التمرين رقم 01 :

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2-3x+6}{x-2}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1. عيّن الأعداد الحقيقية a , b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$.
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
3. بيّن ان المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما عمودي يطلب تعيين معادلته و الثاني مقارب مائل (Δ) معادلته هي : $y=x-1$.
4. ♣ بيّن أنه من أجل كل x من $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$
 ♣ عيّن إشارة الدالة f' و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
5. اكتب معادلة المماس (T) للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x=1$.
6. ادرس الوضع النسبي لــــ : (C_f) و (Δ) .
7. بين أن النقطة $\omega(2;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
8. ارسم المستقيمين المقاربين و المنحني (C_f) .
9. ناقش بيانيا, حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$.

التمرين رقم 02 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{3x^2}{x^2+x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .
2) عين الأعداد الحقيقية a,b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=a+\dfrac{bx+c}{x^2+x+1}$.
3) أحسب $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة الأولى للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .
5) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=3$.
6) أرسم (Δ)، (T) و (C_f).
7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\dfrac{3x^2}{x^2-|x|+1}$
 أ) بين أن الدالة g زوجية .
 ب) أكتب عبارة $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .
 ج) بين أنه من أجل $x\in]-\infty;0]$ ، $g(x)=f(x)$.
 د) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g).

التمرين رقم 03 :

لتكن الدالة f المعرّفة على $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+x-2}{x+1}$.

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و استنتج المستقيمات المقاربة.

2) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$.

3) استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C) الممثل للدالة f.

4) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).

5) ادرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

7) بين أن النقطة ω تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر

8) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) وحامل محور الفواصل.

9) أرسم المستقيمات المقاربة و المماس (T) و المنحني (C_f).

10) h هي الدالة المعرفة على $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=\frac{x^2+x-2}{|x+1|}$

بين كيف يمكن رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه

التمرين رقم 04 :

f دالة معرفة على $]-\infty;-3[\cup]-3;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{-x^2-x+5}{x+3}$

1) برهن انه يمكن كتابة f على الشكل $f(x)=ax+b-\frac{c}{x+1}$

حيث a,b,c أعداد حقيقية يطلب تعينها.

2) أحسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

3) أحسب f' مشتقة الدالة f ثم عين إشارتها.

4) شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+2$ مستقيم مقارب لمنحنى الدالة (c_f).

6) عين إشارة $[f(x)-(-x+2)]$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (Δ) و المنحنى (c_f).

التمرين رقم 05 :

أولا : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-6x^2+13x+50$

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-2;-1[$. ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

ثانيا : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-13x-12}{(x-2)^2}$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها. فسر النتائج بيانيا .
2. بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-2)^3}$.
3. أدرس إتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .
4. تحقق أن : $f(-1)=0$ و مهما يكن x فإن : $x^3-13x-12=(x+1)(x^2-x-12)$

- إستنتج حلول المعادلة $f(x)=0$.

التمرين رقم 06 :

الجزء الأول : نعتبر الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\varphi(x)=2x^3-6x^2+6x+3$

1. أدرس تغيرات الدالة φ
2. بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.4<\alpha<-0.3$
3. حدد حسب قيم x إشارة $\varphi(x)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 لدينا : $f(x)=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$
2. أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريفها
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x^2-2x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x^2-2x-1)\right]$ و ما هو تفسيرك الهندسي للنتيجة
5. أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمنحني (P) الممثل للدالة "$x\to(x^2-2x-1)$"
6. بين أن $f(\alpha)=\dfrac{15}{2(1-\alpha)}-2$ و أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
7. أرسم (P) و (C_f)

التمرين رقم 07 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بالعبارة : $f(x)=x+\dfrac{ax+b}{(x-2)^2}$ حيث a ; b عددان حقيقيان و بجدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	‖		¦	+	
$f(x)$	↗		1	↘	‖	↗	1	↗	

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1.باستعمال جدول تغيرات و عبارة الدالة f أوجد العددين الحقيقيين a ; b ثم إستنتج أن : $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x+1}{(x-2)^2}$

2. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها . ثم أكمل جدول تغيراتها .

3.بين أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل 3 حلول على المجموعة $\mathbb{R}-\{2\}$.

4. أثبت أن: $f'(x)=\dfrac{x^3-6x^2+13x-8}{(x-2)^3}$

5. بين أنه يوجد مماس للمنحنى (C) موازي للمستقيم ذو المعادلة $y=x$.

التمرين رقم 08 :

f الدالة العددية المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x+1}{(x-2)^2}$

و (C_f) بيانها في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف . ماذا تستنتج؟

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-5x+8)}{(x-2)^3}$

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $\left]\dfrac{5}{2},3\right[$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5) أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 2$: $f(x)=ax+\dfrac{bx+c}{(x-2)^2}$

ب) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

جـ) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

6) بين أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلته

7) أرسم (Δ) ، (T) ، (C_f)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين رقم 09 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$. بـ: $f(x)=\frac{x(x+1)}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو إلى معلم متعامد ومتجانس.

1. أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.
2. أ- برهن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+3$ هو مقارب مائل للمنحنى (C) ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d).
ب- أرسم المستقيم (d) ثم المنحنى (C).
3. باستعمال المنحنى (C)، عين حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $x^2+(1-m)x+2m=0$
4. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $g(x)=|f(x)|$
أ. أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ وبدون رمز القيمة المطلقة، حسب قيم x.
ب. أرسم (γ) منحنى الدالة g اعتمادا على (C) في نفس المعلم السابق.

