



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 3 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$

و (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 4$.

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعين أساسها و حدها الأولى.

2) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على \mathbb{N} .

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $w_n = 5\left(\frac{1}{v_n + 5} - 1\right)$

أ) بين أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على \mathbb{N} .

ب) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعارد والمتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$

نعتبر النقط $D(1;1;1)$ ، $A(2;-1;1)$ ، $B(-1;2;1)$ ، $C(1;-1;2)$ و

1) تحقق أن النقط A ، B و C تُعين مستويا.

ب) بين أن $\bar{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

ج) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) لتكن النقطة G مرجم الجملة المثلثة $\{(A;1), (B;2), (C;-1)\}$.

أ) احسب إحداثيات G .

ب) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تتحقق:

بيان أن (Γ) هي المستوي المحوري لقطعة المستقيمة $[GD]$.

ج) أثبت أن معادلة (Γ) هي : $6x - 4y + 2z + 3 = 0$.

3) بيان أن المستويين (ABC) و (Γ) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعين تمثيل وسيطي له.

التمرين الثالث: (٥٥ نقاط)

- ١) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$
 ٢) المستوى المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{u}, \bar{v})$ ، لكن فقط A, B, C و D التي

$$\cdot z_D = \frac{z_C}{2} \quad z_C = 6\sqrt{2}, \quad z_B = \bar{z}_A, \quad z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$$

لها لاحقاتها على الترتيب :
 أ) اكتب z_A, z_B و z_C على الشكل الأسني.
 ب) احسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}} \right)^{2014}$.

ج) بين أن النقط O, B, A و C تنتهي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ، يطلب تعين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قياساً للزاوية $(\overline{CA}; \overline{CB})$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

٣) ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R .

ب) عين لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثمتحقق أن النقط A, C و C' في استقامية.

ج) عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R .

التمرين الرابع: (٥٦ نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$.

١) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ؛ فسر النتيجين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

٢) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 1$.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) بين أن المعادلة $0 = f(x)$ تقبل في المجال $[0; 1]$ حالاً وحيداً x ، حيث

٣) أنشئ (T) و (C_f) .

٤) لتكن الدالة h المعرفة على $\{0\} - \mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$

و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معروف، $h(x) - h(-x) = 0$. ماذما تستنتج؟

ب) أنشئ المنحنى (C_h) إعتماداً على المنحنى (C_f) .

ج) نقش بياني، حسب قيمة الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

I) نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2^n}}$

(e) هو أساس اللوغاريتم النبيري .

1) بين أن (u_n) متالية هندسية ، يطلب تعين أساسها و حدتها الأول.

2) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، مازا تستنتج ؟

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

II) نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$ (v يرمز إلى اللوغاريتم النبيري).

1) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتاج نوع المتالية (v_n) .

2) احسب بدلالة n العدد P_n حيث : $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$

ب) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث : $P_n + 4n > 0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

. $C(2;0;0)$ ، $A(1;-1;-2)$ ، $B(1;-2;-3)$ ، $O(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط

1) برهن أن A ، B و C ليست في استقامية .

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوى (ABC) .

ج) تحقق أن $0 = x + y - z - 2$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرقين بمعادلتيهما كما يلي :

$(P): x - y - 2z + 5 = 0$ و $(Q): 3x + 2y - z + 10 = 0$

برهن أن (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$

3) عين تقاطع المستويات (ABC) ، (P) و (Q) .

4) لتكن $M(x; y; z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M, P)$ المسافة بين M و المستوى (P)

و $d(M, Q)$ المسافة بين M و المستوى (Q) ، عين المجموعة (Γ) للنقط M بحيث :

$$\sqrt{6} \times d(M, P) = \sqrt{14} \times d(M, Q)$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z حيث :

$$(z - i)(z^2 - 2z + 5) = 0$$

2) في المستوى المركب المنسب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (وحدة الطول 1cm) ، تعطى النقط A ، B ، C التي لاحقاتها : $z_A = i$ ، $z_B = 1 + 2i$ و $z_C = 1 - 2i$ على الترتيب .

أ) أنشئ النقط A ، B و C.

ب) جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) .

ج) احسب مساحة المثلث $.ABC$

(3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عين الكتابة المركبة للتشابه S .

ب) بين أن مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2} cm^2$.

(4) نقطة لاحتها z ، عين مجموعة النقط M حيث: $|z| = |iz + 1 + 2i|$

التمرين الرابع: (70 نقاط)

I) - لكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $4 - 7x + 2x^2 - 4x^3$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$. (1)

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيراتها.

أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا واحدًا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$. (2)

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعمد والمتجانس $(\bar{O}; \bar{i}, \bar{j})$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (1)

أ) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$. (2)

ب) استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعين معادلة له.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

أ) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشقة الدالة f . (3)

ب) استنتاج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . (نأخذ $1,0 < \alpha < 0,1$)

أ) احسب $f'(1)$ ثم حل في \mathbb{R} المعادلة $f'(x) = 0$. (4)

أ) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (5)

أ) لتكن h الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $h(x) = f(x) - 2$.

ب) استنتاج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعينه، ثم أنشئ (C_h) .