

(إخبار الثاني الثاني في مادة الرياضيات)

الشعبة: 2 علوم تجريبية

العدد: ساعتان

التمرين الأول : (6 نقاط)

- لنكن المتتالية المعرفة بحددها الأول  $U_0 = 1$  وبالعلاقة :  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + n + 3$

01-احسب  $U_1, U_2$ .

02-نعبر المتتالية  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بالعلاقة:  $V_n = U_n - 3n$

أ- أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول.

ب- احسب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  بدلالة  $n$

ت- احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثاني : (10 نقاط)

$f$  دالة عددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x}$

01- عين العددين الحقيقيين غير المعدومين  $a$  و  $b$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = \frac{x}{a} + \frac{b}{x}$

02- ادرس تغيرات الدالة  $f$

03- بين أن  $(\mathbb{C})$  منحنى الدالة  $f$  يقبل مقاربين أحدهما مائل.

04- أوجد أحسن تقريب تآلفي للدالة  $f$  عند العدد 1 ثم استنتج قيمة مقربة إلى  $10^{-2}$  للعدد 1.05

05- أنشئ  $(\mathbb{C})$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

06- ناقش بيانها حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $f(x) = m$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

01- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية: (1)  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$  .....

02- مثل على الدائرة المتثلثة حلول المعادلة (1).

03- استنتج حلول المعادلة التالية على المجال  $]-\pi, \pi]$  :

(2)  $-2\cos^2 x - 3\sin x + 3 = 0$  .....

التمرين الأول(7) :  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ  $u_0 = 7$  ومن أجل كل  $n \neq 0$  :  $u_{n+1} = 2u_n + 1$

- (1) أحسب كلا من الحدود  $u_1; u_2; u_3$
- (2) تحقق أن  $(u_n)$  ليست لا حسابية ولا هندسية.
- (3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  نضع  $v_n = u_n + 1$   
 (أ) اثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$   
 (ب) عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$
- (4) نضع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  و  $S'_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$   
 أحسب  $S'_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج قيمة  $S_n$

التمرين الثاني(9) :  $u$  و  $v$  دالتين معرفتين بـ  $u(x) = \frac{1}{x+2}$  و  $v(x) = \frac{1}{x+1}$

- I. (1) أحسب نهايات الدالة  $u$  عند  $-\infty$  ،  $+\infty$  و  $-2$  بقيم أكبر و بقيم أصغر
- (2) أحسب نهايات الدالة  $v$  عند  $-\infty$  ،  $+\infty$  و  $-1$  بقيم أكبر و بقيم أصغر
- II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $D = ]-\infty, -2[ \cup ]-2, -1[ \cup ]-1, +\infty[$   
 $f(x) = \frac{3x^2 + 9x + 7}{x^2 + 3x + 2}$

نسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) برهن أنه من أجل كل  $x \in D$  :  $f(x) = 3 - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1}$
- (2) أحسب نهايات  $f$  عند  $-\infty$  ،  $+\infty$  ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  ؟
- (3) أحسب نهايات  $f$  عند  $-2$  و  $-1$  ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  ؟
- (4) برهن أنه من أجل كل  $x$  :  $f'(x) = -\frac{2x+3}{(x^2+3x+2)^2}$
- (ب) حدد إشارة  $f'(x)$  على  $D$  و استنتج تغيرات  $f$  ثم أنشئ جدول تغيرات  $f$  .
- أكتب معادلة للمماس  $T$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة التي فاصلتها  $0$  ، استنتج قيمة مقربة لـ  $f(0,001)$
- (5) أرسم  $(C_f)$  ، المماس  $T$  و المستقيمت المقاربة .

التمرين الثالث(4 ن) : في سنة 2003 عدد سكان مدينة A هو 80000 نسمة. نفرض أن هذا العدد يزداد بـ 5000 نسمة كل سنة

- (1) نسمي  $P_n$  عدد سكان هذه المدينة في السنة  $2003 + n$  .  
 أكتب عبارة  $P_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب عدد السكان في السنة 2009
- (2) نفرض أن عدد سكان مدينة B هو 1000000 في عام 2003 و أنه يزداد بـ 5% سنويا  
 إذا رمزنا بـ  $P'_n$  لعدد السكان المدينة B في السنة  $2003 + n$   
 عبر عن  $P'_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب عدد سكان هذه المدينة في سنة 2009

التمرين الاول ( 8 نقاط)

1. بسط العبارتين التاليتين

$$A = \cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos x$$

$$B = \sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

2. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية

$$\sin 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

ثم مثل صور حلولها على الدائرة المنتهية

التمرين الثاني ( 12 نقطة)

1. لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة بالعبارة :

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{x-1}{x+2}$$

1. ادرس تغيرات الدالة  $f$  دراسة كاملة

2. انشئ منحها البياني  $(C_f)$  في مستو منسوب الى معلم متعامد ومنتجاس

3. اثبت ان  $(C_f)$  يقبل مماسين معامل توجبه كل منهما 6 عند نقطتين بطلب تعيين احداثيهما

ثم اكتب معادلتى هذين المماسين

II.. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة بالعبارة التالية

$$g(x) = \frac{1}{2} + \frac{|x|-1}{|x|+2}$$

1. اوجد مجموعة تعريف الدالة  $g$

2. اثبت ان الدالة  $g$  زوجية

3. اكتب عبارة  $g(x)$  تون رمز للقيمة المطلقة

4. بين كيف يمكن رسم المنحنى البياني  $(C_g)$  للدالة  $g$

5. ارسم في نفس المعلم السابق المنحنى  $(C_g)$

التمرين الأول:

- لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بحددها الأول  $u_0 = -1$  وبالعلاقة التراجعية:  $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$  و ذلك من أجل كل عدد طبيعي  $n$ .
- و لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $v_n = u_{n+1} - u_n$ .
- 1- أحسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول.
  - 2- استنتج جهة تغير المتتالية  $(v_n)$ .
  - 3- أحسب المجموع  $S$  بحيث:  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .
  - 4- أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  عند  $+\infty$ .

التمرين الثاني:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$$

تعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty, 2[ \cup ]2, +\infty[$  كما يلي:

و ليكن  $(c)$  منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة  $f$ . ثم استنتج أن  $(c)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.
2. عين نقط تقاطع المنحنى  $(c)$  مع محوري الإحداثيات.
3. عين نقط المنحنى  $(c)$  التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي 3- ثم أكتب معادلات هذه المماسات.
4. أرسم المماسات المقاربتين و المنحنى  $(c)$ .
5. بين أن النقطة  $w(2, 2)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(c)$ .

التمرين الثالث:

تعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $R$  كما يلي:  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

و ليكن  $(c)$  منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
2. أكتب معادلة المماس  $(t)$  للمنحنى  $(c)$  عند النقط التي فاصلتها +1.
3. لتكن الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $R$  كما يلي:  $g(x) = f(x) - (x-2)$
4. جد عبارة  $g(x)$  ثم استنتج وضعية المنحنى  $(c)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x - 2$ .

التمرين الأول:

نعبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{x^2}$

1. أحسب العدد المشتق للدالة  $f$  في 2 .
2. استنتج أحسن تقريب تألفي للدالة  $f$  بجوار 2 .
3. احسب قيمة مقربة لكل من العددين  $\frac{1}{(1.98)^2}$  ،  $\frac{1}{(2.002)^2}$

التمرين الثاني:

نعبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$f(x) = ax^2 + bx + 3 \quad \text{حيث } a, b \text{ عددا حقيقيان .}$$

1. احسب  $f'(x)$  .
2. عين قيم  $a$  ،  $b$  حتى يقبل المنحنى الممثل للدالة  $f$  في النقطة  $A(2, 5)$  مماسا معامل توجيهه 2 .

التمرين الثالث:

نعبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$g(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x$$

1. بين أن الدالة  $g$  تقبل الاشتقاق على المجموعة  $\mathbb{R}$  وعين دالتها المشتقة .
  2. لنكن الدالة  $f$  التي تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}$  حيث :  
 $f'(t) = 2 - t$  و  $f(0) = 1$  . نضع  $\varphi = f - g$  .
- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $a$  ، ومن أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $h$  لدينا :  

$$\frac{\varphi(a+h) - \varphi(a)}{h} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} + a - 2 + 0.5h$$
  - استنتج أن الدالة  $\varphi$  تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}$  .
  - برر أن الدالة  $\varphi$  ثابتة .

التمرين الرابع:

نعبر  $(C)$  الدائرة المنبثية المرفقة بالمعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{OA}, \vec{OM})$

و  $M$  نقطة من  $(C)$  حيث :  $(\vec{OA}, \vec{OM}) = x$  .

