المعادلات والمتراجحات

I. المتطابقات الشهيرة (مراجعة)

1) المتطابقات الشهيرة للنشر:

$$(a+b)^2 = (\mathrm{a})^2 + (\mathrm{b})^2 + 2(\mathrm{a})(\mathrm{b})$$

$$(a-b)^2 = (\mathrm{a})^2 + (\mathrm{b})^2 - 2(\mathrm{a})(\mathrm{b})$$

$$(a-b)(a+b) = (a)^2 - (b)^2$$

2) المتطابقات الشهيرة للتحليل:

$$(\mathrm{a})^2 + (\mathrm{b})^2 + 2(\mathrm{a})(\mathrm{b}) = (a+b)^2$$

$$(\mathrm{a})^2 + (\mathrm{b})^2 - 2(\mathrm{a})(\mathrm{b}) = (a-b)^2$$

$$(a)^2 - (b)^2 = (a-b)(a+b)$$

II. ترابط الدوال المؤدية من x إلى $f(x)$

ننتقل من x إلى $f(x)$ بتطبيق دالتين على التوالي: <u>الدالة التآلفية</u> ثم <u>الدالة المرجعية</u> المناسبة

<u>**مثال 1:**</u>

$$f(x) = (2x-1)^2$$

$$x \xrightarrow{u} 2x-1 \xrightarrow{v} (2x-1)^2$$

إذن $\boxed{u(x) = 2x-1}$ و $\boxed{v(x) = x^2}$

و منه $f(x) = v[u(x)] = v(2x-1) = (2x-1)^2$

<u>**مثال 2:**</u>

$$g(x) = 3(x+5)^2 - 7$$

$$x \xrightarrow{u} x+5 \xrightarrow{v} 3(x+5)^2 - 7$$

إذن $\boxed{u(x) = x+5}$ و $\boxed{v(x) = 3x^2 - 7}$

ومنه $g(x) = v[u(x)] = v(x+5) = 3(x+5)^2 - 7$

<u>**مثال 3:**</u>

$$h(x) = \frac{1}{x-4} + 6$$

$$x \xrightarrow{u} x-4 \xrightarrow{v} \frac{1}{x-4} + 6$$

إذن $\boxed{u(x) = x-4}$ و $\boxed{v(x) = \frac{1}{x} + 6}$

ومنه $h(x) = v[u(x)] = v(x-4) = \frac{1}{x-4} + 6$

<u>**مثال 4:**</u>

$$g(x) = \sqrt{x+3} - 2$$

$$x \xrightarrow{u} x+3 \xrightarrow{v} \sqrt{x+3} - 2$$

إذن $\boxed{u(x) = x+3}$ و $\boxed{v(x) = \sqrt{x} - 2}$

ومنه $g(x) = v[u(x)] = v(x+3) = \sqrt{x+3} - 2$

Prof Mustapha
KHALDI

III]. معادلات يؤول حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

- $A(x) \times B(x) = 0 \implies A(x) = 0$ أو $B(x) = 0$
- $[A(x)]^n = 0 \implies A(x) = 0$
- $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0 \implies \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$

IV]. إشارة معادلة من الدرجة الأولى $ax + b$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a	0	إشارة a

- $A(x) \times B(x) \geq 0 \implies$ استنتاج الحل من جدول الاشارة
- $\dfrac{A(x)}{B(x)} \geq 0 \implies \begin{cases} A(x) \times B(x) \geq 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$

V]. المتطابقات الهامة

$$(a+b)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$$

$$(a-b)^3 = (a)^3 - 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 - (b)^3$$

$$(a+b)^4 = (a)^4 + 4(a)^3(b) + 6(a)^2(b)^2 + 4(a)(b)^3 + (b)^4$$

$$(a-b)^4 = (a)^4 - 4(a)^3(b) + 6(a)^2(b)^2 - 4(a)(b)^3 + (b)^4$$

$$(a+b)^5 = (a)^5 + 5(a)^4(b) + 10(a)^3(b)^2 + 10(a)^2(b)^3 + 5(a)(b)^4 + (b)^5$$

$$(a-b)^5 = (a)^5 - 5(a)^4(b) + 10(a)^3(b)^2 - 10(a)^2(b)^3 + 5(a)(b)^4 - (b)^5$$

VI]. حل معادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c$

① حساب المميز

$$\boxed{\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)}$$

Prof Mustapha

KHALDI

② الشكل النموذجي

$$ax^2 + bx + c = \boxed{a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]}$$

③ ملخص حل واشارة وتحليل معادلة من الدرجة الثانية من الشكل $E = ax^2 + bx + c$

$$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$$

إذا كان	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
فإن المعادلة	لا تقبل حلول	تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b}{2a}$	تقبل حلين متمايزين $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
إشارتها	x: $-\infty$ … $+\infty$ E: إشارة a	x: $-\infty$ … x_0 … $+\infty$ E: إشارة a ، 0 ، إشارة a	x: $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$ E: إشارة a ، 0 ، عكس إشارة a ، 0 ، إشارة a
تحليلها	لا تقبل تحليلا	$E = a(x - x_0)^2$	$E = a(x - x_1)(x - x_2)$

④ المميز المختصر: (إذا كان b زوجي)

$$b' = \frac{b}{2}$$

$$\Delta' = (b')^2 - (a)(c)$$

إذا كان	$\Delta' < 0$	$\Delta' = 0$	$\Delta' > 0$
فإن المعادلة	لا تقبل حلول	تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b'}{a}$	تقبل حلين متمايزين $x_1 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$

Prof Mustapha
KHALDI

ملاحظات

- إذا كان $a + b + c = 0$ فإن:

$$x_1 = 1 \quad ; \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

- إذا كان $a - b + c = 0$ فإن:

$$x_1 = -1 \quad ; \quad x_2 = -\frac{c}{a}$$

- جداء ومجموع حلي معادلة من الدرجة 2:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad ; \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Prof Mustapha
KHALDI

مركز تناظر

- طريقة 1: $W(a\,;\,b)$ مركز تناظر $\Leftarrow f(2a-x)+f(x)=2b$
- طريقة 2: $W(a\,;\,b)$ مركز تناظر $\Leftarrow f(a+x)+f(a-x)=2b$
- طريقة 3: دستور تغيير معلم

$W(a\,;\,b)$ مركز تناظر $\Leftarrow \begin{cases} x=a+X \\ y=b+Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y=f(a+X)-b$$

2) إثبات أن Y دالة فردية.

محور تناظر

- طريقة 1: $x=a$ محور تناظر $\Leftarrow f(2a-x)=f(x)$
- طريقة 2: $x=a$ محور تناظر $\Leftarrow f(a+x)=f(a-x)$
- طريقة 3: دستور تغيير معلم

$x=a$ محور تناظر $\Leftarrow \begin{cases} x=a+X \\ y=Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y=f(a+X)$$

2) إثبات أن Y دالة زوجية.