ- القرص الذي يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة هو قرص الرصاص .

ب- تتعلق المقاومة التي يبديها كل قرص تجاه محاولة تدويره بمادة القرص أي بالكتلة الحجمية لمادته ، و بما أن للقرصين نفس الأبعاد (نفس الشكل و نفس الحجم) فإن مقاومة الأثر الدوراني للقوة المطبقة على القرص تتعلق بكتلة القرص .

3- أ- القرص الذي يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليه هو القرص الذي نصف قطره 2R أي القرص ذو نصف القطر الأكبر

ب- تتعلق المقاومة التي يبديها كل قرص للأثر الدوراني بشكل القرص .

نتيجة :

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور Δ مقاومة للأثر الدوراني ندعوها العطالة الدورانية ، تتعلق هذه العطالة في الأجسام الصلبة بكتلة و شكل الجسم .

- تقاس العطالة الدورانية لجسم صلب يتحرك بالنسبة لمحور Δ ثابت بمقدار فيزيائي يدعى **عزم عطالة الجسم بالنسبة لمحور الدوران Δ** .

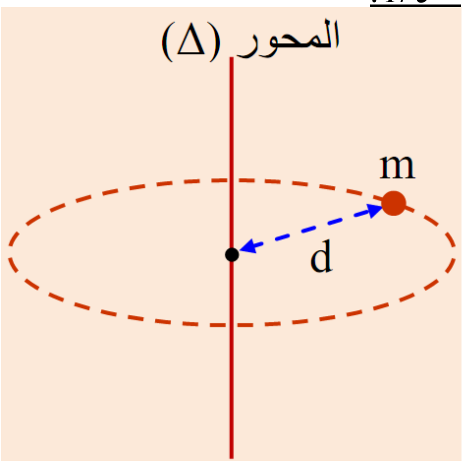
تعريف :

- يعرف عزم العطالة $J_{/\Delta}$ بالنسبة لمحور Δ لجسم نقطي m و يبعد مسافة d عن هذا المحور بالعبارة التالية :

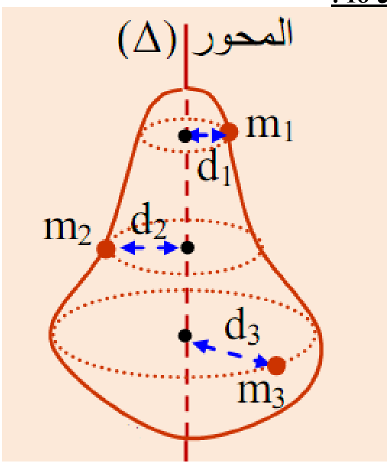
$$\boxed{J_{/\Delta} = m\, d^2}$$

- وحدة عزم العطالة في النظام الدولي هي $kg\, m^2$.

الشكل-17 :



الشكل-18 :



- يحسب عزم عطالة جملة نقاط مادية كتلة كل نقطة m_1 ، m_2 ، m_3 ...... تبعد كل منها عن محور الدوران على التوالي مسافة d_1 ، d_2 ، d_3 ...... (الشكلين-11، 12) بمجموع عزوم عطالة كل نقطة بالنسبة لنفس المحور :

$$\boxed{J_{/\Delta} = \Sigma\, m_i\, d_i^2}$$

مثال :

لحساب عزم عطالة حلقة نصف قطرها R و كتلتها M (الشكل-19) نتبع الخطوات التالية :

- نقسم الحلقة إلى عناصر صغيرة كتلها m_i يمكن اعتبارها نقاطا مادية تبعد كلها نفس المسافة R عن المحور Δ .

