الأستاذة :عون الله صورية

مذكرة رقم:01

المستوى:2 عتج 2تر

ميدان التعلم:الحساب

المحور:الإحصاء والإحتمالات

الموضوع:الإحتمالات

ثانوية:الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة:2ساعة

المكتسبات القبلية:التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة:ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته –تذكير بمحاكاة تجربة عشوائيةبسيطة إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الإستقرار من خلال أمثلة متنوعة

المراحل	سير الدرس	ملاحظات

الإنطلاق

نشاط:

I أكتب على 6 قصاصات متماثلة الأرقام من 1 إلى 6 ثم اطوها جيدا ,إسحب واحدة تلو الأخرى 10 مرات وفي كل مرة سجل الرقم الذي تحصلت عليه مع إعادة القصاصة المسحوبة في كل مرة

-أحسب تواتر كل نتيجة ,(نأخذ نتائج 10 تلاميذ) ونحسب التواتر لـ 3 عينات

-أنشيء مضلع التواترات لـ 3 عينات

-أحسب الوسط الحسابي لكل عينة من العينات الثلاث السابقة

II ندمج نتائج العينات العشر 10 مع بعض فنحصل على عينة مقاسها 100

أكمل الجدول التالي:

النتائج						
التكرار						
التواتر						

مناقشة النشاط

ملاحظة 1:

النتائج الممكنة لهذه التجربة هي: $\{1;2;3;4;5;6\}$

-لا يمكننا توقع الرقم الذي سنسحبه

2	3	2	3	6	2	2	6	6	3	العينة 1
3	1	4	3	6	2	4	4	3	3	العينة 2
5	1	1	1	2	1	5	4	3	3	العينة 3
1	5	6	1	2	6	6	4	2	4	العينة 4
2	4	2	3	1	4	6	6	1	5	العينة 5
4	3	3	1	4	5	4	1	6	6	العينة 6
6	6	6	2	4	1	1	4	2	1	العينة 7
4	2	6	4	1	2	2	5	4	2	العينة 8
5	1	6	3	6	6	5	1	3	1	العينة 9
5	1	4	2	1	3	3	6	5	3	العينة 10

ملاحظة 2:

عند ملاحظة النتائج يتبين لنا بساطة تذبذبها من عينة إلى أخرى وبالتالي فإن كل ما يمكن قوله أن حظوظ ظهور كل رقم تتراوح بين 0,1 و 0,4

النتائج	1	2	3	4	5	6
العينة1	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2	0
العينة 2	0,2	0,2	0	0,2	0,1	0,3
العينة 3	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1

ملاحظة 3:

أنجزنا نفس التجربة في نفس الظروف ولم نتحصل على نفس النتائج تسمى هذه الظاهرة بـ: تذبذب العينات

نظريا: كل النتائج لها نفس حظ الظهور لكن التجربة أعطت خلاف ذلك

حساب الوسط الحسابي لكل عينة:

$$\overline{X_1} = 1\times 0.1 + 2\times 0.1 + 3\times 0.2 + 4\times 0.1 + 5\times 0.2 + 6\times 0 = 2.6$$

$$\overline{X_2} = 4.7$$

$$\overline{X_3} = 3.3$$

تتمة الجدول:

النتائج	1	2	3	4	5	6
التكرار	20	17	17	17	11	18
التواتر	0,2	0,17	0,17	0,17	0,11	0,2

ملاحظة 4:

نلاحظ أن التواترات تميل نحو الإستقرار في القيمة 0,17

مفهوم التجربة العشوائية:

هي كل تجربة تتوزع فيها مجموعة نتائجها مسبقا دون الجزم بإحداها

البناء والترسيخ

مثال:

رمي زهرة نرد سداسي الأوجه مرقمة من 1 إلى 6 وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي

-لايمكن الجزم بالحصول على الرقم 1 في الرمية الأولى

-لايمكن الجزم في الحصول على الرقم 2 في الرمية الثانية

إذن فهي تجربة عشوائية

ملاحظة:

نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بـ Ω ونسميها مجموعة الإمكانات الممكنة أو 'المخارج'

كل عنصر من Ω يسمى إمكانية أو حادث

خاصية: قانون الأعداد الكبرى: lois des grandes nombres

إذا أعذنا تجربة ما في نفس الشروط k مرة فإنه كلما كان k إقترب تواتر كل مخرج من مخارجها أكثر نحو إحتمال تحقق هذا المخرج عندما نجري التجربة مرة واحدة أي

✦ توزيع التواترات للسلاسل ذات المقاس n تميل للاستقرار نحو قيمة ثابتة p كلما كان n كبيرا أي: $f_i \simeq p_i$.

