

الفصل الثالث

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر (C_f) التمثيل البياني لدالة f المعرفة كما يلي:

$f(x) = \frac{x}{1-2x}$ ، و (D) مستقيم معادلته $y = x$ كما هو موضح في الشكل (الوثيقة المرفقة).

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1-2u_n} \text{ و } u_0 = -1$$

1/ مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 (دون حسابها)

كأعط تخمين لاتجاه تغير المتتالية (u_n) و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$.

$$2/ \text{ نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } v_n = \frac{1}{u_n}$$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب (v_n) بدلالة n ثم استنتج (u_n) بدلالة n .

ج- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، لتكن النقط $A(1;1)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(-1;-1)$

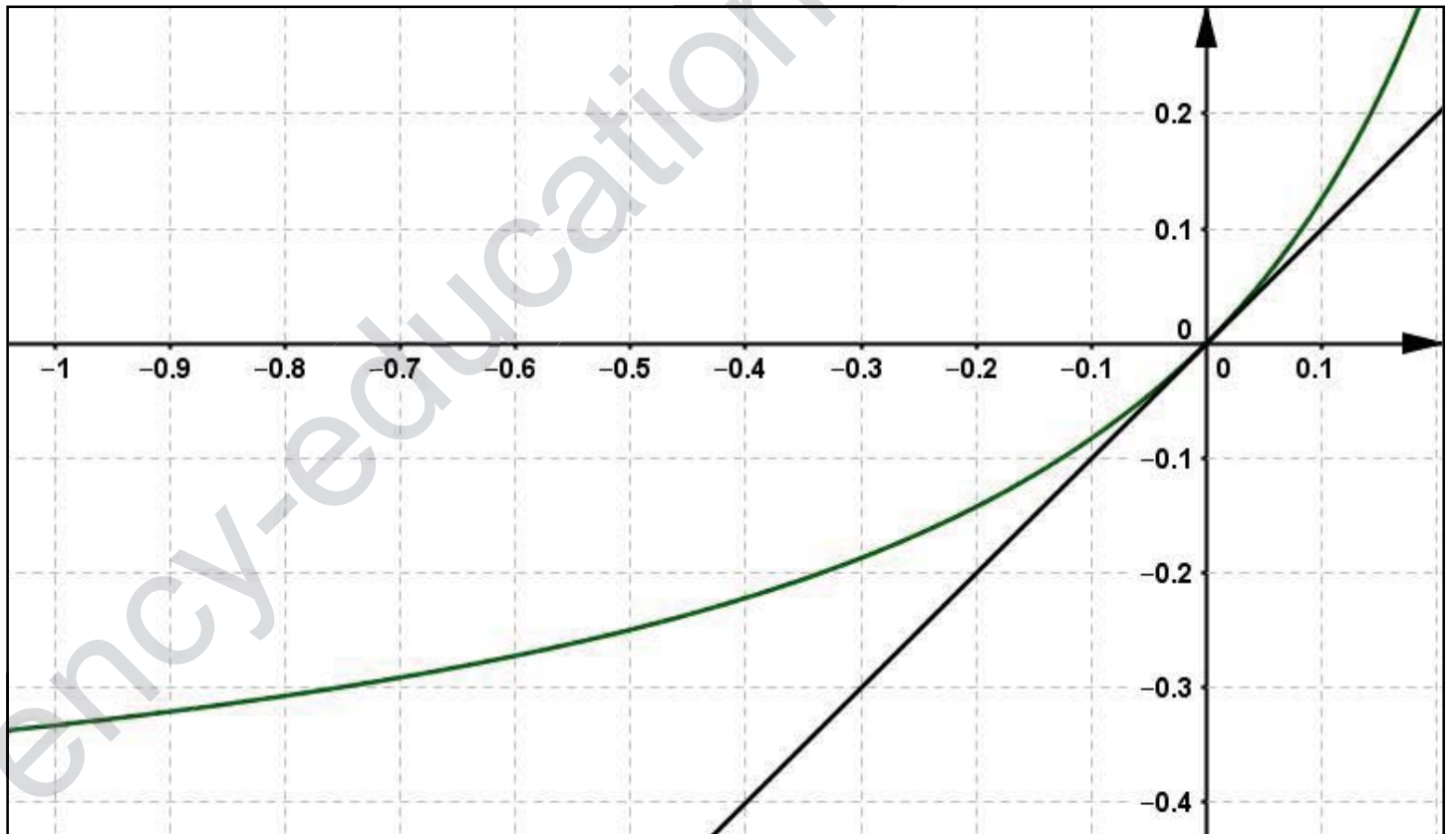
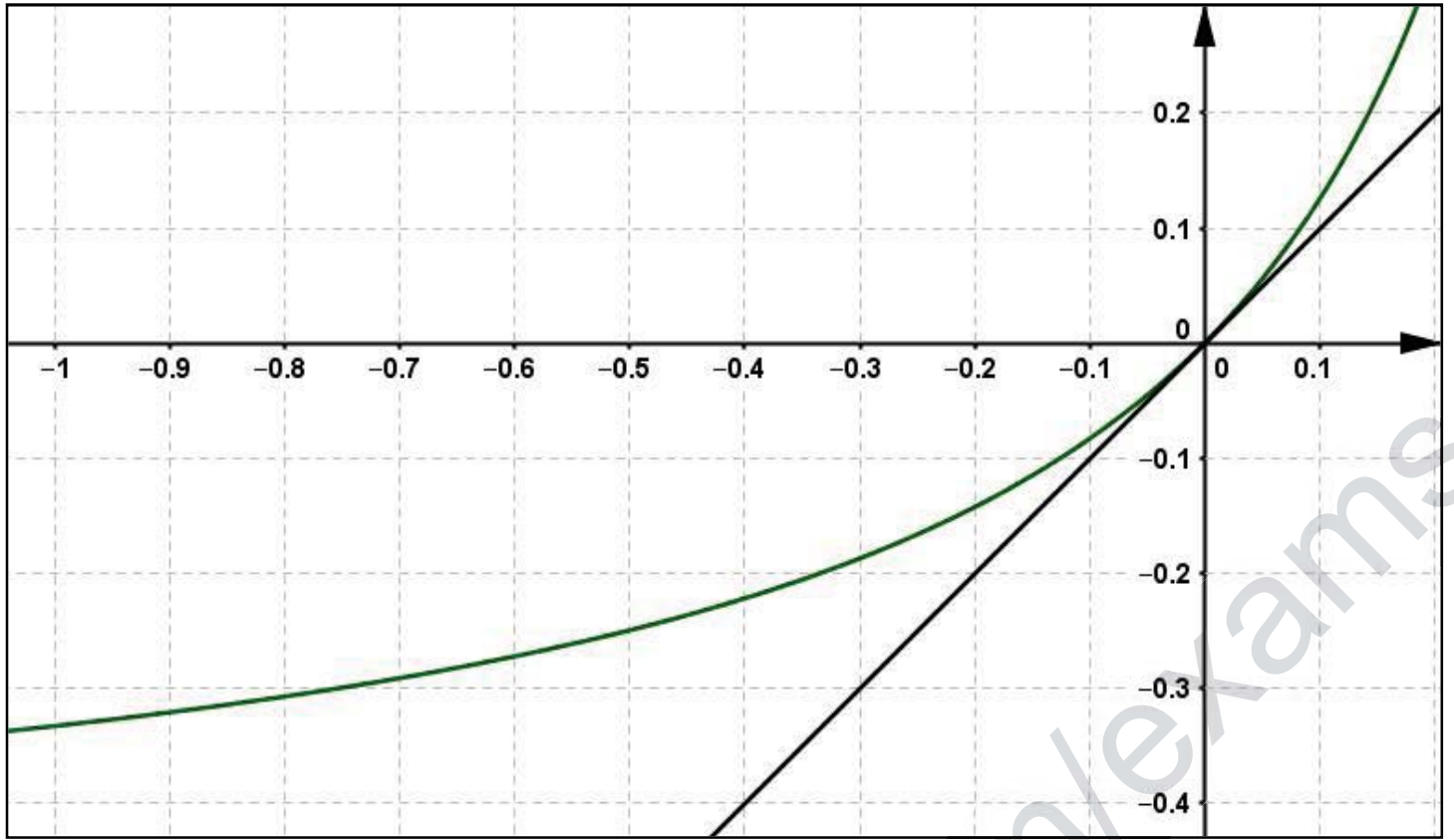
(1) أوجد معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و شعاع \vec{BC} ناظمي له.