1. علم على الدائرة  $(C)$  النقط:  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  صور الأعداد :  
 $\frac{2006\pi}{3}, \frac{2003\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}$  .
2. بسط العبارتين  $A_1$  و  $A_2$  التاليتين :

$$A_1 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{27\pi}{2} - x\right) + \sin(x + 3\pi) - \cos(7\pi - x)$$

$$A_2 = \cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi + x)$$

3. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلتين التاليتين ذات المجهول الحقيقي  $x$  :

بالتوفيق

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad , \quad \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x$$

التمرين الأول : (8 ن)

(Un) متتالية هندسية معرفة على IN ، حدها الأول  $U_0 = \frac{1}{2}$  ، لسلسها q سالب و تحقق :

$$81U_{10} = 16U_6 \text{ مع } U_6 \neq 0$$

$$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

- اختر الإجابة الصحيحة :

(ج)	(ب)	(أ)	q =
$\frac{-3}{2}$	$\frac{-2}{3}$	$\frac{2}{3}$	
$\frac{1}{2}(-\frac{2}{3})^9$	$\frac{1}{2}(-\frac{2}{3})^{10}$	$\frac{1}{2}(\frac{2}{3})^8$	حدها التاسع هو :
ليست رتيبة	متزايدة على IN	متناقصة على IN	المتتالية (Un)
$\frac{-3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	

التمرين الثاني : (12 ن)

(I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة بـ :  $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-2}$  و (Cg) تمثيلها البياني في م م م (z, A, o)

(1) - عين Dg مجموعة تعريف الدالة g ثم عين الأعداد الحقيقية : b, c بحيث : يكون للمنحنى (Cg) مستقيماً مقرباً مائلاً معادلته :  $y = x - 3$  و يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفصلة  $x_0 = 3$

(II) - لتكن الدالة f المعرفة على المجال :  $D = ]-\infty, 2[ \cup ]2, +\infty[$  :  $f(x) = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$

(1) - أدرس تغيرات الدالة f ثم أشرى جدول تغيراتها

- قرّن بين العددين : A و B حيث :  $A = f(1,0005)$  و  $B = f(1,0007)$

(2) - بين أن المنحنى (Cf) يقبل مستقيمين مقربين أحدهما مائل معادلته  $y = x - 3$  ( $\Delta$ ) و آخر يطلب تعيين معادلته

- أدرس وضعية (Cf) بالضبة للمستقيم ( $\Delta$ )

(3) - بين أن النقطة  $w(2, -1)$  هي مركز تناظر لـ (Cf)

(4) - أكتب معادلة المماس للمنحنى (Cf) عند النقطة ذات الفصلة  $x_0 = 0$  ، ثم استنتج أحسن تقريباً تألفياً للعدد :

$$f(0,002)$$

(5) - عين نقاط تقاطع المنحنى (Cf) مع حتمي المحورين ، ثم أشرى (Cf) في م م م (z, A, o)

(III) - نكتب حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$x^2 - (5+m)x + 2m + 7 = 0$$

(III) - لتكن الدالة  $h$  المعرفة بـ :  $h(x) = \left| \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2} \right|$

- عين  $Dh$  مجموعة تعريف الدالة  $h$
- اكتب  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة
- اشرح (Ch) التمثيل البياني للدالة  $h$  في نفس المعلم السابق مستعيناً بـ (cf) مع الشرح (استعمل الألوان للتوضيح)

ملاحظة : في الجدول الخاصة الأخيرة فرغة وهي  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n =$

## التصحيح التمونجي للاختبار الثاني

رقم التطبيق	الإجابة التمونية	سلم التقط
8	<p><math>q^4 = (\frac{2}{3})^4</math> ومنه <math>81U_8q^4 = 16U_8</math> -</p> <p><math>q = \frac{2}{3}</math> أو <math>q = -\frac{2}{3}</math></p> <p>لكن فرضا <math>q</math> سالب ومنه: <math>q = -\frac{2}{3}</math> الإجابة الصحيحة هي: (ب) .....</p> <p><math>U_8 = U_0 q^8</math> ومنه: <math>U_8 = \frac{1}{2} (-\frac{2}{3})^8</math> -</p> <p><math>U_8 = \frac{1}{2} (\frac{2}{3})^8</math> (لأن 8 عدد زوجي)</p> <p>الإجابة الصحيحة هي: (أ) .....</p> <p>من أجل <math>n \in \mathbb{N}</math> لدينا: <math>U_{n+1} - U_n = \frac{-5}{6} (\frac{-2}{3})^n</math> ومنه:</p> <p>إذا كان <math>n</math> زوجي فن ( <math>U_n</math> ) متتلسة تملأ على <math>\mathbb{N}</math>، وإذا كان <math>n</math> فردي فن ( <math>U_n</math> ) متزايدة تملأ على <math>\mathbb{N}</math> ومنه ( <math>U_n</math> ) ليست رتيبة على <math>\mathbb{N}</math></p> <p>الإجابة الصحيحة هي: (ب) .....</p> <p>من أجل <math>n \in \mathbb{N}</math>: <math>S_n = \frac{3}{10} - \frac{3}{10} (\frac{-2}{3})^{n+1}</math> وبما أن: <math>-1 &lt; \frac{-2}{3} &lt; 1</math> فن:</p> <p><math>\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{3}{10}</math> ومنه: <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} (-\frac{2}{3})^{n+1} = 0</math></p> <p>الإجابة الصحيحة هي: (ب) .....</p>	التطبيق الأول: 8 نقاط
12	<p>(1) <math>Dg = ]-\infty, 2[ \cup ]2, +\infty[</math> -</p> <p>المنحنى يقبل مستقيما مقربا مائلا معادلته <math>y = x - 3</math> معناه:</p> <p><math>\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \left( \frac{g(x)}{x} \right) = a</math> ومنه <math>a = 1</math> .....</p> <p><math>\lim_{ x  \rightarrow +\infty} [g(x) - x] = b + 2</math> ومنه: <math>b = -5</math> .....</p> <p>المنحنى يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفصلة <math>x_0 = 3</math> معناه: <math>g'(3) = 0</math> -</p> <p>ومنه: <math>c = 7</math> .....</p>	التطبيق الثاني: 12 نقطة
11	<p>(1) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math> -</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty</math></p>	
1.25	<p>- قابلة للإشتقاق على <math>Df</math>: <math>f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}</math> .....</p> <p>ثبوت <math>f(x) = 0</math> معناه: <math>x = 3</math> أو <math>x = 1</math></p> <p><math>f(x) &gt; 0</math> لما <math>x \in ]-\infty, 1[ \cup ]3, +\infty[</math> ومنه <math>f</math> متزايدة تملأ على هذا المجال</p> <p><math>f(x) &lt; 0</math> لما <math>x \in ]1, 2[ \cup ]2, 3[</math> ومنه <math>f</math> متتلسة تملأ على هذا المجال</p>	



## جدول التغيرات :

$x$	$-\infty$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$+$
$f(x)$		$-3$		$1$	

$\nearrow$   
 $-\infty$

$\searrow$   
 $-\infty$

$\searrow$   
 $+\infty$

$\nearrow$   
 $+\infty$

(2)  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = 0$  ومنه المستقيم الذي معادلته :  $y = x - 3$

..... مستقيماً مقرباً مماثلاً لـ (Cf)

(0.5)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$  ومنه المستقيم الذي معادلته :  $x = 2$  مستقيماً مقرباً لـ (Cf)

..... يوزي (xx')

(0.25)  $f$  متناصفة تماماً على المجال  $[1.0005; 1.0007]$  ومنه :

.....  $A > B : f(1.005) > f(1.007)$

(0.5) من أجل  $x \in Df : f(x) - y = \frac{1}{x-2}$

(0.5) ..... لما  $x \in ]-\infty, 2[$  (Cf) تحت ( $\Delta$ )

..... لما  $x \in ]2, +\infty[$  (Cf) فوق ( $\Delta$ )

(3)  $w(2, -1)$  مركز تناظر لـ (Cf) معناه : من أجل  $x \in Df : 4 - x \in Df$

.....  $f(4-x) + f(x) = -2$

(0.5) معادلة المماس  $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$

(0.5) .....  $f(0.002) \approx \frac{3}{4}(0.002) - \frac{7}{2}$  ومنه :

.....  $f(0.002) \approx -3.4985$

(0.5) ..... (Cf)  $\cap$  (xx') =  $\emptyset$  (5)

(0.5) ..... (Cf)  $\cap$  (yy') =  $\{A(0, \frac{-7}{2})\}$

(0.25) ..... (III)  $m = f(x)$  :

.....  $m \in ]-\infty, \frac{-7}{2}[$  للمعادلة حلين مختلفين في الإمتارة

.....  $m = \frac{-7}{2}$  للمعادلة حل معزوم وآخر موجب

.....  $m \in ]-\frac{7}{2}, -3[$  للمعادلة حلين موجبين

.....  $m = -3$  للمعادلة حل مضاعف موجب

.....  $m \in ]-3, 1[$  لا توجد حلول

.....  $m = 1$  للمعادلة حل مضاعف موجب

.....  $m \in ]1, +\infty[$  للمعادلة حلين موجبين

(1.5)

(0.5)

(0.25)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.25)

(01)

(0.25)

(0.5)

(0.5)

..... Dh = ]-∞, 2[ ∪ ]2, +∞[ - (III)

