التمرين الأول : (11 نقطة)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) 1) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها .

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب ، يطلب تعيين معادلة له .

4) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقاربا مائل للمنحنى (C_f) .

5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

II) 1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$.

2) عين اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

III) 1) بين أن النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2) أرسم كلا من : (Δ) ، (D) و (C_f) .

3) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.

التمرين الثاني : (09ن)

I) (u_n) المتتالية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{3}{4}u_n+2 \end{cases}$.

1) أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$

والمنحنى (d) الممثل للدالة f . حيث : $f(x)=\dfrac{3}{4}x+2$.

2) باستعمال الرسم المحصل عليه ، مثل على محور الفواصل الحدود التالية : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 .

3) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، وتقاربها .

4) أ) بين أن : $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{1}{4}u_n+2$

ب) باعتبار أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n<8$

- اثبت أن : $-\dfrac{1}{4}u_n+2>0$ ، وماذا تستنتج ؟

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-8$

1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$.

3) أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$ و $Q_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

4) أحسب بدلالة n الجداء : $\pi_n=v_0.v_1.v_2.\dots.v_n$.