المستوى:2ع ت　　　　　　　ثانوية اتباطة تيميزار　　　　　　　المدة:1 ساعة و نصف

الفرض الاول في الرياضيات

---

## التمرين الأول: (8 ن)

$f$ دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $I=[-5;7]$ بجدول تغيراتها:

| $x$ | $-5$ | | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $5$ | | $7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | | $0$ | | $0$ | | $0$ | | $0$ | | |
| $f(x)$ | $-1$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $0$ | ↗ | $5$ | ↘ | $2$ | ↗ | $4$ |

1. اكمل الجدول السابق.
2. حل في المجال $I$ المعادلة $f(x)=0$ و $f'(x)=0$ .
3. استنتج إشارة $f(x)$ .
4. عين القيم الحدية المحلية للدالة $f$
5. هل الدالة $f$ تقبل نقطة انعطاف؟ برر.
6. ارسم المنحنى $(C)$ الممثل للدالة $f$ على $I$ .

## التمرين الثاني: (12ن)

نعتبر الدال $f$ المعرفة على $[0;4]$ بـ: $f(x)=-x^3+6x^2-9x+4$

1) احسب $f'(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها على $[0;4]$.
2) عين القيم الحدية المحلية للدالة $f$.
3) عين حصرا للدالة $f$ على المجال $[1;3]$ ثم على المجال $[3;4]$ و قارن بين العددين $f\left(\sqrt{3}\right)$ و $f\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$
4) اكتب معادلة المماس $(T)$ المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 2.
5) ادرس الوضع النسبي بين $(C_f)$ و $(T)$
6) عين احسن تقريب تالفي للدالة $f$ بجوار 2 ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(2,0001)$
7) اثبت ان النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر $(C_f)$.
8) ارسم بدقة $(T)$ و $(C_f)$ وعين بيانيا حلول المعادلة $f(x)=3$

**بالتوفيـــــــــــــــق**

## التمرين الأول:

1. اكمال الجدول

| $x$ | $-5$ | | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $5$ | | $7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $4$ |

2. حل في المجال $I$ المعادلة $f(x)=0$ و $f'(x)=0$ .
من جدول التغيرات لدينا $f(-1)=0$ منه حل المعادلة هو $-1$ .
و $f'(-3)=0$ $f'(-1)=0$ $f'(2)=0$ $f'(5)=0$ منه حلول المعادلة هي $S=\{-3;-1;2;5\}$

3. من جدول التغيرات نلاحظ:

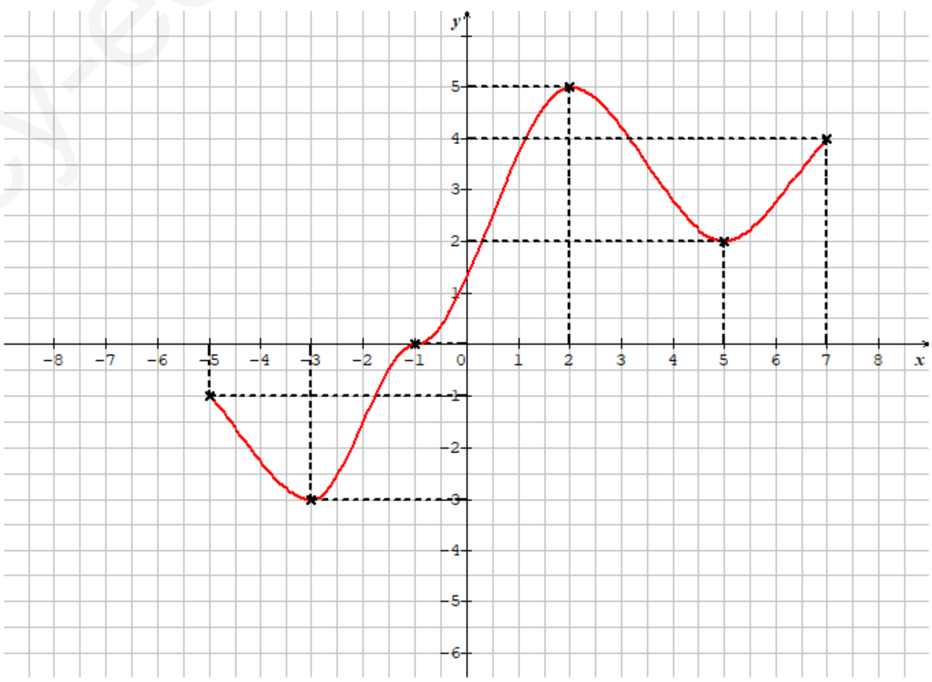
| $x$ | $-5$ | | $-1$ | | $7$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