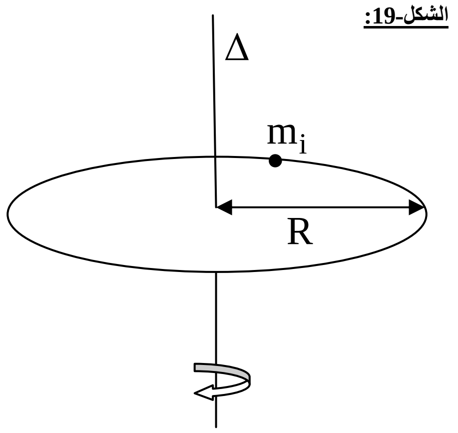
- تعتبر الحلقة جملة نقاط مادية و يحسب عزم عطالتها بالعبارة التالية :

$J_{/\Delta} = m_1 R^2 + m_2 R^2 + m_3 R^2 + \ldots\ldots$

$J_{/\Delta} = \Sigma\, m_i\, R^2 = (\Sigma\, m_i)\, R^2 = MR^2$

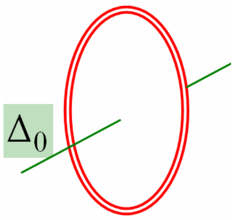
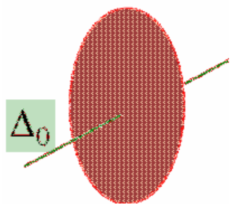
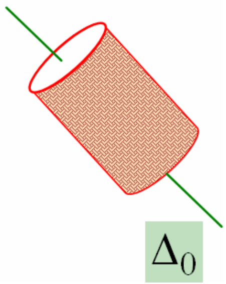
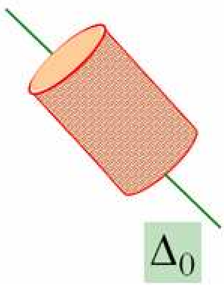
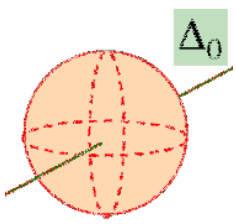
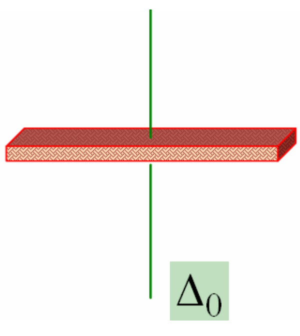
$$\boxed{J_{/\Delta} = MR^2}$$

الشكل-19:



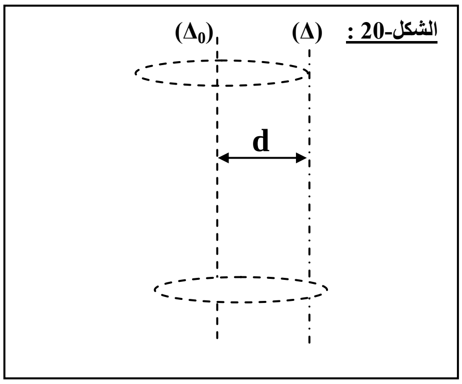
حيث : $M = \Sigma\, m_i$ هي كتلة الحلقة و المساوية لمجموع كتل النقاط المادية المشكلة للحلقة .

* عزوم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتجانسة :

الجسم	عبارة عزم العطالة	الشكل
عزم عطالة حلقة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ_0 المار من مركزها	$j_{/\Delta_0} = M R^2$	
عزم عطالة قرص كتلته M و نصف قطره R بالنسبة لمحوره Δ_0 المار من مركزه	$j_{/\Delta_0} = \frac{1}{2} M R^2$	
عزم عطالة اسطوانة مجوفة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ_0 المار من مركزها	$j_{/\Delta_0} = M R^2$	
عزم عطالة اسطوانة مملوءة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ_0 المار من مركزها و الموازي لها	$j_{/\Delta_0} = \frac{1}{2} M R^2$	
عزم عطالة كرة مملوءة كتلتها M و نصف قطرها R بالنسبة لمحورها Δ_0 المار من مركزها	$j_{/\Delta_0} = \frac{2}{5} M R^2$	
عزم عطالة ساق كتلتها M و طولها L بالنسبة لمحورها Δ_0 المار من منصفها و عمودي عليها	$j_{/\Delta_0} = \frac{1}{12} M L^2$	

ي- نظرية هويجنز :

- لحساب عزم عطالة جسم صلب كتلته m يدور حول محور Δ غير منطبق على محوره Δ_0 (الشكل-20) ، نستعين بنظرية هويجنز .