مذكرة رقم:02	الأستاذة :عون الله صورية

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي السنة الدراسية:2022/2021 المدة:3ساعة	المستوى: 2 عتج 2تر ميدان التعلم:الحساب المحور:الإحصاء والإحتمالات الموضوع:الإحتمالات

المكتسبات القبلية:التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة:ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته-وصف تجربة عشوائية بسيطة عدد النتائج فيها منته-نمذجة بعض الوضعيات البسيطة

المراحل	سير الدرس	ملاحظات
الإنطلاق	نشاط: نضع في كيس 10 كريات مرقمة من 21 إلى 30 نسحب عشوائيا كرة واحدة ونسجل رقمها 1-عين مجموعة النتائج المكنة Ω 2-عين مجموعة إمكانيات كلا من الحادثتين التاليتين: ا-'A' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 ب-'B'الرقم المسجل على الكرة السحوبة مضاعف للعدد 4 جـ-'C' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة يساوي العدد 12 جـ- عين مجموعة الإمكانيات لكل من الحادثتين: ا-الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 و4 في آن واحد ب-الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 أو 4 الحل: مجموعة الإمكانات المكنة: $\Omega=\{21;22;23;24;25;26;27;28;29;30\}$ حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3: $A=\{21;24;27;30\}$ حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 4: $B=\{24;28\}$ حادثة ظهور الرقم 12: $C=\phi$ حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3 و4 في آن واحد: $A\cap B=\{24\}$ حادثة ظهور رقم مضاعف لـ 3 أو 4: $A\cup B=\{21;24;27;28;30\}$ مفهوم الحادثة: نسمي حادثة كل مجموعة جزئية من مجموعة الإمكانيات Ω أمثلة: رمي قطعة نقدية	

البناء والترسيخ	$\Omega=\{P;F\}$ الحوادث الممكنة هي: $\{P\};\{F\};\phi;\{P;F\}$ أنماط الحوادث: الحادث المستحيل: هو الحادث الذي سستحيل وقوعه ونرمز له بالرمز ϕ الحادث البسيط: هو الحادث الذي يحتوي على نتيجة واحدة مثال : رمي قطعة نقدية حادثة ظهور وجه $\{F\}$ حادث بسيط الحادث المركب: هو الحادث الذي يحتوي على الأقل على نتيجتين مثال: رمي زهرة نرد غير مزيف مرقمة من 1 إلى 6 حادثة ظهور رقم مضاف للعدد 3 على الوجه العلوي $\{3;6\}$ حادث مركب حادثة ظهور رقم زوجي على الوجه العلوي $\{2;4;6\}$ هي حادث مركب الحادثة العكسية: إذا كانت A حادثة يسمى الحادث المرموز له $\overline{A}$ الحادث العكسي للحادثة A ويطلق عليه أيض متممة A حيث: $\overline{A}=\Omega/A$ مثال: نرمي زهرة نرد غير مزيف ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي A هي حادثة ظهور رقم زوجي ومنه $\overline{A}=\Omega/A$ $\overline{A}=\{1;3;5\}$ الحادث $A\cap B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A و B معا: الحادث $A\cup B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A أو B الكتابة $A\subset B$ تعني وقوع الحادث A يستلزمه وقوع الحادث B	
الإنطلاق	نشاط: كيس به 14 كرية لا نميز بينها باللمس منها 5 كرات بيضاء و 3 سوداء و 6 حمراء أ-حسب تواتر الحصول على: لون أبيض ثم تواتر الحصول على لون أحمر ثم تواتر الحصول على لون أسود الحل: $\Omega=\{B_1;B_2;B_3;B_4;B_5;N_1;N_2;N_3;R_1;R_2;R_3;R_4;R_5;R_6\}$ تواتر الحصول على كرة بيضاء: $f_1=\frac{5}{14}$ تواتر الحصول على كرة سوداء: $f_2=\frac{3}{14}$ تواتر الحصول على كرة حمراء: $f_3=\frac{6}{14}$ ملاحظة: $f_1+f_2+f_3=1$	