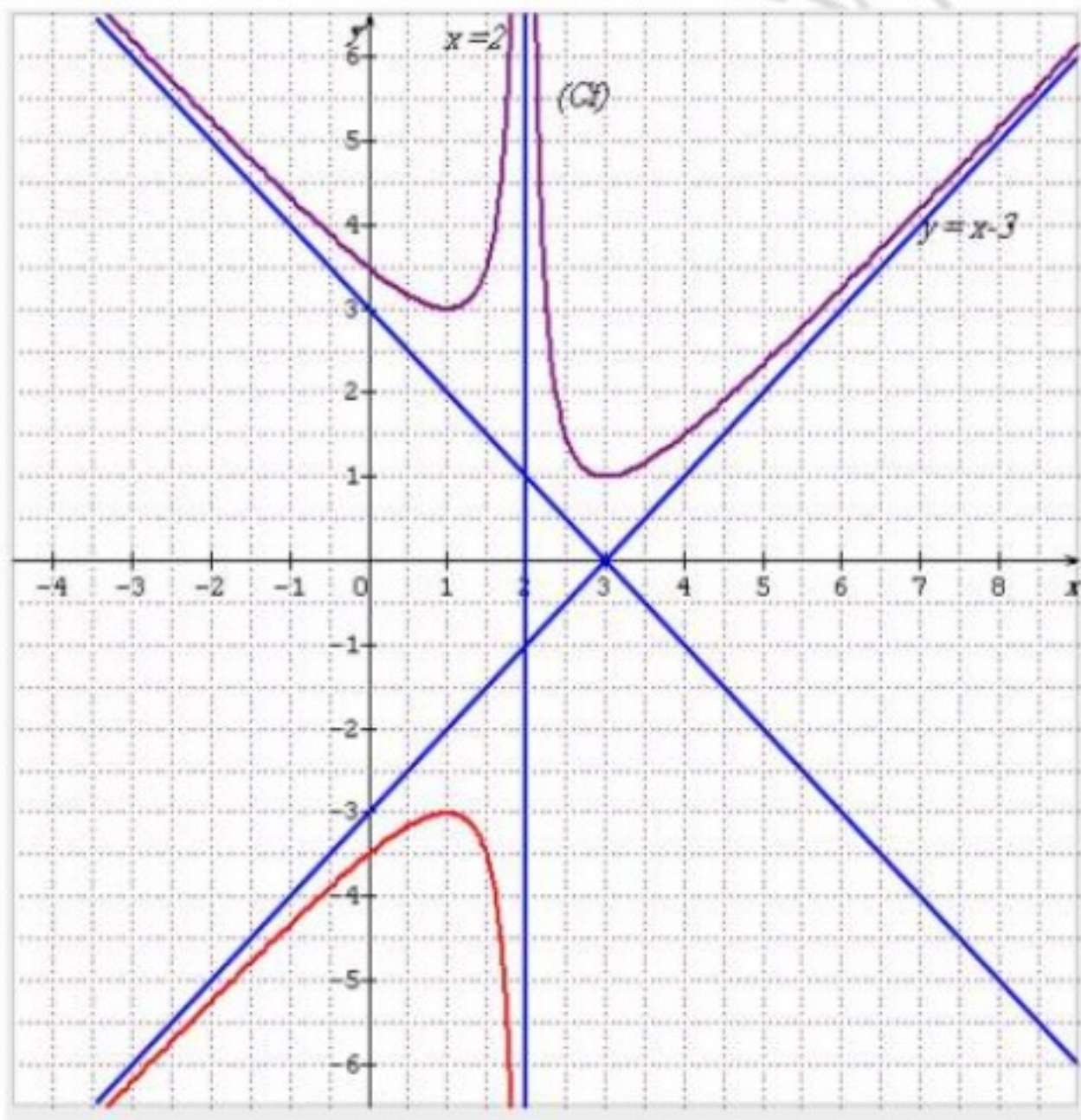
..... 
$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \in ]2, +\infty[ \\ f(x), & x \in ]-\infty, 2[ \end{cases}$$

..... - على المجال : ]2, +∞[ (Ch) يطابق (Cf)

..... - على المجال : ]-\infty, 2[ (Ch) نظير (Cf) بالنسبة لمحور الفواصل

(1)

التمثيل البياني :



اختبار الفصل الثاني في الرياضيات

التمرين 1 : (5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بعدها الأول  $U_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة :

$$U_{n+1} = 3U_n - 2$$

1. احسب  $U_1$  و  $U_2$ .
2. لتكن  $(V_n)$  متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة :  $V_n = U_n - 1$ .  
أ. أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $V_0$ .  
ب. اكتب عبارة الحد العام  $V_n$  بدلالة  $n$ .
3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} - U_n = (-4) \times 3^n$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$ .
4. عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون :  $U_0 + U_1 + \dots + U_n = n - 79$ .

التمرين 2 : (9 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-6$	$+\infty$	$2$	$+\infty$	$-\infty$

الدالة  $f$  المعرفة على المجال :  $]-\infty, -1[ \cup ]-1, +\infty[$  :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية .

1. احسب  $f'(x)$  بدلالة  $a, b, c$ .
2. بالاستعانة بجدول التغيرات بين أن :  $a = 1$  ,  $b = -1$  ,  $c = 4$ .
3. اتم النهايات الناقصة في الجدول و استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب .
4. بين أن المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  يقبل مستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x - 1$  كمستقيم مقارب مائل عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$ .
5. ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .
6. أثبت أن النقطة  $w(-1, -2)$  مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
7. ارسم المنحنى  $(C_f)$  بدقة.
8.  $m$  عدد حقيقي ، عين بيانيا حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$ .

**التمرين 3 : (6 نقاط)**

1. تحقق أن :  $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$

2. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $4x^2 + 2(1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$

استنتج حلول المعادلة في  $\mathbb{R}$  :  $4\cos^2 2x + 2(1 - \sqrt{2})\cos 2x - \sqrt{2} = 0$

ثم على المجال :  $]-\pi, \pi]$  ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية

**بالتوفيق للجميع**

## إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

يوم: 2014/03/16

المسألة: 2 علوم تجريبية

التمرين الأول: (8 ن)

الجزء الأول

يمثل الجدول التالي جدول تغيرات دالة  $f$  معرفة وقابلة للإشتقاق على  $[-2;3]$

ولیکن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في م.م.  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

$x$	-2	1	3
$f'(x)$		+	0
$f(x)$			5
	-44		1

(1) بين أن المعادلة  $f(x)=0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $[-2;1]$

(1+1 ن)

ثم استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $f(x)$ .

(1 ن)

(2) عين حصرا للعدد  $f(x)$  على المجال  $[-2;3]$ .

(1 ن)

(3) هل المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 2 معادلته  $y = x - 1$ ؟ برر إجابتك.

الجزء الثاني

نعتبر أن عبارة الدالة  $f$  هي من الشكل :  $f(x) = ax^2 + bx + c$

(1.5 ن)

(1) مستخدما المعلومات الواردة في الجدول , بين أن  $a = -1, b = 2, c = 4$

(1.5 ن)

(2) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(2, 4)$ .

(1 ن)

(3) أوجد قيمة تقريبية للعدد  $f(2.0003)$  (استعمل التقريب التآلفي).

إقلب الورقة ←

## التمرين الثاني: (12ن)

$$f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} - \{1\} \text{ بـ : } f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم للمستوي متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند اطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا . (1.5ن)

$$(2) \text{ بين انه من أجل كل عدد } x \text{ من } \mathbb{R} - \{1\} : f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$$

حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها . (1.5ن)

(3-أ) بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  (1ن)

(ب) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ . (1ن)

(4) أ) بين انه من أجل كل عدد  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  :  $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$  (1.5ن)

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها . (0.5+1.5ن)

(ت) عين القيم الحدية المحلية للدالة  $f$ . (1ن)

(5) بين أن النقطة  $A(1, 0)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  (1ن)

(6) أرسم المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمت المقاربة له في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  (1.5ن)

- انتهى -

بالنوفيق للجميع

## التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = 2u_n + 4 \end{cases} \quad \text{① } (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كمايلي:}$$

أ عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية ثابتة.

② فيمايلي نعتبر  $\alpha = -3$ ، و  $(D)$ ،  $(D')$  مستقيمين معرفين بالمعادلتين  $y = x$  و  $y = 2x + 4$  على الترتيب.

أ أنشئ  $(D)$  و  $(D')$  في نفس المعلم.

أ مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0; u_1; u_2; u_3$  مبرزا خطوط الرسم، ثم جدها حسابيا.

$$\text{③ } (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي } n, v_n = u_n + 4$$

أ أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية معينا أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$

أ عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

أ حسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$ .

أ حسب المجموع  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ثم استنتج المجموع  $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

## التمرين الثاني:

$$\begin{cases} u_1 - u_4 = 6 \\ u_1 + u_5 = 28 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية حسابية حدها الأول } u_0 \text{ و } r \text{ أساسها حيث:}$$

① احسب  $r$  و  $u_0; u_1$ .

② اكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

③ هل العدد 2014 - حد من حدود المتتالية  $(u_n)$ ؟ إن كانت الإجابة بنعم عين عندئذ رتبته.

④ احسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{1017}$

## التمرين الثالث:

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{I}; \vec{J})$ .

1 عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى يقبل (C) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل  $(xx')$  في النقطة  $A(3; 3)$ .

2 فيمايلي:  $a = -3$  و  $b = 6$

◀ تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  فإن:  $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$

◀ أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

◀ احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

◀ أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x - 2$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C).

◀ أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

◀ أحسب  $f'(x)$  وأدرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

◀ عين نقط تقاطع (C) مع حامي المحورين.

◀ بين أن بيان الدالة  $f$  يقبل النقطة  $A(1; -1)$  كمركز تناظر.

◀ أنشئ بيان الدالة  $f$  موضحا كل المستقيمات المقاربة.

انتهى

قال الامام الشافعي رحمه الله:

أخي لن تنال العلم إلا بسنة

سأنيك عن تفاصيلها ببيان

ذكاء و حرص و إجتهد و بلغة

وصحبة أستاذ و طول زمان.



التمرين : (08 نقاط)

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس مثلنا المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  المعرفين بمعادلتيهما :

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x - 2 \text{ على الترتيب}$$

(1) لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_0 = 5$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2$  .

أ ( مثل على محور الفواصل الحدود:  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$  دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) عين  $r$  فاصلة نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(D)$  . ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية  $(u_n)$  .

(2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد حقيقي  $n$  بالعلاقة:  $v_n = u_n + 4$

أ- أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  و أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  .

ج) أحسب بدلالة  $n$  المجموعين :  $S_1 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  و  $S_2 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين : (12 نقطة)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$

نسمي  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و استنتج المستقيمات المقاربة.

(2) عين الأعداد الحقيقية  $a, b$  و  $c$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$

(3) استنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  .

(4) أدرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(\Delta)$  .