التمرين رقم 10 :

f دالة عددية جدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	||	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ حيث c,b,a أعداد حقيقية

1) احسب $f'(x)$ بدلالة c,a.
2) اعتماداً على جدول التغيرات للدالة f : أ) عين الأعداد الحقيقية c,b,a .
ب) عين $\lim_{\substack{x\to -1\\ <}} f(x)$ ، و $\lim_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و فسر النتيجتين بيانيا .
3) أثبت أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته : $y=x+1$.
4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .
5) ارسم (C_f) و (Δ) .

التمرين رقم 11 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ $f(x)=ax+\frac{b}{4x+2}$. (C) منحنيها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I. عين a ، b حيث من أجل كل $x\in D_f$: $f'(0)=\frac{7}{2}$ ، $f(0)=-\frac{3}{2}$.

II. نضع $a=\frac{1}{2}$ ، $b=-3$.

1) احسب نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف ، ماذا تستنتج ؟
2) أدرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها .
3) اثبث أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له .
4) أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .
5) عين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل .
6) اكتب معادلتي المماسين (T_1) و (T_2) للمنحنى (C) عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و -1 على التوالي .
7) اثبت أن $\omega\left(\frac{-1}{2}\ ;\ -\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر لـ (C) .
8) أرسم المستقيمات المقاربة ، المماسين و (C) .

التمرين رقم 12 :

الجزء الأول :

- g دالة عددية معرفة على $\Re-\{-2\}$ بـ : $g(x)=\dfrac{\alpha x^2+\beta x+\delta}{x+2}$ حيث δ,β,α أعداد حقيقية .

- أوجد δ,β,α إذا علمت أن : (C_g) التمثيل البياني للدالة g يشمل النقطة A ذات الإحداثيات $\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$ و (C_g) يقبل مماسا موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y=-\dfrac{3}{4}x-5$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 و (C_g) يقبل قيمة حدية فاصلتها -1 .

الجزء الثاني :

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re-\{-2\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{-x^2-3x-3}{x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني .

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq-2$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$.
2. أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .شكل جدول التغيرات للدالة f .
3. هل يوجد مماسات معاملات توجيهها -1 ؟
4. أثبت أنه يوجد مماسين (Δ_1) و (Δ_2) يوازيان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=-5+3x$ يطلب إيجاد معادلتيهما .
5. أوجد حصرا للدالة f لما : $x\in[-5;-4]$ ثم لما : $x\in[4;5]$
6. عين إحداثيتي النقطة S نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين ثم بين أن النقطة $S(-2;1)$ مركز تناظر للمنحني (C_f).
7. أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .
8. اوجد معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
9. أنشئ (T) والمنحني (C_f).

التمرين رقم 13 :

f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في نقطته $A(3;3)$.

2/ فيما يلي : $a=-3$ و $b=6$

أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[\cup]1,+\infty[$ ، $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-1}$

ب/ ادرس تغيرات الدالة f .

ج/ عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C) وادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$.

د/ عين نقط تقاطع (C) مع المحورين (xx') و (yy') ثم ارسم (C).

3/ m عدد حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين رقم 14 :

I)- g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة بـ : $g(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-2}$ و (Cg) تمثيلها البياني في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)- عين Dg مجموعة تعريف الدالة g ثم عين الأعداد الحقيقية: a, b, c حيث : يكون للمنحنى (Cg) مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $y=x-3$ و يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$

II)- لتكن الدالة f المعرفة على المجال : $D=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x^2-5x+7}{x-2}$

1)- أدرس تغيرات الدالة f ثم انشىء جدول تغيراتها

- قارن بين العددين : A و B حيث : $A=f(1,0005)$ و $B=f(1.0007)$

2)- بين أن المنحنى (Cf) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل معادلته $(\Delta): y=x-3$ و آخر يطلب تعيين معادلته

- أدرس وضعية (Cf) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3)- بين أن النقطة $w(2,-1)$ هي مركز تناظر لـ (Cf)

4)- أكتب معادلة المماس للمنحنى (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=0$ ، ثم استنتج أحسن تقريبا تآلفيا للعدد : $f(0,002)$

5)-عين نقط تقاطع المنحنى (Cf) مع حاملي المحورين ، ثم أنشىء (Cf) في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$

التمرين رقم 15 :

I)نعتبر الدالة g المعرفة على $IR-\{1\}$ بـ ، $g(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

عين العددين a و b بحيث (C_g) يقبل مماسا عند النقطة O معادلته $y=-2x+1$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $IR-\{1\}$ بـ ، $f(x)=\frac{x^2+3x-1}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .استنتج المستقيم المقارب الموازي لمحور التراتيب
2. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل $x\in IR-\{1\}$ ، $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$
3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+4$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.
 - حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .
4. أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f . شكل جدول التغيرات
5. بين من أجل كل $x\in IR-\{1\}$ ، $f(2-x)+f(x)=10$. فسر النتيجة بيانيا
6. حدد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات
7- أرسم المستقيمات المقاربة والمنحني (C_f).

التمرين رقم 16 :

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ حيث $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها . استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب .
2. أ - بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على D_f و أن : $f'(x)=\dfrac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

   ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
3. اكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
4. أ- بين أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x)=x+1+\dfrac{x}{x^2-1}$.

   ب- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.

   جـ- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .
5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;1[$.
6. بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحني (C_f).
7. ارسم المستقيمات المقاربة و المنحني (C_f) .

التمرين رقم 17 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) عين الأعداد الحقيقية $a;b;c;d$ ، بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي : $x\neq 1$ ، $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{(x-1)^2}$

4) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x-2$ ؟ برر .

5) حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـــ : (D) ، لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (D) .

6) أ-بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا واحدا (Δ) يوازي المستقيم (D) عند نقطة فاصلتها : x_0 يطلب حسابها

ب- أكتب معادلة للمماس (Δ) .

ج- أرسم (C_f) و (D)