(2) أوجد معادلة الدائرة (C) التي مركزها $\omega(-1; 3)$ ونصف قطرها BC .

(3) تحقق أن B تنتمي إلى (C) ثم أوجد معادلة المماس (Γ) لـ (C) عند B .

(4) عين معادلة للدائرة (C') التي قطرها $[BC]$.

(5) أحسب المسافة بين مركز الدائرة (C') و المستقيم (Δ) .



$$S_n = \left(\frac{-1+1-2n}{2} \right) (n) = \boxed{-n^2}$$

(1) معادلة المستقيم (Δ)

$$(\Delta): (1)x + (-2)y + c = 0 \text{ إذن شعاع ناظمي } \vec{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

نبحث عن قيمة c بما أن $A \in (\Delta)$ أي: $1(1) - 2(1) + c = 0 \Rightarrow \boxed{c=1}$

$$\text{ومنه } (\Delta): x - 2y + 1 = 0$$

(2) معادلة الدائرة (C)

لدينا المركز $\omega(-1; 3)$ ونصف القطر $BC = r = \sqrt{5}$

$$\text{إذن معادلة الدائرة هي: } (\mathcal{C}): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$$

(3) نتحقق أن B تنتمي إلى (C) ثم إيجاد معادلة المماس $(\Gamma) \perp (C)$ عند B .

نتحقق أن: $B \in (C)$ نعوض إحداثيات النقطة B في معادلة

$$\text{الدائرة } (C): (-2+1)^2 + (1-3)^2 = 5 \Rightarrow \boxed{5=5}$$

محقة ومنه $B \in (C)$

• معادلة المماس (Γ)

$$(\Gamma): (-1)x + (-2)y + c = 0 \text{ إذن } \vec{\omega B} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ هو الشعاع الناظمي هو}$$

نبحث عن قيمة c بما أن $B \in (\Gamma)$

$$\text{أي: } -1(-2) - 2(1) + c = 0 \Rightarrow \boxed{c=0} \text{ ومنه } (\Gamma): -x - 2y = 0$$

(4) معادلة الدائرة (C')

$$\Omega \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) \text{ القطر هو } [BC] \text{ إذن المركز هو}$$

$$\text{أي } \Omega \left(-\frac{1}{2}, 0 \right) \text{ ونصف القطر } \frac{BC}{2} = r = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

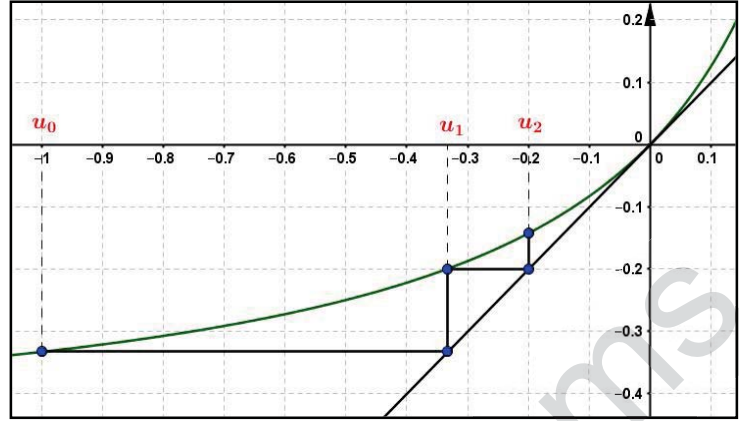
$$\text{إذن معادلة الدائرة هي: } (\mathcal{C}'): \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + y^2 = \frac{5}{4}$$