تعيين القيم الحدية المحلية للدالة $f$ : $-3$ قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند $-3$
$2$ قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند $5$
$5$ قيمة حدية محلية كبرى تبلغها عند $2$

4.
$(2;5)$ و $(5;-2)$ قيمة حدية محلية كبرى.

5. الدالة $f$ تقبل نقطة انعطاف هي $(-1;0)$ لان المشتقة تنعدم عند $0$ و لا تغير اشارتها.

6. الرسم:



**التمرين الثاني:**

نعتبر الدال $f$ المعرفة على $[0;4]$ بـ: $f(x)=-x^3+6x^2-9x+4$

1) حساب $f'(x)$ : $f'(x)=-3x^2+12x-9$

دراسة تغيرات الدالة $f$ $\quad$ $f'(x)=0$ معناه $-3x^2+12x-9=0$

$\Delta=12^2-4(-3)(-9)=144-108=36>0$ منه المعادلة تقبل حلين متمايزين

$x_1=\dfrac{-12-\sqrt{36}}{-6}=3$ و $x_2=\dfrac{-12+\sqrt{36}}{-6}=1$

جدول تغيراتها على $[0;4]$.

| $x$ | 0 | | 1 | | 3 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| $f(x)$ | 4 | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ | 4 | $\searrow$ | 0 |

2) القيم الحدية المحلية للدالة $f$.

من جدول التغيرات لدينا $0$ قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند $1$

$4$ قيمة حدية محلية كبرى تبلغها عند $3$

3) حصرا للدالة $f$ على المجال $[1;3]$ ثم على المجال $[3;4]$

الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[1;3]$ منه $f(1)\le f(x)\le f(3)$ أي $0\le f(x)\le 4$

الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $[3;4]$ منه $f(4)\le f(x)\le f(3)$ أي $0\le f(x)\le 4$

مقارنة العددين $f\left(\sqrt{3}\right)$ و $f\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)$

لدينا $\sqrt{3}\in[1,3]$ و $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\in[1,3]$ حيث $\sqrt{2}<\sqrt{3}$ و بما ان الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[1;3]$

فان $f\left(\sqrt{3}\right)>f\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)$

4) معادلة المماس $(T)$ المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $2$.

$$\begin{aligned}(T): y&=f'(2)(x-2)+f(2)\\&=3(x-2)+2\\&=3x-6+2\\&=3x-4\end{aligned}$$

$f'(2)=-3(2)^2+12(2)-9=3$

5) دراسة الوضع النسبي بين $(C_f)$ و $(T)$: ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

$$\begin{aligned}f(x)-y&=-x^3+6x^2-9x+4-3x+4\\&=-x^3+6x^2-12x+8\\&=(-x)^3+3\cdot 2x^2-3\cdot 2^2x+2^3\\&=(2-x)^3\end{aligned}$$

| $x$ | $0$ | $2$ | $4$ |
| --- | --- | --- | --- |
| $f(x)-y$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ فوق $(T)$ | $(C_f)$ يقطع $(T)$ | $(C_f)$ تحت $(T)$ |