- تنص نظرية هيوغنز على ما يلي :

" عزم عطالة جسم صلب بالنسبة للمحور Δ غير منطبق على محور الجسم Δ_0 مساوي لعزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لمحوره Δ_0 مضاف إليه جداء كتلة هذا الجسم في مربع البعد بين محور الجسم Δ_0 و محور الدوران Δ " أي :

$$\boxed{J_{/\Delta} = J_{/\Delta 0} + m\, d^2}$$

ملاحظة :

- عزم عطالة جملة ميكانيكية تتكون من عدة أجسام صلبة بالنسبة لمحور (Δ) مساوي لمجموع عزوم عطالة هذه الأجسام بالنسبة لنفس المحور Δ .

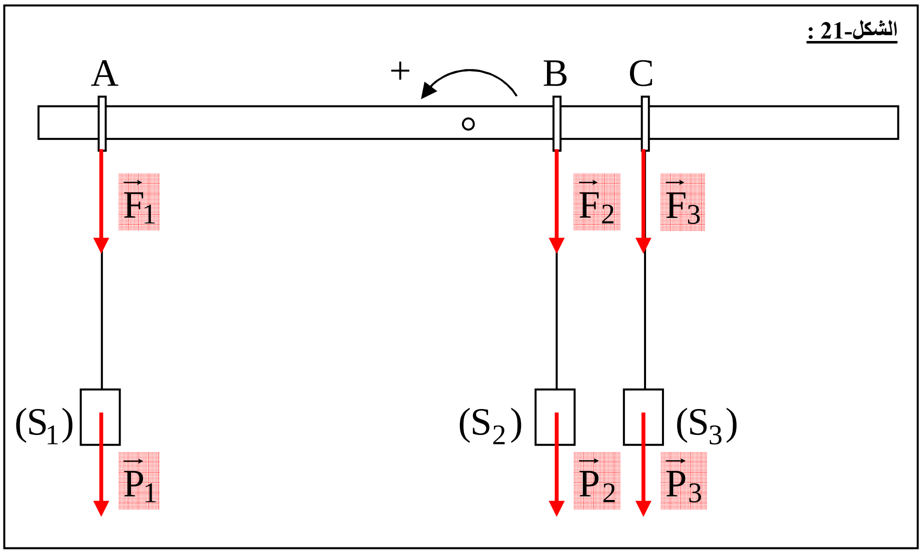
4- توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت :

نشاط :

- حسب مبدأ العطالة يتوازن جسم صلب خاضع إلى قوى خارجية إذا كان المجموع الشعاعي لهذه القوى معدوم أي :

$$\sum F_{ext} = \vec{0}$$

و لمعرفة شرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و خاضع إلى قوى خارجية ، نثبت مسطرة خفيفة من مركزها (o) بمسمار أفقي حيث يمكنها الدوران حوله بحرية (الشكل-21) .



- نعلق بواسطة خيط عديم الامتطاط جسم (S_1) كتلته $m_1 = 50\ g$ في النقطة (A) من المسطرة تبعد بمقدار d_1 عن محور الدوران (o) و بالمثل نعلق جسمين آخرين (S_2) ، (S_3) كتلتهما $m_2 = 200\ g$ ، $m_3 = 100\ g$ في نقطتين (B) و (C) من نفس المسطرة تبعدان عن محور الدوران (o) بالمقدارين d_2 ، d_3 على الترتيب (الشكل) .
- نختار الإتجاه الموجب في الجهة المعاكسة لحركة عقارب الساعة .
- نلاحظ أن المسطرة تكون متوازنة في وضع أفقي من أجل : $d_1 = 16\ cm$ ، $d_2 = 4\ cm$ ، $d_3 = 2\ cm$.
- يعطى : $g = 10\ N/kg$ ، و تهمل كل قوى الاحتكاك .