(5) حساب المسافة بين مركز الدائرة (C') و المستقيم (Δ)

$$d(\Omega, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\left| -\frac{1}{2} - 2(0) + 1 \right|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$\text{إذن } d(\Omega, (\Delta)) = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

1 / تمثيل بيانيا الحدود u_0, u_1, u_2 على محور الفواصل



التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

من التمثيل البياني نلاحظ أن $u_2 > u_1 > u_0$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على \mathbb{N} .

التخمين حول نهاية المتتالية (u_n) : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = 0$

1/2 - برهان أن المتتالية (v_n) حسابية:

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{u_n}{1-2u_n}} = \frac{1-2u_n}{u_n} = \frac{1-2\left(\frac{1}{v_n}\right)}{\frac{1}{v_n}} = \frac{v_n - 2}{\frac{1}{v_n}} = \boxed{v_n - 2}$$

ملاحظة: نستعمل طريقة أخرى بحساب الفرق

$$v_{n+1} - v_n$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{1-2u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \frac{-2u_n}{u_n} = \boxed{-2}$$

ومنه المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r = -2$ وحدها الأول

$$v_0 = \frac{1}{u_0} = \boxed{-1}$$

ب- كتابة (v_n) بدلالة n

$$\text{لدينا: } v_n = v_0 + nr \text{ ومنه: } \boxed{v_n = -1 - 2n}$$

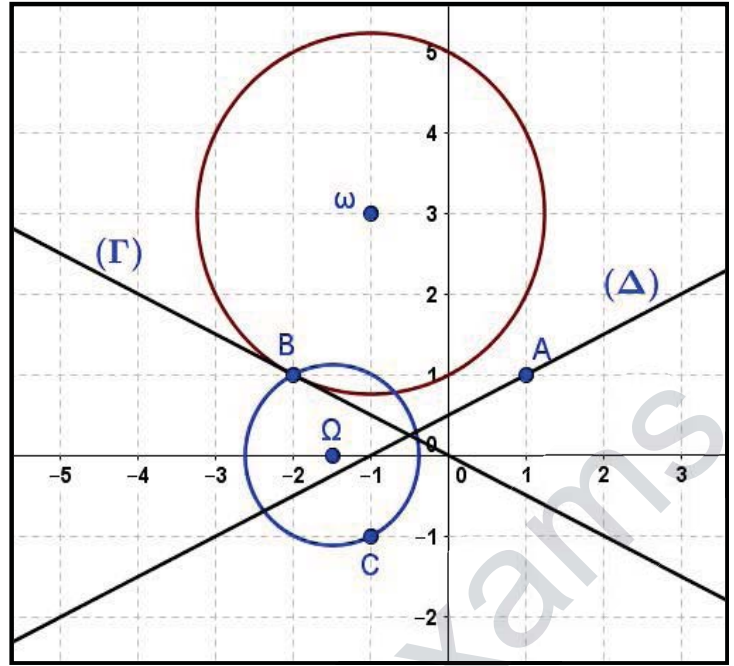
استنتاج (u_n) بدلالة n

$$u_n = \frac{1}{v_n} \text{ ومنه } \boxed{u_n = \frac{1}{-1-2n}}$$

ج- حساب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

$$S_n = \left(\frac{v_0 + v_{n-1}}{2} \right) ((n-1) - 0 + 1) = \left(\frac{-1 + v_{n-1}}{2} \right) (n)$$

$$\text{نحسب: } \boxed{v_{n-1} = -1 - 2(n-1) = 1 - 2n} \text{ إذن}$$



مكتبة
العلم
والثقافة
بمدرسة
الهدى
بمدينة
الرياض
السعودية