(5) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(6) أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(7) بين أن النقطة  $\bar{S}$  تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر

(8) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل.

(9) أرسم المستقيمتين المقاربة و المماس  $(T)$  و المنحني  $(C_f)$ .

(10)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $] -\infty; -1[ \cup ] -1; +\infty[$  بـ :  $h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{|x+1|}$

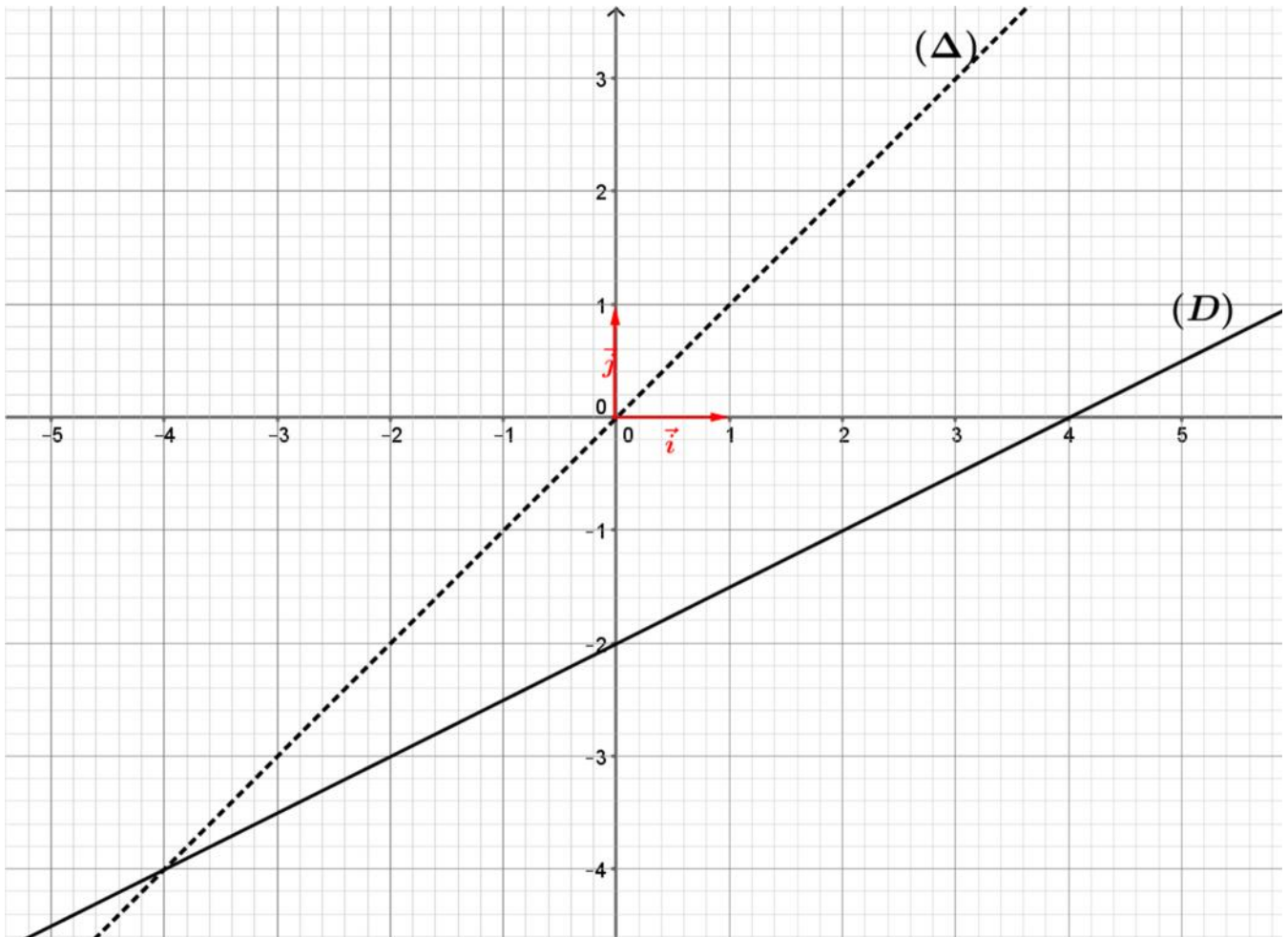
بين كيف يمكن رسم  $(C_h)$  التمثيل البياني للدالة  $h$  إنطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه

تمرين إضافي :

أي العددين أكبر  $A=2013(1+2+3+\dots+2012+2013+2014)$

$B=2014(1+2+3+\dots+2011+2012+2013)$

ملاحظة : يعاد الرسم مع ورقة الإجابة الإسم ..... اللقب .....



اختبار الثلاثي الثاني في مادة: الرياضيات

المدة: ثلاث ساعات

المستوى: ثانية علوم تجريبية

التمرين الأول (07 نقاط):

$$f \text{ الدالة المعرفة على } ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[ \text{ كما يلي : } f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى يقبل (C) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل  $(xx')$  في نقطته  $A(3;3)$ .

2/ فيما يلي :  $a = -3$  و  $b = 6$

$$1/ \text{ تحقق أنه من أجل كل } x \text{ من } ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[ \text{ ، } f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-1}$$

ب/ ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

ج/ عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C) و ادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

ذو المعادلة  $y = x - 2$ .

د/ عين نقط تقاطع (C) مع المحورين  $(xx')$  و  $(yy')$  ثم ارسم (C).

3/  $m$  عدد حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة  $f(x) = m$

التمرين الثاني (06 نقاط):

$$1/ \text{ حل في المجال } ]-\pi; +\pi[ \text{ المعادلة } \sqrt{2} \sin(x) + 1 = 0$$

$$2/ \text{ حل في } R \text{ المعادلة } 2y^2 + 7y + 3 = 0 \text{ ثم استنتج حلول المعادلة } 2 \cos^2(x) + 7 \cos(x) + 3 = 0$$

$$3/ \text{ بين أن : } \sin\left(\frac{95\pi}{100}\right) + \sin\left(\frac{97\pi}{100}\right) + \sin\left(\frac{103\pi}{100}\right) + \sin\left(\frac{105\pi}{100}\right) = 0$$

التمرين الثالث (07 نقاط):

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة كما يلي :  $u_0 = \alpha$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = 4u_n + 3$

1/ عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة.

2/ فيما يلي  $\alpha = -2$  ، احسب كل من  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$ .

3/ المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n + 1$

أ/ أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية معينا أساسها و حدها الأول  $v_0$ .

ب/ اكتب بدلالة  $n$  كل من  $u_n$  و  $v_n$  التحدين العامين لكل من  $(u_n)$  و  $(v_n)$ .

4/ احسب بدلالة  $n$  المجموعين  $S$  و  $S'$  حيث:

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S' = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$$

5/ احسب بدلالة  $n$  الجداء  $P = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

انتهى

## التمرين الأول :

$f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

و ليكن  $(\mathcal{C})$  المنحنى البياني الممثل للدالة  $f$  في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) برهن أنه يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل :

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + ax + b)$$

حيث  $a, b$  عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ، ماذا تستنتج بيانياً؟

(3) أحسب الدالة المشتقة للدالة  $f$  ثم عين إشارتها.

(4) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $I = \left[-3, \frac{3}{2}\right]$

(5) أنشئ منحنى الدالة  $f$  على المجال  $I$ .

(6) أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(\mathcal{C})$  في النقطة التي فاصلتها  $I$ .

## التمرين الثاني :

ليكن  $ABC$  مثلث في المستوي  $(P)$  ،

أ- بين أنه توجد نقطة وحيدة  $G$  تحقق :  $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

ب- لتكن  $I$  هي مرجح الجملة  $\{(B, 2), (C, -1)\}$  . بين أن النقطة  $G$  هي

منتصف القطعة  $[AI]$  ثم أنشئ النقطتين  $G$  و  $I$  .

(2) لتكن  $M$  نقطة كيفية من المستوي .

أ- أكتب الشعاع  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$  بدلالة الشعاع  $\overrightarrow{MG}$  .

ب- بين أن الشعاع  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$  مستقل عن النقطة  $M$  .

(3) ما هي  $(C)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

التمرين الأول (7) :  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^+$  بـ  $u_0 = 7$  ومن أجل كل  $n \neq 0$  :  $u_{n+1} = 2u_n + 1$

- (1) أحسب كلا من الحدود  $u_1; u_2; u_3$
- (2) تحقق أن  $(u_n)$  ليست لا حسابية ولا هندسية.
- (3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  نضع  $v_n = u_n + 1$   
 (أ) أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$   
 (ب) عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$
- (4) نضع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  و  $S'_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$   
 أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج قيمة  $S'_n$

التمرين الثاني (9) :  $u$  و  $v$  دالتين معرفتين بـ  $u(x) = \frac{1}{x+2}$  و  $v(x) = \frac{1}{x+1}$

- I. (1) أحسب نهايات الدالة  $u$  عند  $-\infty$  ،  $+\infty$  و  $-2$  بقيم أكبر و بقيم أصغر  
 (2) أحسب نهايات الدالة  $v$  عند  $-\infty$  ،  $+\infty$  و  $-1$  بقيم أكبر و بقيم أصغر
- II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $D = ]-\infty, -2[ \cup ]-2, -1[ \cup ]-1, +\infty[$   
 $f(x) = \frac{3x^2 + 9x + 7}{x^2 + 3x + 2}$

نسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) برهن أنه من أجل كل  $x \in D$  :  $f(x) = 3 - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1}$
- (2) أحسب نهايات  $f$  عند  $-\infty$  ،  $+\infty$  ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  ؟
- (3) أحسب نهايات  $f$  عند  $-2$  و  $-1$  ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  ؟
- (4) (أ) برهن أنه من أجل كل  $x$  :  $f'(x) = -\frac{2x+3}{(x^2+3x+2)^2}$   
 (ب) حدّد إشارة  $f'(x)$  على  $D$  و استنتج تغيرات  $f$  ثم أنشئ جدول تغيرات  $f$  .  
 أكتب معادلة للمماس  $T$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة التي فاصلتها  $0$  ، استنتج قيمة مقربة لـ  $f(0,001)$
- (5) أرسم  $(C_f)$  ، المماس  $T$  و المستقيمت المقاربة .