1- يؤثر كل جسم على المسطرة بقوة $\vec{F} = \vec{P}$. أحسب شدة القوة التي تؤثر بها الأجسام (S_1) ، (S_2) ، (S_3) على المسطرة .

2- أحسب عزم كل قوة من هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران Δ المار من (O) . ماذا تستنتج ؟

3- غير مواضع الأجسام في نقاط أخرى حيث تكون المسطرة متوازنة ثم اعد حساب المجموع الجبري لعزوم القوى . ماذا تلاحظ ز

4- استنتج شرط توازن المسطرة .

<u>تحليل النشاط :</u>

<u>1- حساب شدة القوى :</u>

- $F_1 = P_1 = m_1\, g = 0.05\ .\ 10 = 0.5\ N$
- $F_2 = P_2 = m_2\, g = 0.2\ .\ 10 = 2\ N$
- $F_3 = P_3 = m_3\, g = 0.1\ .\ 10 = 1\ N$

<u>2- عزوم القوى :</u>

- $M_{/\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1\,.\,d_1 = +0.5\,.\,0.16 = +0.08\ N.m$
- $M_{/\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2\,.\,d_2 = -2\,.\,0.02 = -0.04\ N.m$
- $M_{/\Delta}(\vec{F}_3) = -F_3\,.\,d_3 = -1\,.\,0.02 = -0.02\ N.m$

3- نلاحظ ان المجموع الجبري لعزوم القوى $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ ، $\vec{F}_3$ يكون دوما معدوما عندما تكون المسطرة متوازنة .

<u>4- الاستنتاج :</u>

نلاحظ :

$$M_{/\Delta}(\vec{F}_1) + M_{/\Delta}(\vec{F}_2) + M_{/\Delta}(\vec{F}_3) = 0$$

و هو شرط توازن المسطرة .

<u>نتيجة :</u>

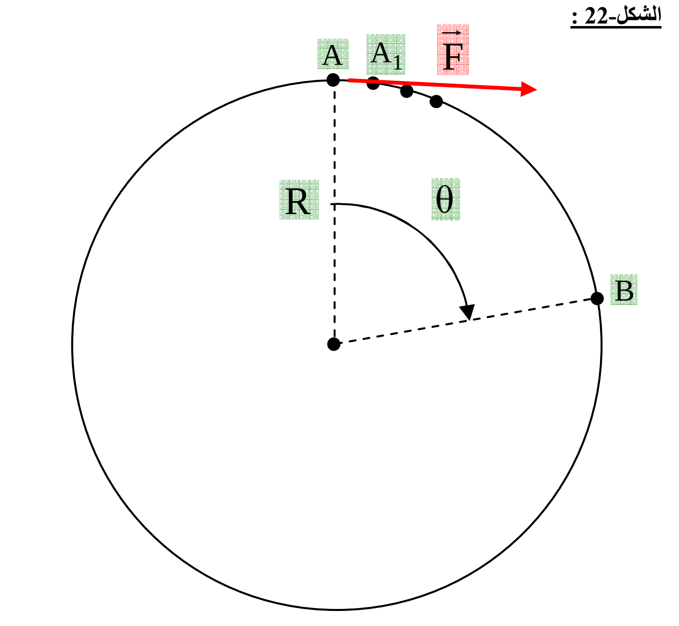
يتوازن جسم صلب قابل للدوران حول محور Δ ثابت و خاضع إلى تأثير قوى خارجية عندما يكون المجموع الجبري لعزوم هذه القوى معدوم أي :

$$\boxed{\sum M_{/\Delta}(\vec{F}_{ext}) = 0}$$

- نذكر أنه حسب مبدأ العطالة يكون الجسم الصلب متوازنا إذا كان المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة عليه معدوم أي : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

5- عمل قوة ثابتة في مسار دائري :

نشاط :



- نعتبر جسم (S) خاضع إلى تأثير قوة $\vec{F}$ ينتقل من موضع (A) نحو موضع (B) على مسار دائري نصف قطره R و أثناء ذلك يقطع مسافة منحنية AB و يمسح زاوية θ حيث : $AB = R\theta$.

