مذكرة رقم : 01

المستوى : 2آداب ولغات
المادة : رياضيات
الموضوع :النسب المئوية و المؤشرات
الأهداف :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

- حل النشاط الثاني ص 11 (الكتاب المدرسي)

1. نسبة الجزء إلى الكل :

تعريف :

لتكن E المجموعة المرجعية ذات n عنصرا و A جزءا من E اذا a عنصرا .
النسبة المئوية للجزء A إلى الكل E هو العدد x حيث :

$$\frac{a}{n}=\frac{x}{100} \text{ أي } x=\frac{a}{n}\times 100$$

ملاحظات :

- نقول إن العدد a يمثل $x\%$ من العدد n .
- يمكن التعبير عن نسبة الجزء إلى الكل باستعمال كسر أو عدد عشري .

مثال -

يتكون قسم السنة الثانية قسم آداب وفلسفة من تلميذا منهم ذكور .
النسبة المئوية للذكور هي :

تمرين تطبيقي :

تحتوي ثانوية على 850 تلميذا ، منهم 28% مسجلون في السنة الثانية و 24% من تلاميذ السنة الثانية مسجلون في شعبة التسيير و الاقتصاد .

1) أحسب عدد تلاميذ السنة الثانية .
2) أحسب عدد تلاميذ السنة الثانية تسيير و اقتصاد .
3) ماهي النسبة المئوية التي يمثلها هذا العدد بالنسبة إلى عدد تلاميذ الثانوية .

ملاحظات :

مذكرة رقم: 02

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :النسب المئوية والمؤشرات(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

2. النسبة المئوية لنسبة مئوية أخرى :

خاصية :

ليكن B جزءا من مجموعة E و A جزءا من B $(A \subset B \subset E)$.
إذا كان B يمثل $y\%$ من E و A يمثل $x\%$ من B , فإن الجزء A يمثل $x\%$ من $y\%$ من E , أي $\frac{x \times y}{100}\%$ من E.

مثال -

في قسم سنة ثانية ثانوي , يوجد 60% من الذكور , منهم 40% داخليون .
النسبة المئوية للتلاميذ الذكور في القسم هي : $\frac{60 \times 40}{100}\%$ أي 24% .

ملاحظات :

- في مثل هذه الوضعيات يجب تحديد المجموعة المرجعية بدقة .
- في المثال السابق , عدد الداخليين يمثل 24% من القسم كله و يمثل 40% من الذكور.

تمرين تطبيقي :

اشترى رجل قطعة أرض و خصص خمسا منها لتكون حديقة و خصص 25% من الحديقة للأزهار.
عبر بكسر ثم بنسبة مئوية عن الجزء الذي تمثله القطعة المغروسة بالأزهار إلى قطعة الأرض الكلية.

ملاحظات :

مذكرة رقم:03

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :النسب المئوية والمؤشرات(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

حل النشاط رقم 03 ص 11 :

3. التطورات و النسب المئوية:

* التعبير عن زيادة أو تخفيض:

مبرهنة :

- زيادة مقدار بنسبة مئوية $a\%$ هو ضرب هذا المقدار في $1+\frac{a}{100}$.
- تخفيض مقدار بنسبة مئوية $b\%$ هو ضرب هذا المقدار في $1-\frac{b}{100}$.

.

أمثلة:

- الزيادة بـ 60% هو الضرب في $1+\frac{60}{100}=1.6$.
- التخفيض بـ 25% هو الضرب في $1-\frac{25}{100}=0.75$.
- الضرب في 1.095 هو الزيادة بـ 9.5%.
- الضرب في 0.8 هو التخفيض بـ 20%.

ملاحظات :

- يمكن التعبير عن الزيادة بعدد موجب وعن تخفيض بعدد سالب, فمثلا الزيادة بـ 22% تمثل تطورا بـ $+22\%$ و التخفيض بـ 39% يمثل تطورا بـ

تمرين تطبيقي :

سعر منتوج هو 125 دينار.
أحسب سعر هذا المنتوج في كل من الحالتين التاليتين:
1- بعد زيادة قدرها 6%.
2- بعد تخفيض قدره 8% .

ملاحظات :

مذكرة رقم:04

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :النسب المئوية و المؤشرات(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

3. التطورات و النسب المئوية(تابع):

*** التطور المطلق و التطور النسبي:**

تعريف:

ليكن x_0 القيمة الأولية لمقدار x و x_1 قيمته النهائية بعد تطور.