التمرين الثالث (4 ن) : في سنة 2003 عدد سكان مدينة A هو 80000 نسمة. نفرض أن هذا العدد يزداد بـ 5000 نسمة كل سنة

- (1) نسمي  $P_n$  عدد سكان هذه المدينة في السنة  $2003 + n$  .  
 أكتب عبارة  $P_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب عدد السكان في السنة 2009
- (2) نفرض أن عدد سكان مدينة B هو 1000000 في عام 2003 و أنه يزداد بـ 5% سنويا  
 إذا رمزنا بـ  $P'_n$  لعدد السكان المدينة B في السنة  $2003 + n$   
 عبر عن  $P'_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب عدد سكان هذه المدينة في سنة 2009

التمرين الأول ( 06 نقط ) :

نعتبر كثيري الحدود  $P(x) = 3x^3 + 11x^2 - 2x - 24$  و  $Q(x) = x^2 + 5x + 6$  .  
 1 / أ - تحقق من أن  $(-2)$  هو جذر لـ  $P(x)$  ثم استنتج حينئذ كل جذور  $P(x)$  .  
 ب - حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $Q(x) = 0$  .

2 / نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة كما يلي:  $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$

أ - اختزل عبارة  $u_n$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .

ب - أثبت أن  $(u_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها.

3 / ليكن المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

اكتب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم أوجد قيمة  $n$  بحيث  $S_n = 1022$

4 / لتكن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي:  $v_n = 2^{2^n}$

أ - بين أن المتتالية  $(v_n)$  هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S'_n = 2^{v_0} + 2^{v_1} + 2^{v_2} + \dots + 2^{v_n}$

التمرين الثاني (06,5 نقط):الجزء الأول:

نعتبر مربعا موجهها  $ABCD$  حيث  $(\overline{AB}; \overline{AD}) = \frac{\pi}{2}$  .

نرسم خارج هذا المربع مثلثا متقايس الأضلاع  $ADE$  والنقطة  $F$  نقطة تقاطع المستقيمين  $(AE)$  و  $(BC)$ .

1. أنشئ الشكل ثم احسب بالراديان أقياس الزوايا الموجهة التالية:

$$(\overline{AB}; \overline{BC}), (\overline{AF}; \overline{AB}) \text{ و } (\overline{AE}; \overline{DC})$$

2. وإذا اعتبرنا أن:  $(\overline{AD}; \overline{AE}) = x$

أوجد العدد الحقيقي  $x$  ثم احسب:  $\cos x$  ،  $\sin x$  ،  $\cos(\pi + x)$  ثم  $\cos(x - \frac{39\pi}{2})$

الجزء الثاني:

$x$  عدد حقيقي ، نعتبر العبارتين  $A(x)$  و  $B(x)$  حيث :

$$A(x) = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 2\cos\left(\frac{45\pi}{2} - x\right) - 3\sin(x - 7\pi) + \sin\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)$$

$$B(x) = \cos\left(\frac{17\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{2012\pi}{2} + x\right) - \sin(11\pi + x) - \cos\left(x + \frac{1433\pi}{2}\right)$$

1. بعد تبسيط  $A(x)$  وتوضيح كيفية التبسيط هل نجد:  
 $A(x) = \cos x$  أو  $A(x) = \sin x$  أو  $A(x) = -\cos x$

2. بين أن :  $A(x) = B(x)$

حل في المجال  $[0; 2\pi]$  المعادلة:  $A\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = B\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

التمرين الثالث (07,5 نقاط):

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ:  $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

$(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعلم والمتجاس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  الوثيقة المرفقة.

بقراءة بيانية:

1. حل المتراجحة  $g(x) > 0$

2. عين قيم  $x$  التي يكون من أجلها :  $0 < g(x) < 1$

حسابيا:

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ثم فسر النتائج بيانيا.

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$  ثم فسر النتائج بيانيا.

3. أحسب  $g'$  الدالة المشتقة للدالة  $g$  ثم أدرس إشارتها مستنتجا اتجاه تغيرات الدالة  $g$ .

4. شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

5. أثبت أن المنحني  $(C_g)$  يقبل مماسين معلمل توجيه كل منهما: 2

6. أكتب معادلتى المماسين  $(T)$  و  $(T')$  للمنحني  $(C_g)$  في النقطتين اللتين فاصلتاها 0 و -2 على

الترتيب.

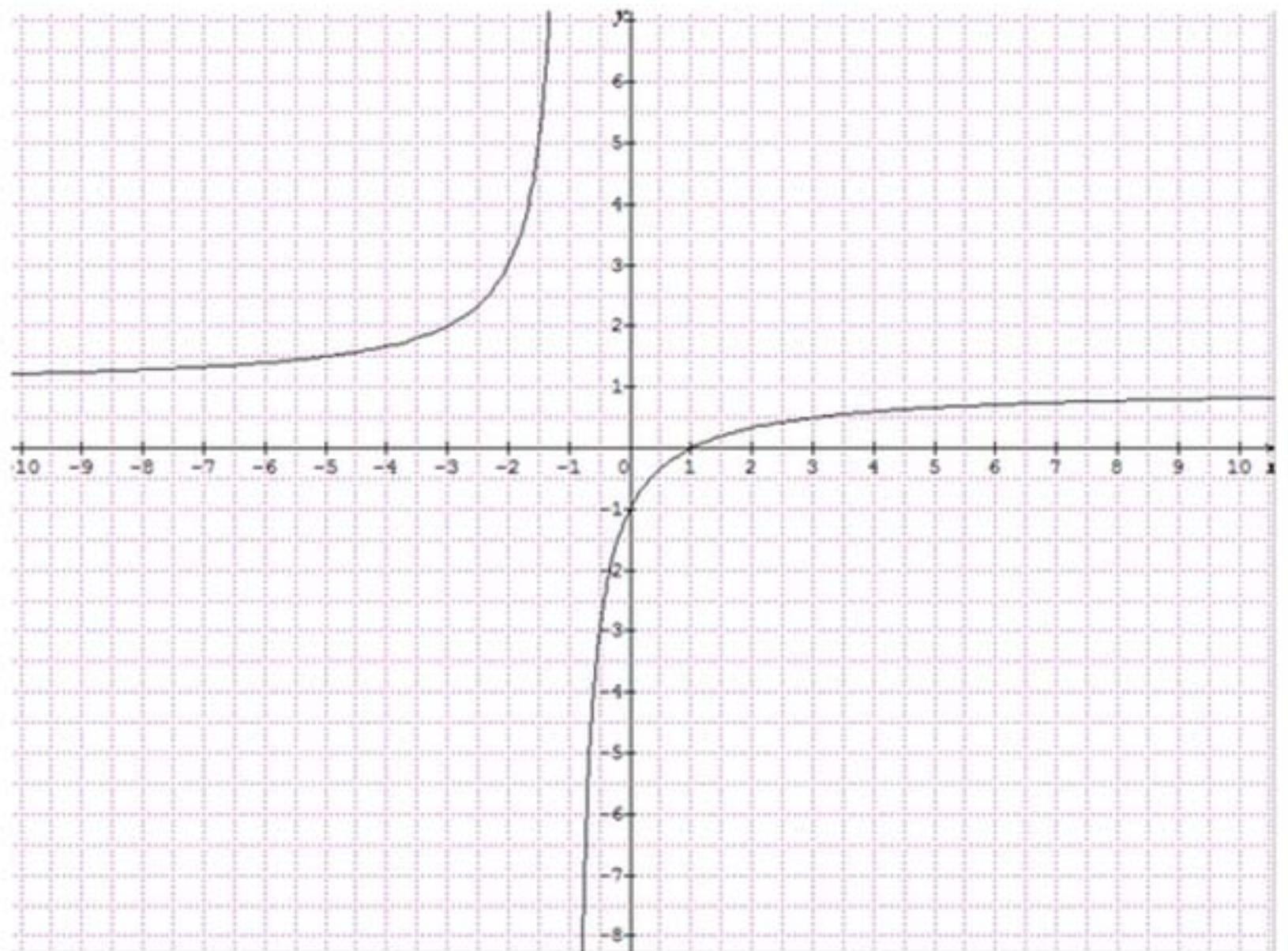
7. أثبت أن المنحني  $(C_g)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

8. أنشئ على الوثيقة المرفقة المستقيمين المقاربين و المماسين  $(T)$  و  $(T')$

ملاحظة: ترجع الوثيقة المرفقة مع أوراق الإجابة



## الوثيقة المرفقة



التمرين الاول

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجموعة  $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$  حيث  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

نسمي  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, i, j)$

(1) أكتب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2) عوّن الأعداد الحقيقية  $b, a$  و  $c$  بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$   $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$

(3) أكتب  $f'(x)$  عبارة الدالة المشتقة الأولى للدالة  $f$  ثم ادرس إشارة  $f'(x)$ .

(4) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(5) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

(6) عوّن نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.