البناء والترسيخ	**تعريف:** لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة و $P(\Omega)$ مجموعة الحوادث, نسمي إحتمالا على Ω كل تطبيق P لمجموعة من الحوادث في المجموعة $\mathbb{R}$ يحقق مايلي: $P(A)=\frac{cardA}{card\Omega}$ $cardA$: عدد عناصر المجموعة **A** $card\Omega$: عدد عناصر Ω **1-** من أجل كل حادثة **A** فإن $0 \le P(A) \le 1$ **2-** $P(\Omega)=1$ و $P(\varnothing)=0$ **3-** إذا كانت **A** و **B** حادثتين كيفيتين فإن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ **4-** إذا كانت **A** و **B** حادثتين غير متلائمتين ($A\cap B=\varnothing$) فإن $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ **5-** $P(\bar{A})=1-P(A)$ حيث $\bar{A}$ الحالة العكسية للحادثة **A** **6-** إذا كانت الحادثة **A** جزءا من الحادثة **B** ($A\subset B$) فإن $P(A)\le P(B)$	
إعادة الإستثمار	**تطبيق:** نعتبر تجربة سحب رقم من علبة تحتوي على الأرقام: $1;2;3;4;5;6$ ونسجل الرقم المسحوب في كل مرة,لتكن الحوادث التالية: " A " حادثة ظهور رقم أكبر من 5 "B" حادثة سحب رقم أصغر من 6 "C" حادثة سحب رقم زوجي **1-**عين عناصر Ω **2-**عين الحوادث: $\overline{A\cup B};\bar{A}\cup\bar{B};\bar{B};\bar{A};A\cup B;A\cap B;C;B;A$ **3-**أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث المذكورة في السؤال 2 **الحل:** $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$ $A=\{4;5;6\};\bar{A}=\{1;2;3\}$ $B=\{1;2;3;4;5\};\bar{B}=\{6\}$ $C=\{2;4;6\}$ $A\cup B=\{1;2;3;4;5;6\}$ $A\cap B=\{4;5\}$ $\overline{A\cup B}=\phi$ $\bar{A}\cup\bar{B}=\{1;2;3;6\}$	

حساب احتمال كل حادثة من الحوادث السابقة:

$$P(A)=\frac{1}{2};$$
$$P(B)=\frac{5}{6};$$
$$P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{1}{2}$$
$$P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{1}{6}$$
$$P(A\cap B)=\frac{1}{3}$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A\cap B)=1$$
$$P(\overline{A\cup B})=P(\phi)=0$$
$$P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{2}{3}$$

بناء

قانون الإحتمال:

لتكن Ω مجموعة ذات n إمكانية لتجربة عشوائية $\Omega=\{x_1;x_2;...;x_i;...;x_n\}$ يعرف قانون إحتمال P على E بإرفاق كل إمكانية x_i بعدد موجب P_i حيث مجموع الأعداد P_i يساوي 1 $\sum_{i=1}^{n}P_i=1; P_i\leq 1$

x_1	x_2	...	x_n
P_1	P_2	...	P_n

هذا الجدول يسمى قانون الإحتمال

إذا كان : $P_1=P_2=P_3=...=P_n=\alpha$ فإن: $n\alpha=1$ ومنه: $\alpha=\frac{1}{n}$

ملاحظة: نقول عن تجربة أنها متساوية الإحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الإحتمال ونقول قانون الإحتمال متساوي التوزيع

مثال: رمي زهرة نرد متوازنة بما أن الحوادث الأولية لها نفس حظوظ الظهور فإن:

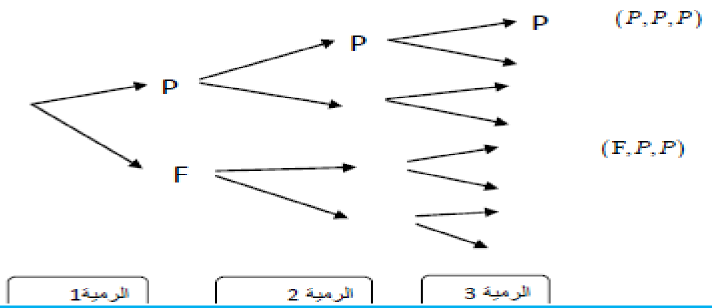
$$P(\{1\})=P(\{2\})=P(\{3\})=P(\{4\})=P(\{5\})=P(\{6\})=\frac{1}{6}$$