- نسمي **التطور المطلق** لهذا المقدار الفرق $x_1 - x_0$ و نرمز له بـ Δx .
- نسمي **التطور النسبي** لهذا المقدار حاصل القسمة $\frac{\Delta x}{x_0}$ أي $\frac{x_1 - x_0}{x_0}$.

ملاحظات:

- نعبر عن التطور المطلق بنفس وحدة المقدار.
- نعبر عن التطور النسبي بعدد و بدون وحدة.
- إذا كان التطور المطلق (أو النسبي) موجبا, فإن هذا التطور يمثل زيادة.
- إذا كان التطور المطلق (أو النسبي) سالبا , فإن هذا التطور يمثل تخفيضا.

*** المعامل الضربي:**

تعريف:

ليكن x_0 القيمة الأولية لمقدار x و x_1 قيمته النهائية بعد تطور. نسمي **المعامل الضربي** العدد k حيث $k = \frac{x_1}{x_0}$.

ملاحظات:

- إذا كان k هو المعامل الضربي الموافق لتطور ما, فإن النسبة المئوية لهذا التطور هي العدد $(k-1)\times 100$.
- إذا كان التطور عبارة عن زيادة , فإن المعامل الضربي أكبر من 1 .
- إذا كان التطور عبارة عن تخفيض , فإن المعامل الضربي أصغر من 1 .

تمرين تطبيقي : ص28 رقم 35 :

ملاحظات :

مذكرة رقم:05

المستوى : 2آداب وفلسفة
التاريخ :
المادة : رياضيات
المدة :
الموضوع :النسب المئوية والمؤشرات(تابع).
التوقيت :
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

ملاحظات:

مذكرة رقم:06

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :النسب المئوية و المؤشرات(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

4. المؤشرات:

تعريف:

لتكن سلسلة قيم $x_k,...,x_2,x_1,x_0$ المرفقة بالأزمنة $t_k,...,t_2,t_1,t_0$ على الترتيب.
نأخذ 100 كأساس في الزمن t_0 .
نسمي مؤشر في الزمن t_i العدد I_i حيث $I_i = \frac{x_i}{x_0}\times 100$.

خاصية:

النسبة المئوية لتطور مقدار من الزمن t_0 إلى الزمن t_i تساوي $(I_i - 100)\%$.

تمرين تطبيقي: * الكتاب المدرسي* ص29 رقم 43 .

ملاحظات :

مذكرة رقم:09

المستوى : 2آداب ولغات | التاريخ :
المادة : رياضيات | المدة :
الموضوع : الإحصاء (تابع). | التوقيت :
الكفاءات المستهدفة : تمكين التلميذ من حساب الوسط والتباين لسلسلة إحصائية .

مراحل سير الدرس :

3- التباين:

• الوسط :

تعريف :

- وسط سلسلة إحصائية ونرمز إليها بـ $\overline{x}$ هو حاصل قسمة مجموع قيم المتغير الإحصائي x_1 ، x_2 ، x_3 ،...... ، x_k على التكرار الكلي N للسلسلة ، أي $\overline{x}=\frac{\sum x_i}{N}$ حيث $1\leq i\leq k$.
- إذا كانت قيم السلسلة x_1 ، x_2 ، x_3 ،...... ، x_k مرفقة بتكراراتها n_1 ، n_2 ، ...... ، n_k فإن $\overline{x}=\frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$. وإذا كانت السلسلة مستمرة أي منظمة في فئات ، تخذ مراكز الفئات كقيم المتغير الإحصائي

ملاحظة : الرمز $\sum x_i$ يدل على المجموع $x_1+x_2+......+x_k$

خواص :

- إذا أضفنا نفس القيمة a إلى كل قيم سلسلة إحصائية فوسطها يزداد بنفس القيمة a
- إذا ضربنا كل قيم سلسلة إحصائية في نفس القيمة b فوسطها يضرب في نفس القيمة b
- إذا جزأت السلسلة إلى جزأين تكرارهما N_1 ، N_2 على الترتيب ووسطاهما $\overline{x_1}$ ، $\overline{x_2}$ على الترتيب فوسط هذه السلسلة هو $\overline{x}=\frac{N_1\times\overline{x_1}+N_2\times\overline{x_2}}{N_1+N_2}$

• التباين :

تعريف :

تباين سلسلة معرفة بكل قيمها x_i ، والذي نرمز إليه بالرمز V ، هو وسط مربعات الفروق بين هذه القيم ووسط السلسلة $\overline{x}$ ، أي : $V=\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{N}$ حيث N هو التكرار الكلي للسلسلة .