6) احسن تقريب تالفي للدالة $f$ بجوار $2$ هو المماس $(T)$ الذي معادلته $y=3x-4$ وبالتالي القيمة التقريبية للعدد $f(2{,}0001)$

$$f(2{,}0001)\simeq 3(2{,}0001)-4=2{,}0001$$

7) اثبات ان النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر $(C_f)$:

$$f(2a-x)+f(x)=2b$$

$$f(2(2)-x)+f(x)=f(4-x)+f(x)$$

$$=-(4-x)^3+6(4-x)^2-9(4-x)+4-x^3+6x^2-9x+4$$

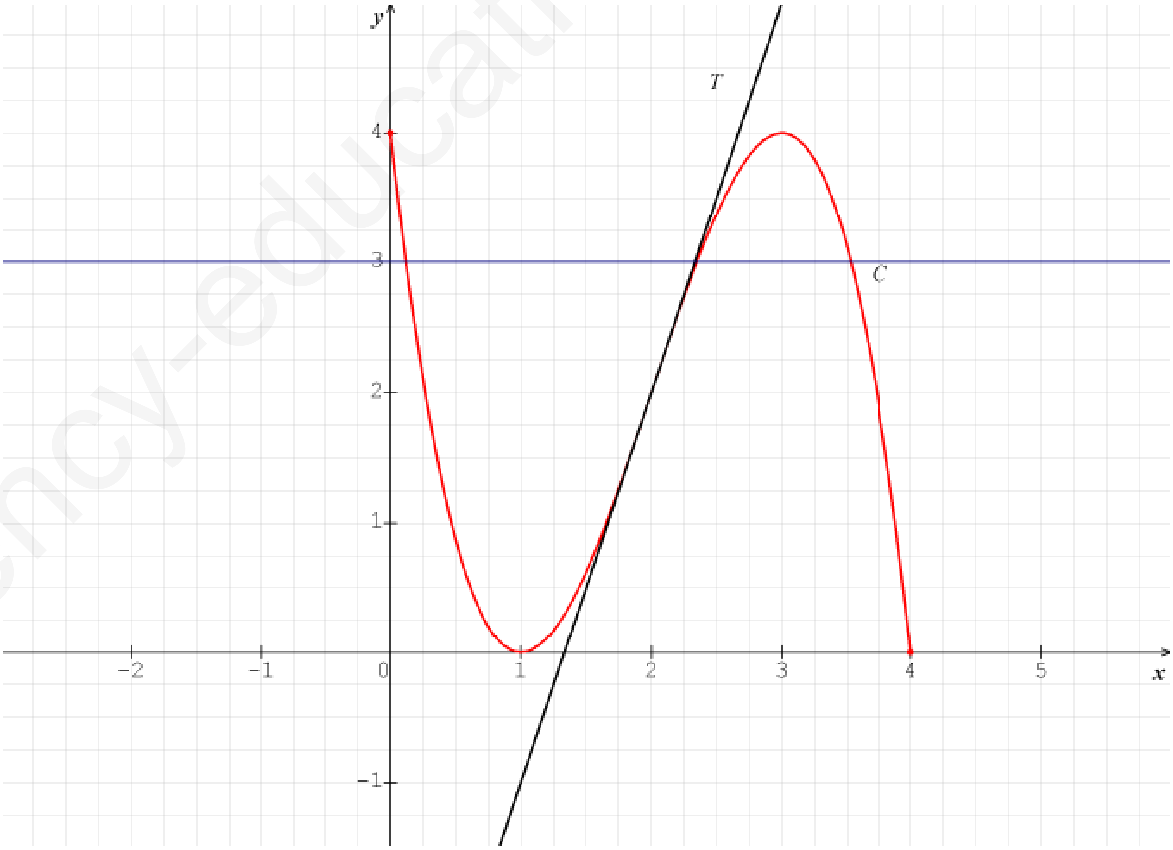
$$=-(-x^3+12x^2-48x+64)+6(x^2-8x+16)-36+9x-x^3+6x^2-9x+8$$

$$=x^3-12x^2+48-64+6x^2-48x+96-36+9x-x^3+6x^2-9x+8$$

$$=4=2b$$

منه النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر $(C_f)$.

8) رسم $(T)$ و$(C_f)$ وتعيين بيانيا حلول المعادلة $f(x)=3$




حلول المعادلة $f(x)=3$ هي نقاط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم الذي معادلته $Y=3$