- لحساب عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الانتقال AB نقسم هذا الانتقال إلى انتقالات عنصرية AA_1 ، AA_2 ، ..... ، A_iB نعتبرها مستقيمة (الشكل-22) .

1- بتطبيق عبارة عمل قوة في حركة مستقيمة أوجد عبارة عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الإنتقال العنصري AA_i .

2- استنتج عبارة عمل هذه القوة أثناء الانتقال الكلي AB بدلالة نصف قطر المسار R و الزاوية الممسوحة θ أثناء هذا الانتقال .

3- ماذا يمثل المقدار R في الحلقة ، و كذلك المقدار Rθ ؟ استنتج العبارة النهائية لعمل القوة $\vec{F}$ أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .

تحليل النشاط :

1- عبارة عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الإنتقال العنصري AA_i :

القوة $\vec{F}$ ثابتة و باعتبار الانتقال العنصري مستقيما تكون عبارة عمل القوة $\vec{F}$ أثناء هذا الانتقال كما يلي :

$$W_{AA_i}(\vec{F}) = F\,AA_i$$

1- عبارة عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الإنتقال الكلي AB :

- عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الانتقال AB مساوي لمجموع الانتقالات العنصرية أي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = W_{AA_1}(\vec{F}) + W_{AA_2}(\vec{F}) + \dots\dots + W_{A_iB}(\vec{F})$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = F\,AA_1 + F\,AA_2 + \dots\dots + F\,A_iB$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = F\,(AA_1 + AA_2 + \dots\dots + A_iB)$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = F\,AB$$

و حيث أن $AB = R\theta$ كما ذكرنا سابقا يكون :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F\,R\,\theta$$

3- المقدار R يمثل ذراع القوة $\vec{F}$ و بالتالي يمثل المقدار (Rθ) عزم القوة بالنسبة لمحور الدوران ، و بالتالي يمكن كتابة العلاقة التالية : $W_{AB}(\vec{F}) = M_{/\Delta}(\vec{F})\,\theta$

نتيجة :

عمل قوة $\vec{F}$ ثابتة أثناء الانتقال على مسار دائري نصف قطره R من موضع A إلى موضع B يعبر عنه بالعلاقة :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = M_{/\Delta}(\vec{F}).\theta}$$

حيث : $M_{/\Delta}$ عزم القوة $\vec{F}$ مقدر بالنيوتن في المتر (N.m) ، θ الزاوية الممسوحة أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B و التي تقدر بالراديان (rad) .

ملاحظة :

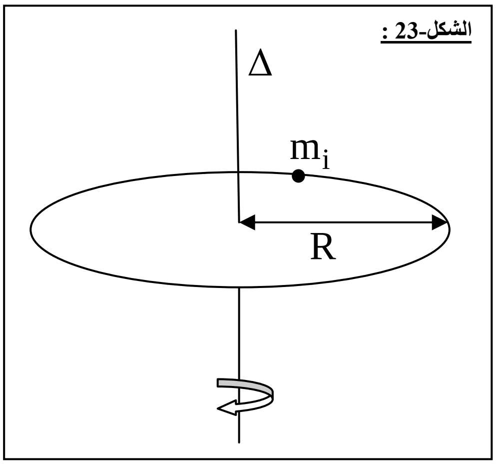
يمكن أيضا تطبيق نفس عبارة العمل السابقة في حالة المزدوجة حيث يعبر عن عمل هذه الأخيرة بالعبارة التالية :

$$\boxed{W = M\,\theta}$$

حيث : W عمل المزدوجة تقدر بالجول (J) ، M عزم المزدوجة تقدر بالنيوتن في المتر (N.m) ، θ الزاوية الممسوحة تقدر بالراديان (rad) .