إذا كانت السلسلة معرفة بقيمها x_i وتكراراتها n_i فإن التباين هو $V=\frac{\sum n_i\times(x_i-\overline{x})^2}{\sum n_i}$.

تمرين تطبيقي :

سجل أستاذ الرياضيات في فرض للسنة الثانية آداب وفلسفة العلامات التالية : 4 ، 4 ، 5 ، 5 ، 5 ، 5 ، 6 ، 7 ، 7 ، 7 ، 8 ، 9 ، 9 ، 9 ، 10 ، 10 ، 10 ، 10 ، 11 ، 11 ، 11 ، 11 ، 11 ، 12 ، 12 ، 13 ، 14 ، 14 ، 14 ، 15 ، 16 .

- اجمع هذه المعطيات في جدول .
- أحس كلا من الوسط والتباين لهذه السلسلة . تدور النتائج إلى 0,01

ملاحظات :

مذكرة رقم:08

المستوى : 2آداب وفلسفة — التاريخ :

المادة : رياضيات — المدة :

الموضوع :الإحتمالات. — التوقيت :

الأهداف :

مراحل سير الدرس :

I. مصطلحات :

- نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة النتائج الممكنة .
- في تجربة عشوائية ، مجموعة النتائج الممكنة تسمى مجموعة الإمكانيات ونرمز لها بالرمز Ω .
- ليكن A جزءا من Ω ، نقول عندئذ أن A حادثة .
- إذا احتوت المجموعة الجزئية A على نتيجة واحدة فإنها تدعى حادثة بسيطة .
- Ω هي الحادثة الأكيدة و Φ هي الحادثة المستحيلة .
- الحادثة المعاكسة لحادثة A ، ونرمز لها بالرمز $\bar{A}$ (تقرأ لا A) ، هي التي تحتوي على كل نتائج Ω ماعدا نتائج A .
- لتكن A و B حادثتين . نرمز بـ $A\cap B$ للحادثة (A و B) وهي التي تحتوي النتائج المشتركة بين A و B .
- إذا كانت $A\cap B=\Phi$ نقول عندئذ أن الحادثتين A و B غير متلائمتين (منفصلتين) .
- إتحاد الحادثتين A و B و نرمز له بـ $A\cup B$ هو الحادثة المكونة من نتائج الحادثة A أو نتائج الحادثة B .

مثال :

نرمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 ، المجموعة الشاملة هي :

II. الإحتمالات :

1- قانون الإحتمال :

لتكن Ω مجموعة ذات n نتيجة لتجربة عشوائية $\Omega=\{x_1,x_2,........,x_n\}$, يعرف قانون احتمال P على Ω بإرفاق كل إمكانية x_i بعدد موجب p_i حيث مجموع الأعداد p_i يساوي 1 .

x_n	………	x_i	………..	x_3	x_2	x_1
p_n	………	p_i	………..	p_3	p_2	p_1

مع $p_i\le 1$ و $\sum_{i=1}^{n}p_i=1$

مثال :

مذكرة رقم:08

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإحتمالات (تابع).
الكفاءات المستهدفة :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

III. الإحتمال والحوادث :

1- توزيع التواترات وقانون الإحتمال :

عند القيام بدراسة لمجتمع ، نحصل على توزيع التواترات لكل النتائج الممكنة .
إذا سحبنا بصفة عشوائية أحد أفراد هذا المجتمع ، نقبل أن نتوزيع التواترات يمثل قانون الإحتمال للتجربة العشوائية
من اجل كل نتيجة x_i ، لدينا $p_i = f_i$

مثال :

2. احتمال حادثة :

تعريف :

لتكن Ω مجموعة نتائج تجربة عشوائية مرفقة بقانون إحتمال و A حادثة
إحتمال الحادثة A هو مجموع احتمالات إمكانيات هذه الحادثة .

