

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين لاحقتيهما على الترتيب  $z_A$  و  $z_B$  حيث:  $z_A = 1 - i$  و  $z_B = 3 + 3i$ .

(1) أ) اكتب  $z_A$ ،  $z_B$  على الشكل الأسّي.

ب)  $n$  عدد طبيعي، عيّن قيم  $n$  بحيث يكون العدد  $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$  حقيقيا.

ج)  $z$  عدد مركب حيث:  $\frac{z}{z_A} = 4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ؛ احسب طولية العدد  $z$  وعمدة له، ثم اكتب  $\frac{z}{z_A}$  على الشكل الجبري.

د) استنتج  $\cos \frac{\pi}{12}$  و  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

(2) أ) احسب اللاحقة  $z_C$  للنقطة  $C$  صورة النقطة  $B$  بالدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$ ، واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

ب) احسب  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A; -1), (B; 1), (C; 1)\}$ ، ثم بيّن أنّ  $ABDC$  مربع.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(1; 2; 2)$ ،  $B(2; 0; 2)$ ،  $C(-2; 3; 7)$

والمستوي  $(P)$  المعروف بالتمثيل الوسيطى:  $\begin{cases} x = 2 + \beta \\ y = -1 - 3\alpha - \beta \\ z = -\alpha \end{cases}$  و  $\alpha$  و  $\beta$  وسيطان حقيقيان.

(1) أ) بيّن أنّ النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا.

ب) تحقق أنّ الشعاع  $\vec{n}(2; 1; 1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$ ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

(2) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$ ، ثم بيّن أنّ المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  متعامدان.

ب) بيّن أنّ تقاطع  $(P)$  و  $(ABC)$  هو المستقيم  $(\Delta)$  ذو التمثيل الوسيطى:  $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -4 - 7t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$

(3) أ) عيّن إحداثيات النقطة  $H$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$ .

- (ب) احسب المسافة بين النقطة  $H$  والمستقيم  $(\Delta)$ .
- (4) لتكن  $(\mathcal{P}')$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء بحيث:  $\vec{u} = 0$  ( $\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}$ ) هو شعاع توجيه  $(\Delta)$ .
- (أ) بين أن المجموعة  $(\mathcal{P}')$  هي مستوي يطلب تعيين عناصره المميزة، ثم استنتج معادلة ديكرتية له.
- (ب) بين أن المستويات الثلاثة  $(\mathcal{P})$ ،  $(ABC)$  و  $(\mathcal{P}')$  تتقاطع في نقطة واحدة  $E$ ، ثم عين إحداثيات  $E$ .
- (ج) احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة  $H$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

### التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

- (1) (أ) عين ، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  ، باقي القسمة الإقليدية للعدد  $8^n$  على 13.
- (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $3 - 2014^{2037} + 42 \times 138^{2015}$  على 13.
- (2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$ .
- (ب) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون:  $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0 [13]$ .

### التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

- (I)  $h$  الدالة المعرفة على المجال  $]-2; +\infty[$  بما يلي:  $h(x) = (x+2)^2 + 2 - 2\ln(x+2)$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $]-2; +\infty[$  ،  $h(x) > 0$  .

- (II)  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-2; +\infty[$  بما يلي:  $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x+2} \ln(x+2)$ .

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول 1cm).

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وفسر النتيجة هندسيا ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ .

(2) (أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]-2; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$ .

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]-2; +\infty[$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

(ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(4) (أ) اثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $A$  يطلب تعيين إحداثياتها.

(ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى  $(C_f)$ .

(ج) احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتين

التي معادلاتها:  $y = 0$  ،  $x = -1$  و  $x = 1$ .

(III)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-2; +\infty[$  بما يلي:  $g(x) = |x+1| + \frac{2}{x+2} |\ln(x+2)|$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$  ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى  $g$ ؟

(2) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

(3) انطلاقاً من المنحنى  $(C_f)$  ارسم المنحنى  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  في نفس المعلم السابق.



## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين  $A(2;3;1)$ ،  $B(1;2;-2)$

$$. \begin{cases} x=1 \\ y=1-t ; (t \in \mathbb{R}) \\ z=3+2t \end{cases} .$$

(1) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{u}(1;2;-2)$  شعاع توجيه له .

ب) عيّن إحداثيات النقطة  $C$  نقطة تقاطع المستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$  .

(2)  $(\mathcal{P})$  المستوي المعيّن بالمستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$  .

بيّن أن  $\vec{n}(2;-2;-1)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(\mathcal{P})$ ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

(3) أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(\mathcal{Q})$  الذي يشمل النقطة  $B$  ويعامد المستقيم  $(\Delta)$  .

ب) عيّن إحداثيات النقطة  $E$  المسقط العمودي للنقطة  $B$  على المستقيم  $(\Delta)$  .

ج) احسب المسافة بين النقطة  $B$  والمستقيم  $(\Delta)$  .

د) احسب مساحة المثلث  $BEC$  .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) حل في  $\mathbb{C}$  مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية:  $z^2 - 4(\sin \theta)z + 4 = 0 \dots (I)$

حيث  $\theta$  وسيط حقيقي .

(2) من أجل  $\theta = \frac{\pi}{3}$  نرمز إلى حلي المعادلة (I) بـ  $z_1$  و  $z_2$  . اكتب  $z_1$  و  $z_2$  على الشكل الأسّي .

(3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقطة  $A$ ،  $B$  و  $C$  التي لاحقاتها على

الترتيب:  $z_A = \sqrt{3} + i$ ،  $z_B = \sqrt{3} - i$  و  $z_C = 3\sqrt{3} + i$  .

أ) اكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسّي . واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

ب) استنتج أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $B$  بالتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $A$  ويطلب تعيين نسبته وزاوية له .

ج) عيّن لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $B$  بالانسحاب  $t$  الذي شعاعه  $\overline{AC}$ ، ثم حدّد طبيعة الرباعي  $ABDC$  .

(4) أ) عيّن  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $\frac{z - z_C}{z - z_B}$  تخيلي صرف مع  $z \neq z_B$  .