6- عبارة الطاقة الحركية الدورانية :

نشاط :



- لإيجاد عبارة الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب (S) يدور حول محور (Δ) نبحث عن عبارة الطاقة الحركية الدورانية لحلقة كتلتها M ونصف قطرها R تدور حول محور (Δ) مار من مركزها و عمودي على سطحها بسرعة زاوية ثابتة ω (الشكل-23) . ثم نعمم ذلك على بقية الأجسام .
- الحلقة المذكورة تتكون من نقاط مادية كتلها m_1 ، m_2 ، .... ، m_i تدور كلها حول محور الحلقة Δ بسرعة زاوية ثابتة ω المساوية لسرعة الحلقة الزاوية .
- إذا علمت أن الطاقة الحركية لنقطة مادية كتلتها m تتحرك بسرعة v في مسار كيفي يعبر عنها بالعلاقة التالية : $E_{Ci} = \frac{1}{2} m_i\, v_i^2$ ، أوجد بدلالة السرعة الزاوية ω للحلقة و عزم عطالتها $j_{/\Delta}$ عبارة الطاقة الحركية للحلقة .

تحليل النشاط :

- الطاقة الحركية لكل نقطة مادية يعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} m_i\, v_i^2$$

- الطاقة الحركية للحلقة مساوية لمجموع الطاقات الحركية لجميع النقاط المادية المشكلة للحلقة و بما أن لكل نقطة مادية من الحلقة كتلتها m_i و سرعتها v طاقة حركية عبارتها $E_{Ci} = \frac{1}{2} m_i\, v_i^2$ يعبر عن الطاقة الحركية للحلقة كما يلي :

$$E_C = \frac{1}{2} m_1\, v_1^2 + \frac{1}{2} m_2\, v_2^2 + ... + \frac{1}{2} m_i\, v_i^2$$

و حيث أن : $v = R\omega$ يكون :

$$E_C = \frac{1}{2} m_1\, R_1^2 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2\, R_2^2 \omega_2^2 + ... + \frac{1}{2} m_i\, R_i^2 \omega_i^2$$

كما ذكرنا سابقا لكل النقاط المادية نفس السرعة الزاوية ω التي تساوي السرعة الزاوية للحلقة أي :

$\omega_1 = \omega_2 = \ldots\ldots = \omega_i = \omega$

ومنه تصبح عبارة الطاقة الحركية الدورانية كما يلي :

$$E_C = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 R_2^2 \omega^2 + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{2} m_i R_i^2 \omega^2$$

المقدار $(m_1 R_1^2 + \frac{1}{2} m_2 R_2 + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{2} m_i R_i^2)$ يمثل عزم العطالة $j_{/\Delta}$ للحلقة بالنسبة لمحورها Δ

و بالتالي تكون عبارة الطاقة الحركية الدورانية كما يلي : $E_C = \frac{1}{2} j_\Delta \omega^2$

نتيجة :

الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت Δ هو جداء عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في مربع السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) لهذا الجسم :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2}$$

ملاحظة :

- إذا كان للجسم الصلب (S) حركة انسحابية و دورانية في آن واحد كتدحرج كرة على مستوي مائل تساوي الطاقة الحركية لهذا الجسم لمجموع طاقتيه الحركية الانسحابية و الدورانية أي :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2}$$

- الطاقة الحركية لجملة تتكون من عدة أجسام (S_1) ، (S_2) ..... مساوية لمجموع الطاقات الحركية لهذه الأجسام أي :

$$\boxed{E_C = E_C(S_1) + E_C(S_2) + \ldots\ldots\ldots}$$

** الأستاذ : فرقاني فارس **
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr
Tel : 0771998109