مثال :

3. خواص :

- بما أن الإحتمال $P(A)$ لحادثة A هو مجموع جزئي للإحتمالات p_i وبما أ ن المجموع الكلي لهذه الإحتمالات يساوي 1 ، إذن $0 \leq P(A) \leq 1$.
- غحتمال الحادثة المستحيلة منعدم أي : $P(\Phi)=0$.
- احتمال الحادثة الأكيدة يساوي 1 أي : $P(\Omega)=1$.
- إذا كانت A و B حادثتين من نفس المجموعة Ω فإن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.
- إذا كانت الحادثتان A و B غير متلائمتين ، فإن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ (لأن $P(A\cap B)=0$)
- A حادثة من المجموعة Ω و $\overline{A}$ الحادثة المعاكسة لها ، في هذه الحالة يكون : $P(\overline{A})=1-P(A)$

تمارين تطبيقية : رقم 21 ص 299– رقم 38 ص300 .

مذكرة رقم:08

المستوى : 2آداب و فلسفة — التاريخ :

المادة : رياضيات — المدة :

الموضوع :النسب المئوية و المؤشرات(تابع). — التوقيت :

الأهداف :

مراحل سير الدرس :

- حل النشاط رقم01 ص237 (الكتاب المدرسي) :

I.عموميات :

تعريف: نسمي متتالية عددية كل دالة من مجموعة الأعداد الطبيعية IN في مجموعة الأعداد الحقيقية IR .

إصطلاحات:

- يرمز عادة لمتتالية بأحد الرموز $u,v,w,\dots$
- يرمز لصورة عدد طبيعي n بمتتالية u بالشكل $u(n)$ او بالشكل u_n .
- العدد u_n هو الحد الذي دليله (رتبته) n و يسمى أيضا الحد العام للمتالية u .
- يرمز أيضا للمتتالية u بالشكل (u_n) أو $(u_n)_{n\in IN}$

أمثلة:

1- 9,8,1,0 تشكل متتالية u معرفة على $\{0,1,2,3\}$ حيث $u_0=0$, $u_1=1$, $u_2=8$, $u_3=9$.

2- $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة على IN^* بحدها العام u_n حيث : $u_n=\dfrac{1}{n}$.

الحد الذي رتبته 2006 هو $u_{2006}=\dfrac{1}{2006}$.

ملاحظة: يمكن أن تكون المتتالية معرفة بدءا من رتبة معينة .

مثال:

النتتالية (u_n) حيث $u_n=\sqrt{n-1}$ معرفة من أجل $n\geq 1$ و حدها الأول هو u_1 .

طرق تعيين متتالية: يمكن تعيين متتالية عددية بـ :

- بقائمة حدود المتتالية .
- بعبارة صريحة(دستور) من الشكل $u_n=f(n)$.
- بعلاقة تراجعية , أي نعطي الحد الأول و علاقة تسمح بتعيين كل حد إنطلاقا من الحد السابق.

أمثلة:

1. متتالية معينة بقائمة حدودها المتتابعة: $0, 2, 4, 6, 8, \dots$

$1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{5}\dots$.

2. متتالية معرفة بالشكل $u_n=f(n)$:

$u_n=-n^2+3n+10$; $u_1=12$, $u_0=10$.

3. متتالية معرفة بعلاقة تراجعية:

$$\begin{cases} v_0=2 \\ v_{n+1}=-2v_n+1 \end{cases}$$

مذكرة رقم:08

المستوى : 2آداب وفلسفة — التاريخ :

المادة : رياضيات — المدة :

الموضوع :النسب المئوية و المؤشرات(تابع). — التوقيت :

الأهداف :

مراحل سير الدرس :

- حل النشاط رقم01 ص237 (الكتاب المدرسي) :

I.عموميات :

تعريف: نسمي متتالية عددية كل دالة من مجموعة الأعداد الطبيعية IN في مجموعة الأعداد الحقيقية IR .

إصطلاحات:

- يرمز عادة لمتتالية بأحد الرموز $u,v,w,...,$
- يرمز لصورة عدد طبيعي n بمتتالية u بالشكل $u(n)$ او بالشكل u_n .
- العدد u_n هو الحد الذي دليله (رتبته) n و يسمى أيضا الحد العام للمتالية u .
- يرمز أيضا للمتتالية u بالشكل (u_n) أو $(u_n)_{n\in IN}$

أمثلة:

1- 9,8,1,0 تشكل متتالية u معرفة على $\{0,1,2,3\}$ حيث $u_0=0$, $u_1=1$, $u_2=8$, $u_3=9$.