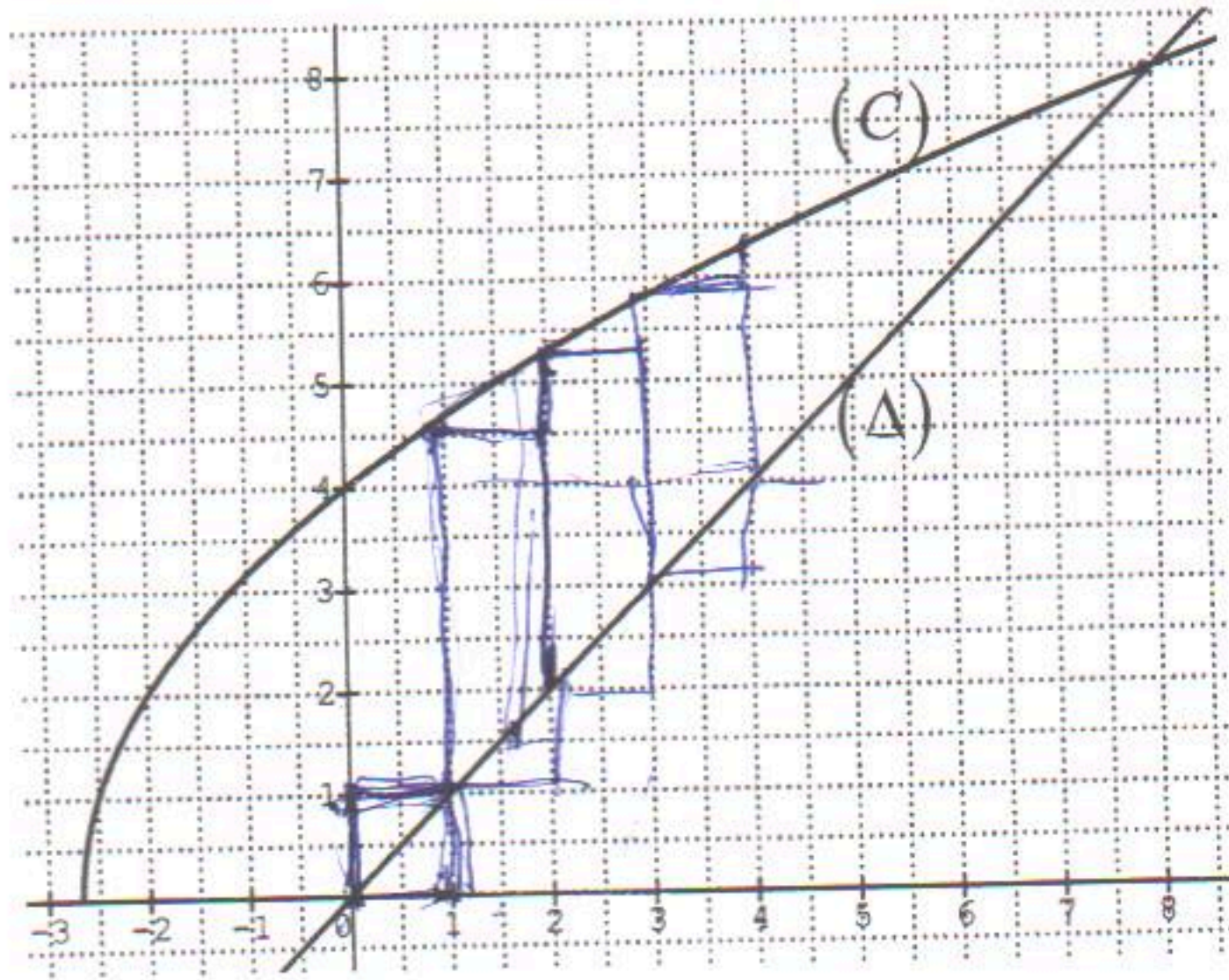
ب) عيّن  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $\frac{z - z_C}{z - z_B}$  حقيقيا مع  $z \neq z_B$  .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بعدها الأول  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

(1)  $h$  الدالة المعرفة على المجال  $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right]$  بما يلي:  $h(x) = \sqrt{6x + 16}$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس و  $(\Delta)$  المستقيم ذو معادلة  $y = x$  (أنظر الشكل في الصفحة الموالية).



(أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).  
 (ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير  $(u_n)$  وتقاربهما.  
 (2) (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  
 $0 \leq u_n < 8$

(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16 + u_n}}$$

(ج) استنتج اتجاه تغير  $(u_n)$ .

(3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$  ، ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

(I)  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $g(x) = (x+2)e^x - 2$

(1) احسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) احسب  $g(0)$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$

( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = -g(x)$

(ب) استنتج إشارة  $f'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(ج) بين أن المستقيم ( $\Delta$ ) ذا المعادلة  $y = 2x + 3$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى ( $C_f$ ) عند  $-\infty$

ثم ادرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المستقيم ( $\Delta$ ).

(3) (أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $0,92 < \alpha < 0,93$  و  $-1,56 < \beta < -1,55$

(ب) ارسم المستقيم ( $\Delta$ ) والمنحنى ( $C_f$ ) على المجال  $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$

(4) (أ) بين أن الدالة:  $x \mapsto xe^x$  هي دالة أصلية للدالة  $x \mapsto (x+1)e^x$  على  $\mathbb{R}$

(ب) احسب  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى ( $C_f$ ) والمستقيم ( $\Delta$ ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما:

$x = 0$  ،  $x = \alpha$  (حيث  $\alpha$  هي القيمة المعرفة في السؤال (3) أ).

(ج) جد حصر العدد  $A$