إستثمار

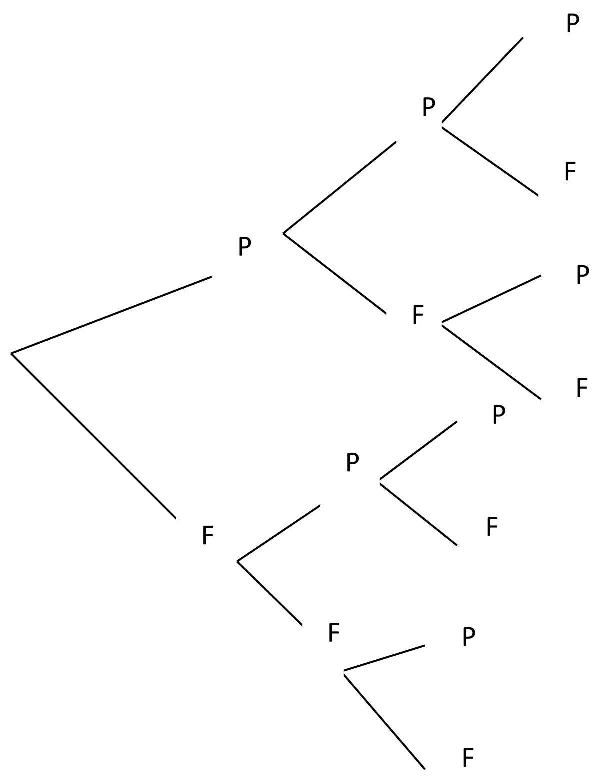
تمرين :

في تجربة عشوائية نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية ونسجل الوجه العلوي في كل مرة نرمز إلى الوجه بـ F وللظهر بـ P

لتكن النتائج كما هو موضح أدناه:



1-أكمل المخطط(يسمى هذا المخطط بشجرة الإمكانيات)
2-ماهي مجموعة الامكانيات Ω
3-عين الحدث A ظهور وجهين وظهر
الحل:



مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega=\{(P,P,P),(P,P,F),(P,F,P),(P,F,F),(F,P,P),(F,P,F),(F,F,P),(F,F,F)\}$$

الحدث A : $A=\{(P,F,F),(F,P,F),(F,F,P)\}$

تمرين:
زهرتي نرد غير مزيفتين أوجه كل منهما مرقمة من 1 إلى 6 أحدهما خضراء والأخرى حمراء، نرمي كل منهما في آن واحد ثم نسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي لكل منهما
1-عين مجموعة الإمكانات الممكنة Ω
2-عين قانون إحتمال التجربة
3-أحسب إحتمال الحصول على رقمين متساويين
4-أحسب إحتمال أن يكون الرقم الظاهر على زهرة النرد الخضراء أكبر من الرقم الظاهر على زهرة النرد الحمراء
الحل:
لتكن مجموعة الإمكانات Ω هي مجموعة الثنائيات المرتبة $(a;b)$ حيث: $1\le b\le 6;1\le a\le 6$

مجموعة الإمكانات الممكنة موضحة في الجدول أدناه:

R \ V	1	2	3	4	5	6
1	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$	$(1;5)$	$(1;6)$
2	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(2;5)$	$(2;6)$
3	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(3;5)$	$(3;6)$
4	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$	$(4;5)$	$(4;6)$
5	$(5;1)$	$(5;2)$	$(5;3)$	$(5;4)$	$(5;5)$	$(5;6)$
6	$(6;1)$	$(6;2)$	$(6;3)$	$(6;4)$	$(6;5)$	$(6;6)$

ومنه $card\Omega = 36$ حيث إحتمال كل مخرج هو : $\frac{1}{36}$ هنا قانون الإحتمال متساوي التوزيع واحتمال كل مخرج يساوي $\frac{1}{36}$

A حادثة ظهور رقمين متساويين:

$$A = \{(1;1);(2;2);(3;3)(4;4);(5;5);(6;6)\}$$

ومنه: $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

B حادثة ظهور رقم أخضر أكبر تماما من الرقم الأحمر:

$$B = \{(4;3);(5;2);(5;3);(5;4);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5)$$
$$(2;1);(3;1);(4;1);(5;1);(6;1);(3;2);(4;2)\}$$