2- $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة على IN^* بحدها العام u_n حيث : $u_n=\frac{1}{n}$.

الحد الذي رتبته 2006 هو $u_{2006}=\frac{1}{2006}$.

ملاحظة: يمكن أن تكون المتتالية معرفة بدءا من رتبة معينة .

مثال:

النتتالية (u_n) حيث $u_n=\sqrt{n-1}$ معرفة من أجل $n\geq 1$ و حدها الأول هو u_1 .

طرق تعيين متتالية: يمكن تعيين متتالية عددية بـ :

- بقائمة حدود المتتالية .
- بعبارة صريحة(دستور) من الشكل $u_n=f(n)$.
- بعلاقة تراجعية , أي نعطي الحد الأول و علاقة تسمح بتعيين كل حد إنطلاقا من الحد السابق.

أمثلة:

1. متتالية معينة بقائمة حدودها المتتابعة: $0, 2, 4, 6, 8, ...$

$1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$ ..... .

2. متتالية معرفة بالشكل $u_n=f(n)$:

$$u_n=-n^2+3n+10\ ;\ u_1=12\ ,\ u_0=10\ .$$

3. متتالية معرفة بعلاقة تراجعية:

$$\begin{cases} v_0=2 \\ v_{n+1}=-2v_n+1 \end{cases}$$

مذكرة رقم:09

المستوى : 2آداب وفلسفة

المادة : رياضيات

الموضوع :المتتاليات العددية (تابع).

الكفاءات المستهدفة :

التاريخ :

المدة :

التوقيت :

مراحل سير الدرس :

I.عموميات (تابع):

- **التمثيل البياني:**

تعريف: التمثيل البياني لمتتالية u هو مجموعة النقط ذات الفواصل (n,u_n) في المعلم (o,I,J) للمستوي.

مثال: لتكن u المتتالية المعرفة على IN بـ : $u_n = n^2 - 1$.

- **إتجاه تغير متتالية :**

تعريف:
(u_n) متتالية معرفة على IN .
- نقول أن (u_n) متتالية متزايدة تماما عندما يكون:
من أجل كل عدد طبيعي n $u_n < u_{n+1}$.
- نقول أن (u_n) متتالية متناقصة تماما عندما يكون:
من أجل كل عدد طبيعي n $u_n > u_{n+1}$.

أمثلة:
عين إتجاه تغير كل من المتتاليات المعرفة على IN كمايلي :

1. $u_n = 2n^2 + n$.
2. $v_n = 1 - 2n^2$.

تمرين تطبيقي: نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على IN كمايلي:
$w_n = n^2 + 1$.

1. لاحظ أن (w_n) معرفة بعلاقة من الشكل $w_n = f(n)$ حيث f دالة يطلب تعيينها.
2. أرسم التمثيل البياني للدالة f في المعلم (o,I,J) .
3. إستنتج إتجاه تغير (w_n).

ملاحظات:

مذكرة رقم:10

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : المتتاليات الحسابية .
الأهداف :

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

حل نشاط رقم 02 ص 237:

I . المتتاليات الحسابية:

1- تعريف:

نقول عن متتالية (u_n) حسابية إذا وجد عدد حقيقي r حيث :
من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n + r$.
يسمى العدد الحقيقي r أساس المتتالية (u_n) .

أمثلة:

1. متتالية الأعداد 2000 , 2003 , 2006 , 2009 ,.... هي متتالية حسابية أساسها 3 .
2. (w_n) متتالية حسابية أساسها 0.3 - و حدها الأول $w_0 = 8$.
الأعداد 7.7 , 7.4 , 7.1 , 7 , ... هي حدود المتتالية (w_n).

ملاحظة:

- يمكن أن يكون العدد الحقيقي r موجبا أو سالبا .
- إذا كان $r = 0$ فإن كل الحدود متساوية ومساوية للحد الأول ونقول عن المتتالية أنها ثابتة .

2- حساب الحد العام u_n :

- **بإعطاء الحد الأول u_0 والأساس r :**

مبرهنة 1 :

(u_n) متتالية حسابية ذات الحد الأول u_0 والأساس r يعني أن ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = u_0 + nr$.