(7) أرسم كلا من  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(8) نعتبر الدالة  $g$  حيث  $g(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 2}{|x| + 1}$

أ) أثبت أن  $g$  زوجية

ب) أرسم  $(C_g)$  في المعلم السابق

(9)  $m$  عدد حقيقي ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$

التمرين الثاني

المستوى منسوب إلى المعلم للمتعامل و المتجانس المباشر  $(O, \overline{OI}, \overline{OJ})$  ، الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم لسابق .

(1) مثل على الدائرة  $(\mathcal{C})$  النقط  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  صور الأعداد  $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{2016\pi}{4}, \frac{1954\pi}{4}, \frac{1962\pi}{4}$

(2) أكمل الجدول التالي :

$\alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{2016\pi}{4}$	$\frac{1954\pi}{4}$	$\frac{1962\pi}{4}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$				
$\sin \alpha$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$				

2016/02/29

## ﴿ إخبار الثالثي الثاني في مادة الرياضيات ﴾

المدّة: ساعتان

الأقسام: 2 علوم تجريبية:

التمرين الأول: (8 نقاط)

$$(I) \begin{cases} u_1 - u_4 = -6 \\ u_1 + u_5 = 28 \end{cases} \text{ متتالية حسابية حدها الأول } u_0 \text{ و أساسها } r \text{ بحيث :}$$

(1) عين أساس هذه المتتالية و حدها الأول .

(2) أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .(3) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ 

$$(II) \text{ نعتبر المتتالية } (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ المعرفة بـ : } \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n - 1 \end{cases}$$

(1) احسب :  $v_2, v_1$  .(2) نعتبر المتتالية  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بـ :  $w_n = v_n + 2$  .أ - برهن أن  $(w_n)$  هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .ب - أكتب عبارة  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  .ت - أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$ ث - استنتج عبارة  $S'_n$  بدلالة  $n$  حيث :  $S'_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ 

التمرين الثاني: (12 نقطة)

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3} \text{ دالة عددية لمتغير حقيقي } x \text{ معرفة على } \mathbb{R} - \{-1; 3\} \text{ بالشكل :}$$

و ليكن  $(\mathcal{C})$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .(1) بين أنه مهما يكن  $x \in \mathbb{R} - \{-1; 3\}$  :  $f(x) = 1 + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3}$  حيث  $b, c$  عدنان حقيقيان ثابتان

يطلب تعيينهما.

(2) أدرس تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها.(3) بين أن المنحني  $(\mathcal{C})$  يقبل ثلاث مستقيمت مقاربة يطلب تعيين معادلاتها.(4) عين نقط تقاطع المنحني  $(\mathcal{C})$  مع محوري الإحداثيات.(5) بين أنه مهما يكن  $x \in D_f$  و  $2-x \in D_f$  فإن :  $f(2-x) = f(x)$ (6) أكتب معادلة المماس (D) للمنحني  $(\mathcal{C})$  في النقطة التي فاصلتها 2.(7) أنشئ  $(\mathcal{C})$  و (D).(8) عين بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة :  $f(x) = 6$ .

$$w_{n+1} = v_{n+1} + 2$$

$$= \frac{1}{2}v_n - 1 + 2$$

$$= \frac{1}{2}v_n + 1 \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2}(v_n + 2) = \frac{1}{2}w_n$$

ومن هنا  $(w_n)$  هي متتالية هندسية

ألسلسا  $q = \frac{1}{2}$  و  $v_0 = 8$

$$w_0 = v_0 + 2 = 8$$

ب/ عبارة الكمال العام  $w_n$

$$w_n = w_0 \cdot q^n$$

$$= 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (2)$$

استنتاج عبارة  $v_n$

$$v_n = w_n - 2$$

$$v_n = 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2 \quad (3)$$

ج/ حساب المجموع  $S_n$

$$S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$$

$$= w_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 8 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = 16 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) \quad (4)$$

ث/ استنتاج عبارة  $S'_n$

$$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

$$= (w_0 - 2) + (w_1 - 2) + \dots + (w_n - 2)$$

$$= w_0 + w_1 + \dots + w_n - 2(n+1)$$

$$= 16 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1) \quad (5)$$

التمرين الثاني

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3} \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$$

أ/ برهان أنه متساوية  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$

$$f(x) = 1 + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3}$$

التمرين الأول:  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية حيث

$$\begin{cases} u_1 - u_4 = -6 \\ u_1 + u_5 = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 + r - (u_0 + 4r) = -6 \\ u_0 + r + u_0 + 5r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 2 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 2 \\ u_0 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 2 \\ u_0 = 8 \end{cases}$$

كتابة عبارة الكمال العام

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = 8 + 2n \quad (1)$$

ج/ حساب المجموع

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$= \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$$

$$= \frac{n+1}{2}(8 + 8 + 2n)$$

$$S_n = (n+1)(8+n) \quad (2)$$

$$\begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n - 1 \end{cases}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n - 1$$

$$v_1 = \frac{1}{2}v_0 - 1 = 2 \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{1}{2}v_1 - 1 = 0$$

ب/ تعبر المتتالية  $(w_n)$  المعرفة بـ

$$w_n = v_n + 2$$

أ/ برهان أن  $(w_n)$  هي متتالية

هندسية

لدينا:  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$   
 فنحارب عمودياً معادله  $x = -1$  (0.5)  
 لدينا:  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$   
 فنحارب عمودياً معادله  $x = 3$  (0.5)

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-3) + b(x-3) + c(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{x^2 + x - 3x - 3 + bx - 3b + cx + c}{x^2 - 2x - 3}$$

$$= \frac{x^2 + (b+c-2)x + c - 3b - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

المطابقة نجد:

$$\begin{cases} b+c-2 = -2 \\ c-3b-3 = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+c = 0 \\ c-3b = -12 \end{cases}$$

جدول الصلابة نجد:  $b = 3$  و  $c = -3$  (1)

(4) المقاطع مع المحاور  
 مع محور التوازي:  $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$

$\Delta = 64, x_1 = -3, x_2 = 5$   
 (C)  $\cap (xx) = \{A(-3, 0), B(5, 0)\}$  (0.5)

(5) مع محور الترتيب  
 $f(0) = 5$  و  $(xx) \cap (yy) = \{C(0, 5)\}$  (0.5)

(6) برهان ان  $f(x) = f(2-x)$   
 $f(2-x) = f(x)$

لدينا:  
 $f(x) = 1 + \frac{3}{x+1} - \frac{3}{x-3}$   
 $f(2-x) = 1 + \frac{3}{2-x+1} - \frac{3}{2-x-3}$   
 $= 1 + \frac{3}{-x+3} - \frac{3}{-x-1}$   
 $= 1 - \frac{3}{x-3} + \frac{3}{x+1} = f(x)$  (1)

(7) نستخرج بيانيا ان منحنى الدالة  $f$   
 يقبل صور تناظر هو المنحني ذو المعادله  $x = 1$   
 كتابة معادله المماس في النقطة  $(2, 5)$

فاصلتها 2:  
 $y = f'(2)(x-2) + f(2)$   
 $y = \frac{8}{3}(x-2) + 5$  (1)  
 $y = \frac{8}{3}x - \frac{1}{3}$  (1)

نحاسب قيمته في الاكس والي  
 $D_f = ]-\infty, -1[ \cup ]-1, 3[ \cup ]3, +\infty[$

النهايات C (0.5)  
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$  (0.25)  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$  (0.25)  
 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3} = -\infty$  (0.25)  
 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3} = +\infty$  (0.25)

المماس في النقطة  $(2, 5)$   
 $f'(x) = \frac{(2x-2)(x^2-2x-3) - (2x-2)(x^2-2x-15)}{(x^2-2x-3)^2}$   
 $= \frac{(2x-2)(12)}{(x^2-2x-3)^2} = \frac{24x-24}{(x^2-2x-3)^2}$  (1)

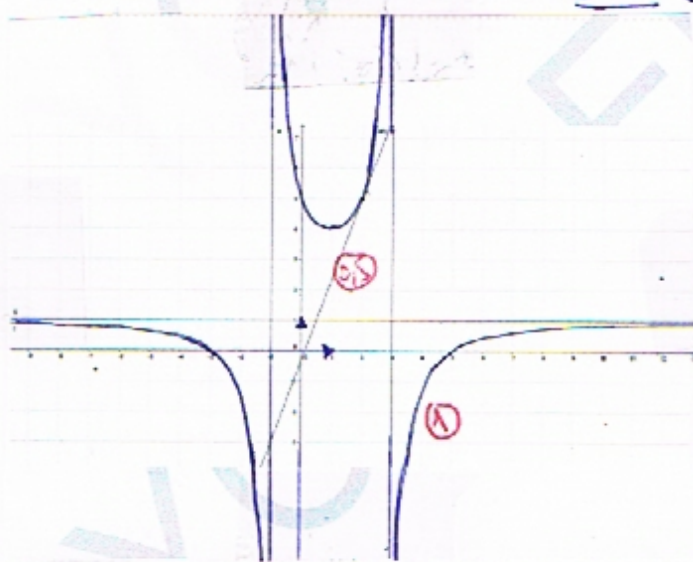
اشارة  $f(x)$  من اشارة  $24x-24$  و  $0 < 24x-24$  (0.5)

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$
		-	+	-	+

جدول التغيرات:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$
$f(x)$		$-\infty$	$4$	$+\infty$	

(3) المنحنيات المقارنته  
 لدينا:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$   
 مع  $y = 1$  معادله  $x = 1$  محور تناظر (0.5)



8) العيسن البياي لعددوا إشارة حلول المعادلة  $f(x) = 6$  حلول هذه المعادلة هي فواصل تقاطع المذني مع المستقيم  $y = 6$  اذن: المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة. (5)