إحتمال الحادثة B :

$$P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

يمكن التدرب أكثر على تمارين الكتاب المدرسي ص390 و391

الأستاذة :عون الله صورية	مذكرة رقم:03

المستوى: 2 عتج 2تر	**ثانوية:** الرئيس الراحل علي كافي
ميدان التعلم: الحساب	**السنة الدراسية:** 2022/2021
المحور: الإحصاء والإحتمالات	**المدة:** 3ساعة
الموضوع: الإحتمالات	

المكتسبات القبلية: مجموعة الإمكانات الممكنة لتجربة عشوائية- حساب إحتمال حادثة- قانون إحتمال

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته–حساب الأمل الرياضياتي-التباين –الإنحراف المعياري لمتغير عشوائي

المراحل	سير الدرس	ملاحظات
معارف	**المتغير العشوائي:**	

المتغير العشوائي:

ليكن الفضاء E حيث: $E=\{x_1;x_2;...;x_n\}$ نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة معرفة على E

لتكن $\{t_1;t_2;t_3;...;t_k\}$ مجموعة صور عناصر E بالدالة T حيث: $k\le n$

نرمز بـ: $(T=t_i)$ للحادثة المكونة من الإمكانيات التي صورها t_i حيث : $1\le i\le k$ فيكون قانون الإحتمال:

القيم	t_1	t_2	...	t_k
الإحتمال	$P(T=t_1)$	$P(T=t_2)$	...	$P(T=t_k)$

ترسيخ

مثال:

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5 نسحب في آن واحد كريتان ونفرض أن جميع السحبات متساوية الإحتمال

ليكن T المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الناتجين

-ماهي قيم المتغير العشوائي T ثم عين قانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي T

الحل:

السحبات الممكنة:

$$\{(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(2;3);(2;4);(2;5);(3;4);(3;5);(4;5)\}$$

وعددها 10 وعليه: عند سحب كرتين مجموع الرقمين هو أحد هذه الأعداد: 3,4,5,6,7,8,9

إذن: $T=\{3;4;5;6;7;8;9\}$

ومنه:
$$P(T=3)=\frac{1}{10};P(T=4)=\frac{1}{10};P(T=5)=\frac{2}{10}$$
$$P(T=6)=\frac{2}{10};P(T=7)=\frac{2}{10};P(T=8)=\frac{1}{10}$$
$$P(T=9)=\frac{1}{10}$$

ويكون قانون الاحتمال للمتغير العشوائي T كما يلي:

T	3	4	5	6	7	8	9
$P(T)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

معارف

الأمل الرياضياتي:

نضع $P(T=t_i)=P_i$ نجد الأمل الرياضي كما يلي: $E=\sum_{i=1}^{k} t_i P_i$

في المثال السابق لدينا:

$$E=3\times\frac{1}{10}+4\times\frac{1}{10}+5\times\frac{2}{10}+6\times\frac{2}{10}+7\times\frac{2}{10}+8\times\frac{1}{10}+9\times\frac{1}{10}=6$$

التباين:

$$\mathbf{V(t)}=\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{t_i}-E(t))^2 p_i$$

في المثال السابق:

$$V=\frac{1}{10}(3-6)^2+\frac{1}{10}(4-6)^2+\frac{2}{10}(5-6)^2+\frac{2}{10}(6-6)^2+\frac{2}{10}(7-6)^2+\frac{1}{10}(8-6)^2+\frac{1}{10}(9-6)^2=2.8$$

الإنحراف المعياري:

$$\sigma(\mathbf{T})=\sqrt{\mathbf{V(T)}}$$

في المثال السابق:

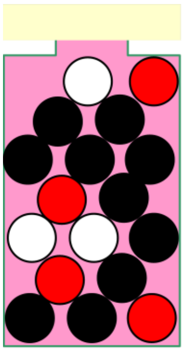
$$\sigma(\mathbf{T})=\sqrt{\mathbf{V(T)}}=1.67$$

إعادة إستثمار وترسيخ

تمرين:

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء ، 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نميز بينها باللمس .
تُسحب عشوائيا كرية من الصندوق فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ،
يربح ثلاثة دنانير إذا كانت الكرية حمراء و عشرة دنانير إذا كانت الكرية بيضاء .
نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة

1- عين القيم الممكنة للمتغير X
2- عرّف قانون الاحتمال للمتغير X
3- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير X
4- أحسب الانحراف المعياري للمتغير X



- قيم X الممكنة هي : **1 ، 3 ، 10**

2- الحادثة "**X=1**" هي " سحب كرية سوداء " عدد الكريات السوداء 10 و عدد كل الكريات 17

ومنه $\mathbf{P(X=1)=\frac{10}{17}}$ (حالة تساوي احتمال)

بنفس الطريقة نجد : $\mathbf{P(X=3)=\frac{4}{17}}$ و $\mathbf{P(X=10)=\frac{3}{17}}$

تجمع النتائج في الجدول التالي :

$\mathbf{X_i}$	**1**	**3**	**10**
$\mathbf{P(X=X_i)}$	$\mathbf{\frac{10}{17}}$	$\mathbf{\frac{4}{17}}$	$\mathbf{\frac{3}{17}}$

3- $\mathbf{E(X)}=\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{17}}+3\times\frac{4}{17}+10\times\frac{3}{17}=\frac{52}{17}\simeq 3,06$ و يمثل هذا العدد متوسط الربح في اللعبة

4- $\mathbf{V(X)}=\mathbf{1}^2\times\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{17}}+3^2\times\frac{4}{17}+10^2\times\frac{3}{17}-\left(\frac{52}{17}\right)^2=\frac{3178}{289}$

و بالتالي : $\sigma(X) = \frac{\sqrt{3178}}{17} \simeq 3,32$

مسألة:

يحتوي صندوق على 90 كرية حيث :

- ألوان الكريات هي : الأحمر ، الأسود و الأبيض .
- 30 كرية على الأقل حمراء .
- عدد الكريات الحمراء و السوداء معا هو 60 على الأقل

يشارك شخص في لعبتين و قبل البدء في أية لعبة يُخيّر بين قاعدتين :

اللعبة الأولى

يسحب اللاعب كرية واحدة و حسب لونها

و القاعدة المختارة يربح اللاعب :

	كرية حمراء	كرية بيضاء	كرية سوداء
القاعدةA	100 DA	0 DA	0 DA
القاعدةB	0 DA	100DA	0 DA

اللعبة الثانية

يسحب اللاعب كرية واحدة و حسب لونها

و القاعدة المختارة يربح اللاعب :

	كرية حمراء	كرية بيضاء	كرية سوداء
القاعدةC	100DA	0 DA	100 DA
القاعدةD	0 DA	100 DA	100 DA

1- ماهي القاعدة المناسبة للرّبح أكثر بالنسبة للعبة الأولى ؟

2- ماهي القاعدة المناسبة للرّبح أكثر بالنسبة للعبة الثانية ؟

الحل:

عموما يختار المشاركون بالنسبة للعبة الأولى القاعدة A و بالنسبة للعبة الثانية للقاعدة D بتوظيف الأمل الرياضياتي يتبين أن الإختيار مناسب

نرمز بالرموز P(R) , P(N) , P(B) لاحتمالات سحب كرية حمراء ، سوداء و بيضاء على الترتيب .

حسب المعطيات لدينا :

$$P(R) \geq \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad P(R) + P(N) \geq \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad P(R) + P(N) + P(B) = 1$$

بالنسبة للعبة الأولى

نعتبر x_1 و x_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين A و B على الترتيب

$$E(x_1) = 100 \times P(R) \geq \frac{100}{3}$$

$$E(x_2) = 100 \times P(B)$$

$$P(B) = 1 - (P(R) + P(N)\ )$$

$P(B) \leq 1 - \frac{2}{3}$ أي أن $P(B) \leq \frac{1}{3}$

و منه $E(x_2) \leq \frac{100}{3}$

اختيار القاعدة A أفضل

بالنسبة للعبة الثانية

نعتبر y_1 و y_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين C و D على الترتيب

$$E(y_1) = 100(P(R) + P(N)) \geq \frac{200}{3}$$

$$E(y_2) = 100(P(B) + P(N))$$

$$P(B) + P(N) = 1 - P(R) \leq 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

و منه $E(y_2) \leq \frac{200}{3}$

اختيار القاعدة D أفضل