أمثلة :

- الحد العام للمتتالية الحسابية للأعداد الفردية ذات الحد الأول 1 والأساس 2 هو : $u_n = 1 + 2n$.
- (u_n) متتالية حسابية حيث $u_0 = 5$ و $r = -2$ ومنه عبارة حدها العام هي : $u_n = 5 - 2n$.

تمرين تطبيقي 1 : رقم 17 ص 259 .
تمرين تطبيقي 2 : رقم 18 ص 260 .

ملاحظات :

مذكرة رقم:13

المستوى : 2آداب و فلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :الإشتقاق(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة : 1 ساعة.
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

2- معادلة المماس لمنحن عند نقطة منه:

f دالة معرفة على مجال I .

(γ) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم (o,i,j).

تعريف:

نسمي مماسا للمنحنى (γ) عند نقطة A فاصلتها a المستقيم الذي يشمل A و معامل توجيهه العدد المشتق للدالة f عند a .

- المعادلة المختصرة لهذا المماس هي: $y = f'(a)(x-a)+f(a)$.

ملاحظات:

1- المماس (T) يشترك مع المنحني (γ) في النقطة A.

2- إذا كان $f'(a)=0$ فإن معادلة المماس (T) تكتب $y=f(a)$.

مثال: f هي الدالة مربع و (γ) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o,i,j).

- الدالة f قابلة للإشتقاق عند 1 و $f'(1)=2$.
- معادلة المماس (T)للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$.

حيث $f(1)=1$, إذن المعادلة المختصرة للمماس (T) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي:
$y=2x-1$.

تمرين تطبيقي: ص 191 رقم 22 (الكتاب المدرسي).

ملاحظات :

مذكرة رقم:14

المستوى : 2آداب و فلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :الإشتقاق(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة : 1 ساعة.
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

3 - الدوال المشتقة:

أ- قابلية الإشتقاق لدالة على مجال:

f دالة معرفة على مجال I من IR .

مبرهنة:

الدالة f قابلة للإشتقاق على I إذا و فقط إذا كانت قابلة للإشتقاق عند كل عدد حقيقي x من I .

إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I فإن العدد المشتق للدالة f عند كل عدد حقيقي x من I موجود.

ب- الدالة المشتقة لدالة:

f دالة معرفة على مجال I من IR .

مبرهنة:

الدالة f' المعرفة على I و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من I العدد المشتق $f'(x)$ للدالة f عند x تسمى الدالة المشتقة للدالة f .

نكتب: $f' : x \mapsto f'(x)$.

ملاحظة: نذكر أن : $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

مثال: عين الدالة المشتقة للدالة g المعرفة على IR كمايلي : $g(x) = 1981x + 1988$.

تمرين تطبيقي: ص193 رقم 31 (الكتاب المدرسي).

ملاحظات :

مذكرة رقم:15

المستوى : 2آداب و فلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :الإشتقاق(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة : 1 ساعة.
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

3 - الدوال المشتقة:

جـ الدوال المشتقة لدوال مألوفة:

1- الدالة المشتقة للدالة f حيث $f(x)=k$.

مبرهنة:

k عدد حقيقي . الدالة f حيث $f(x)=k$ قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة على IR كمايلي : $f'(x)=0$.

أي : الدالة المشتقة لدالة ثابتة هي الدالة المنعدمة.

مثال: الدالة المشتقة للدالة $w(x)=2007$ هي الدالة المعدومة أي : من أجل كل x من IR, $w'(x)=0$.

2 – الدالة المشتقة لدالة تآلفية:

مبرهنة:

الدالة f حيث $f(x)=ax+b$, a و b عددان حقيقيان , قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة على IR كمايلي : $f'(x)=a$.

حالة خاصة: الدالة المشتقة للدالة f المعرفة على IR كمايلي : $f(x)=x$ هي الدالة f' المعرفة على IR كمايلي: $f'(x)=1$.

أمثلة: عين الدوال المشتقة للدوال الآتية و المعرفة على IR كمايلي :

1) $k(t)=-7.5t+0.2$.
2) $v(q)=2007q+2006$
3) $R(x)=-1990$

ملاحظات :

مذكرة رقم:16

المستوى : 2آداب و فلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :الإشتقاق(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة : 1 ساعة.
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

3 - الدولة المشتقة للدالة "مربع":

مبرهنة:

الدالة f حيث $f(x)=x^2$ قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x)=2x$.