## ♣ إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات ♣

المدة: 2 ساعات

المستوى: الثانية علوم تجريبية

تقبل الإجابات الدقيقة والواضحة فقط. يمنع معا باتا استعمال القلم الأحمر وقلم التصحيح (effaceur)

التمرين الأول: (05 نقاط) $(u_n)$  متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $u_0 = \frac{2}{3}$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  لدينا:

$$u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n + \frac{1}{4}.$$

و لتكن المتتالية العددية  $(w_n)$  المعرفة من اجل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $w_n = -2u_n - 1$ .1. احسب:  $w_2, w_1, w_0, u_2, u_1$ .2. اثبت أن المتتالية  $(w_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.3. احسب  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .4. احسب:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .5. احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ . ثم استنتج المجموع:  $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .التمرين الثاني: (06 نقاط)1. ليكن  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  شعاعين غير معدومين. بين أن:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$ .2. في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ . نعتبر النقط:  $A(3, 2), B(0, 5), C(-2, -1)$ .• أحسب طولية كل من الأشعة:  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}$ .• أحسب الجداءات السلية التالية:  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}, \vec{CA} \cdot \vec{CB}, \vec{BC} \cdot \vec{BA}$ .• استنتج:  $\|\vec{AB} + \vec{AC}\|$ .• اعطي قيسا للزاويتين:  $\widehat{BAC}, \widehat{ACB}$  بالتدوير إلى الدرجة.التمرين الثالث: (09 نقاط)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$$

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty, 2[ \cup ]2, +\infty[$  بـ:و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{i}\| =$ 

$$\|\vec{j}\| = 1cm$$

1. عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$ :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ .

- 
2. احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف .
3. بين ان المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين احدهما عمودي يطلب تعيين معادلته و الثاني مقارب مائل  $(\Delta)$  معادلته هي :  $y = x - 1$ .
4. ♣ بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty, 2[ \cup ]2, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$
- ♣ عين إشارة الدالة  $f'$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
5. اكتب معادلة المماس  $(T)$  للدالة  $f$  عند النقطة ذات الفاصلة  $x = 1$ .
6. ادرس الوضع النسبي لـ :  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .
7. بين أن النقطة  $\omega(2; 1)$  هي مركز تناظر للمنحني  $(C_f)$  .
8. ارسم المستقيمين المقاربين والمنحني  $(C_f)$  .
9. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = m$ .



## الإختبار الثاني في الرياضيات

التمرين الاول : ( 06 نقاط)

( $u_n$ ) متتالية معرفة على  $N$  كما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2$  و  $u_n > -4$  لكل  $n$  من  $N$

(أ) تحقق أن  $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$  ماذا تستنتج ؟

(ب) تحقق أن  $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0}$  ماذا تستنتج ؟

(2) (أ) عين عبارة الدالة المرفقة بالمتتالية ( $u_n$ ) ثم أرسم بيانها و المستقيم ذو المعادلة  $y = x$

(ب) مثل على محور الترتيب الحدود  $u_3; u_2; u_1; u_0$  دون حساب ثم خمن إتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) وتقاربها

(3) نعرف المتتالية ( $v_n$ ) على  $N$  كما يلي :  $v_n = u_n + 4$

(أ) برهن أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$ ، ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

(ب) برهن تخمينك السابق .

(4) أحسب المجموعين  $S_1 = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  و  $S_2 = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني : ( 04 نقاط)

(1) كيف نبين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في مجال  $[a; b]$  ؟ حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان .

(2) عرف نقطة إنعطاف بيان دالة  $f$  .

(3) ماذا يمثل هندسيا العدد الحقيقي  $f'(x_0)$  ؟  $f'$  هي الدالة المشتقة الأولى لدالة  $f$

(4) كيف نبين أن  $y = -2$  معادلة مقارب أفقي لبيان دالة  $f$  بجوار  $-\infty$  ؟

(5) قدم طريقتين لدراسة رتبة متتالية .

(6) كيف نحدد أساس متتالية حسابية (على التوالي متتالية هندسية) عندما نعرف حدين منها ؟

(7) حدد الجواب الصحيح أو الأجوبة الصحيحة إن وجدت مما يلي :

(أ) إذا كان  $u_{n+1} - u_n = n$  لكل  $n$  من  $N$  فإن : (1)  $(u_n)$  حسابية (2)  $(u_n)$  هندسية (3)  $(u_n)$  متزايدة

(ب) إذا كان  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2n+3}{n+1}$  و  $u_n > 0$  لكل  $n$  من  $N$  فإن : (1)  $(u_n)$  متزايدة (2)  $(u_n)$  متناقصة (3)  $(u_n)$  ثابتة

التمرين الثالث : ( 10 نقاط)

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  ب :  $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{x+1}$  و ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

(1) أحسب  $f(1)$  و  $f(-4)$

(2) أحسب نهايات الدالة عند حدود مجموعة تعريفها . استنتج مقاربا لـ ( $C_f$ ) .

(3) (أ) بين أن المستقيم  $y = x + 3$  : ( $\Delta$ ) مقارب مائل لـ ( $C_f$ ) بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$

(ب) أدرس الوضع النسبي بين ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ ) .

(4) (أ) بين أنه لكل  $x \neq -1$  فإن :  $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+1)^2}$

(ب) أدرس إتجاه تغير  $f$  وأنجز جدول تغيراتها .

(5) بين أن  $f(-2-x) + f(x) = 4$  وفسر النتيجة بيانيا .

(6) هل يقبل ( $C_f$ ) مماسات توازي ( $\Delta$ ) ؟

(7) جد معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(8) (أ) أرسم المقاربيين و المماس و المنحنى ( $C_f$ ) .

(ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $x^2 + (4-m)x - m = 0$

(9)  $N$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $N(x) = \frac{x^2 + 4|x|}{|x| + 1}$

بالتوفيق

بين أن الدالة  $N$  زوجية ، فسر النتيجة هندسيا .

**التمرين الأول(5):** الشكل الموالي هو التمثيل البياني  $(C_f)$  لدالة  $f$  معرفة و قابلة للإشتقاق على المجال

$[-3;3]$  في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . المنحني  $(C_f)$  يحقق الشروط التالية : يمر بمبدأ المعلم  $O$  ،

و يشمل النقطة  $A(-3; 9)$  ، يقبل في النقطة  $B$  التي فاصلتها 1 مماساً أفقياً ،

و يقبل المستقيم  $(OA)$  كعماس عند النقطة  $O$ .  $(0.25+0.25+0.25+0.25)$ .

1. ما هو معامل توجيه المستقيم  $(OA)$ ؟  $(0.5)$ .

2. نفرض أن  $f$  معرفة على  $[-3; 3]$  بـ:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

حيث  $a, b, c, d$  أعداد حقيقية.  $(2)$ .

أ- بيّن بإستعمال الشروط السابقة أن:  $a = \frac{1}{3}, b = 1, c = -3, d = 0$ .

ب- حلل  $f'(x)$  و إستنتج إتجاه تغير الدالة  $f$ .  $(0.75+0.75)$ .

**المسألة (15):** لتكن الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2+x}{x-2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$ .

(1) أدرس تغيرات الدالة  $f$ . (عند حساب النهايات فسر النتائج المحصل عليها هندسياً).  $(6.75)$ .

(2) عيّن الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  حيث:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ .  $(1)$ .

(3) بيّن أن  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  يُطلب تعيينه.  $(1)$ .

(4) أدرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .  $(1)$ .

(5) بيّن أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر المنحني  $(C_f)$ .  $(0.25+1)$ .

(6) أرسم البيان  $(C_f)$  و مختلف المستقيمات المقاربة.  $(0.25+0.25+0.5)$ .

(7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة:  $x^2 + (1 - m)x + 2m = 0$ .

أ- بيانياً.  $(1.75)$ .

ب- حسابياً. (لا يهم إشارة الحلول).  $(1.25)$ .

### ملاحظات هامة جدا:

(1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود .

(2) لا تكتب و لا تُلطخ هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة .

(3) ممنوع إستخدام الآلة الحاسبة (CASIO) و (KAJIB).

## امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (7 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

1. العددان الحقيقيان  $x$  و  $y$  هما قيسان لنفس الزاوية حيث :  $x = \frac{2017\pi}{12}$  و  $y = \frac{1438\pi}{12}$ .2. إذا كان :  $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$  فإن :  $(-6\vec{u}; 4\vec{v}) = \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi$  حيث  $(k \in \mathbb{Z})$ .3. المجموع :  $\cos \frac{2017\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{7\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} = 0$ .4. المعادلة :  $\sqrt{3} - 2\sin 3x = 0$  تقبل ثلاث حلول في المجال  $]0; 2\pi]$ .5. باستعمال الدائرة المثلثية حلول المتراحة في المجال  $]-\pi; \pi]$  :  $\cos(x + \frac{\pi}{12}) \leq \frac{-1}{2}$  هي  $x \in \left[ \frac{-2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right]$ .التمرين الثاني: (6 نقاط) عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1. $(u_n)$  متتالية معرفة كما يلي :  $u_0 = 6$  و من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$  ،1.  $(v_n)$  متتالية معرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha - 1}$ .

- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\alpha$  .
- عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$  .
- عين قيم العدد الحقيقي  $\alpha$  التي تكون من أجلها المتتالية  $(u_n)$  متقاربة .

2. نضع  $\alpha = 2$ .3. أحسب بدلالة  $n$  المجموعين :  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ،  $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .التمرين الثالث: (7 نقاط)لتكن الدالة العددية  $f$  القابلة للاشتقاق على مجال تعريفها معرفة بجدول تغيراتها ، $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$-6$	$-\infty$	$+\infty$	$2$	$+\infty$

الدالة  $f$  عبارتها من الشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$  حيث  $c, b, a$  أعداد حقيقية .