4- الدالة المشتقة للدالة "مقلوب":

مبرهنة:

الدالة f المعرفة كمايلي $f(x)=\frac{1}{x}$ قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0,+\infty[$ و $]-\infty,0[$ و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$.

5- مشتق الدالة f حيث $f(x)=x^n$, $n\geq 2$:

مبرهنة1:

الدالة f حيث $f(x)=x^n$, n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 , قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x)=nx^{n-1}$.

أمثلة :

مبرهنة2:

الدالة f المعرفة كمايلي $f(x)=\frac{1}{x^n}$, n عدد طبيعي غير منعدم قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0,+\infty[$ و $]-\infty,0[$ و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x)=-\frac{n}{x^{n+1}}$

أمثلة :

ملاحظات :

مذكرة رقم:17

المستوى : 2آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع :الإشتقاق(تابع).
الأهداف :

التاريخ :
المدة : 1 ساعة.
التوقيت :

مراحل سير الدرس :

4- العمليات على الدوال المشتقة:

f , g دالتان معرفتان على نفس المجال I من IR , k عدد حقيقي .

أ- الدالة المشتقة لمجموع دالتين:

مبرهنة :

إذا كانت الدالتان f و g قابلتين للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $f+g$ قابلة للإشتقاق على I
دالتها المشتقة $(f+g)'$ معرفة كمايلي : من أجل عدد حقيقي x من I $(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$

أمثلة :

حالات خاصة :

1) إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I، فإن الدالة $-f$ قابلة للإشتقاق على I ودالتها المشتقة $(-f)'$ معرفة كما يلي : $(-f)'(x)=-f'(x)$.

2) إذا كانت الدالتان f و g قابلتين للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $(f-g)$ قابلة للإشتقاق على المجال I ودالتها المشتقة $(f-g)'$ معرفة على I كما يلي : $(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)$.

ب- الدالة المشتقة لجداء دالتين:

مبرهنة :

إذا كانت الدالتان f و g قابلتين للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $f\cdot g$ قابلة للإشتقاق على I
دالتها المشتقة $(f\cdot g)'$ معرفة على I كمايلي : $(f\cdot g)'(x)=f'(x)\cdot g(x)+g'(x)\cdot f(x)$.

أمثلة :

حالات خاصة :

1) نضع من أجل كل عدد حقيقي x من I, $(f^2)(x)=f(x)\ f(x)$. إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I، فإن الدالة f^2 قابلة للإشتقاق على I و دالتها المشتقة $(f^2)'$ معرفة كمايلي :
$(f^2)'(x)=2f(x)f'(x)$.

2) إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $k.f$ قابلة للإشتقاق على I و دالتها المشتقة $(k.f)'$ معرفة كمايلي: $(k.f)'(x)=k.f'(x)$. $k\in IR$.

أمثلة :

ملاحظات :

مذكرة رقم:18

المستوى : 2آداب وفلسفة

المادة : رياضيات

الموضوع :الإشتقاق(تابع).

الأهداف :

التاريخ :

المدة : 1 ساعة.

التوقيت :

مراحل سير الدرس :

4- العمليات على الدوال المشتقة(تابع):

أ- الدالة المشتقة لمقلوب دالة:

مبرهنة

إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I حيث من أجل كل عدد حقيقي x من I , $f(x) \neq 0$

فإن الدالة $\frac{1}{f}$ قابلة للإشتقاق على I و دالتها المشتقة $\left(\frac{1}{f}\right)'$ معرفة كمايلي:

من أجل كل عدد x من I حيث $f(x) \neq 0$, $\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$

أمثلة:

5- الدالة المشتقة و إتجاه التغير:

f دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على مجال I

نقبل بدون برهان المبرهنة التالية:

مبرهنة:

أ) إذا كان , من أجل كل عدد حقيقي x من I , $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على I.

ب) إذا كان , من أجل كل عدد حقيقي x من I , $f'(x) < 0$ فإن الدالة f متناقصة تماما على I.

جـ) إذا كان , من أجل كل عدد حقيقي x من I , $f'(x) = 0$ فإن الدالة f ثابتة على I.

ملاحظة:

يبقى النصان (أ)-(ب) في المبرهنة السابقة صحيحين عندما ينعدم $f'(x)$ من أجل عدد منته من قيم x.

تمرين تطبيقي : رقم 42 ص194 .

رقم 44, 45 ص 195.

ملاحظات :