أ / 1. باستعمال الجدول أوجد الأعداد الحقيقية  $c, b, a$  .

2. أوجد من الجدول :  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  . فسر النتيجة .

3. قارن بين صورتني  $\frac{1}{2}$  ,  $\frac{3}{4}$  بالدالة  $f$  دون حسابها .

ب / من أجل  $a=1, b=-1, c=4$  :

1. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y=x-1$  هو مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  مستنتجا وضعية  $(C_f)$  بالنسبة  $(\Delta)$  .

2. بين أن النقطة  $\omega(-1; -2)$  مركز تناظر لـ  $(C_f)$  .

ج / 1. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0=0$

2. أنشئ  $(C_f)$  ،  $(T)$  ،  $(\Delta)$  .

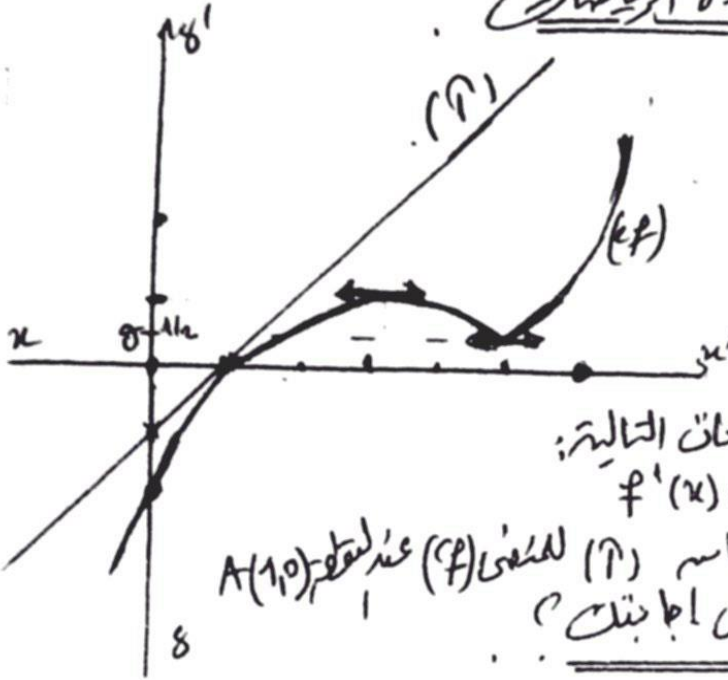
د / لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  بـ :  $g(x) = \frac{|x^2|+3}{|x|+1}$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني.

1. بين أن الدالة  $g$  زوجية .

2. استنتج رسم المنحنى  $(C_g)$  باستعمال المنحنى  $(C_f)$  دون دراسة الدالة  $g$  . (مع الشرح و الرسم).

إذا أنت لم تزرع وأبصرتَ حاصداً ندمتَ على التفريط في زمن البذر

الإحتمال الثاني في مادة الرياضيات



التمرين الأول:

1)  $f$  دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$   
 (2) تمثيل البياني وللوضع في الشكل المقابل  
 يقرأ:  $f$  - بيانية:

1) أ حسب  $f(5)$ ,  $f(3)$ ,  $f(4)$ ,  $f(0)$

2) حل بيانيا في  $\mathbb{R}$  كل من المعادلات والمعادلات التالية:

$f(x) = 0$ ,  $f(x) = 1$ ,  $f(x) > 1$ ,  $f'(x) \leq 0$

3) أ حسب  $f'(2)$ , ثم عي معاداة الخمسة (P) للمضي (f) عند لقطم  $A(1,0)$

4) هل  $A(1,0)$  نقطة انعطاف؟ علق إجابتك؟

التمرين الثاني:

( $u_n$ ) متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  :  

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

1) عي العدد الحقيقي  $\alpha$  حيث تكون ( $u_n$ ) متتالية ثابتة؟

2) أ حسب المجموع:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

3) أ رسم في معلم متعامد ومتجانس ( $0, \frac{2}{3}$ ) المستقيم (D) الذي معادلتها  $y = x$  والمستقيم (D') الممثل بالدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$

4) أ ضع  $\alpha = \frac{5}{2}$ ، باستفاد الرسم السابق، حل على محور الفواصل وبترون حساب الحدود:  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$

5) أ ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) وتقاربها؟

6) أ تعبر المتتالية ( $v_n$ ) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_n - 6$

7) أ أثبت أن المتتالية ( $v_n$ ) متتالية هندسية، يُطلب تعيين أساسك وهدها الأول

8) أ كتب عبارة  $v_m$  بدلالة  $m$ ، ثم استنتج عبارة  $u_m$  بدلالة  $m$ ؟

9) أ درس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ )؟

10) أ لى أن ( $u_n$ ) متقاربة؟ أ حدد النهاية؟

11) أ حسب المجموع:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{m-1}$

12) أ حسب المجموع:  $S'' = u_0 + u_1 + \dots + u_{m-1}$

13) أ حسب الختام:  $\pi = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_{m-1}$

- يتبع -

التمرين الثالث:  $f$  دالة معرفة بـ:  $f(x) = \frac{ax+2}{x-b}$  حيث  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان

(1)  $(c, f)$  قمتها البياني في مستويين  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  معلوم

1A: عيني بدلالة  $b$  مجموعة التعريف  $D_f$  للدالة  $f$ .

1B: عيني  $a$  و  $b$  عيماً أن المتكافؤ المعادلة  $x=1$  مستقيم مقارب للنقطة (4)

والنقطة  $A(2, -4)$  تنتمي إلى  $(c, f)$ . / يفرض أن:  $(a=3)$  و  $(b=1)$

1C: أوجد النزيات عند حدود مجموعة تعريف  $f$ .

1D: عيني الدالة  $f$  المشتقة للدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيرات  $f$ .

1E: بيث أن  $(c, f)$  يقبل مماسين  $(\Gamma)$  و  $(\Lambda)$  يوازيان المستقيم (D) إذا

المعادلة  $x=y$  تم أكتب معادلتها.

1F: بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقارنين هي مركز تناظر  $(c, f)$ .

1F: قارنه بين العديتين  $A = \frac{-3(2,000111222)+2}{1,000.111222}$  و  $B = \frac{-3(2,000111223)+2}{1,000.111223}$

1G: أوجد  $(\Gamma)$ ,  $(\Lambda)$   $(c, f)$

(II) لتكن  $g$  دالة حيث:  $g(u) = \frac{-3|u|+2}{|u|-1}$   $(c, g)$  قمتها البياني  $(0, \vec{i}, \vec{j})$

المعلم السابق

(P) عيني مجموعة تعريف الدالة  $g$  ثم بين أنه زوجية.

(Q) انظراً من  $(c, g)$  أوجد  $(c, g)$ .

III: نعتبر الدالة:  $f_m(x) = \frac{mx+2}{x-1}$  /  $m$  وسط حقيقي

نرمز  $C_m$  إلى المنحنى المحتمل للدالة  $f_m$ .  
- بين أن  $C_m$  توجد نقطة وحيدة تنتمي إلى العديتين  $(C_m)$ .

\* بالتوفيق \*

**التمرين الأول: ( 5 نقاط )**

أجب بصحيح أم خطأ على الجمل التالية مع التعليل .

(1) القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي أحد أقياسها  $\frac{1438\pi}{6}$  هو:  $-\frac{\pi}{3}$

(2) إذا كان  $(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) فإن الشعاعين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مرتبطان خطيا .

(3) المتتالية المعرفة على  $N$  بحدها العام  $u_n = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$  هي متتالية متباعدة .

(4) كل متتالية هندسية متقاربة ، نهايتها تساوي صفر .

**التمرين الثاني: ( 6 نقاط )**

$(u_n)$  متتالية معرفة بحدها الأول  $u_0 = 1$  ومن أجل كل  $n$  من  $N$ :  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

(1) أ - مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  مبينا خطوط الرسم . (الرسم مرفق مع الموضوع)

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها .

(2) نعرف الآن المتتالية  $(v_n)$  على  $N$  ب:  $v_n = u_n - 4$

أ - اثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{2}{3}$  و حدها الأول يطلب حسابه .

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم استنتج عبارة الحد العام  $u_n$  .

ج - احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  . ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية  $(u_n)$  ؟

د - احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: ( 9 نقاط )

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1} \quad \text{بـ: } R - \{-1\} \text{ على دالة معرفة}$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $R$  :  $f(x) = ax + b - \frac{4}{x+1}$

3) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  هو مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .

4) أ - اثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $R - \{-1\}$  :  $f'(x) > 0$

ب - اذكر اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

5) اوجد إحداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

6) احسب  $f(0)$  ثم أنشئ كل المستقيمات المقاربة والمنحنى  $(C_f)$  .

7)  $g$  دالة معرفة على  $R - \{-1\}$  بـ:  $g(x) = |f(x)|$

أ - اكتب بدون رمز القيمة المطلقة .

ب - اشرح كيفية رسم  $(C_g)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه في نفس المعلم .



اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات (الأستاذ: مراحي لزهري)التمرين الأول:

(I) لتكن  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  ثلاثة أعداد حقيقية و لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{x-1}$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

عين الأعداد الحقيقية  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  إذا علمت أن  $(C_f)$  يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل  $(xx')$  في النقطة  $A(0;2)$

و أنه يقبل مماسا يوازي المستقيم الذي معادلته:  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$  عند النقطة التي فاصلتها  $-1$

(II) نفرض أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  فان:  $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1}$

(1) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  فان:  $f(x) = -x + 1 - \frac{1}{x-1}$

(2) بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا  $(d)$  موازيا لمحور الترتيب يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

(3) بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  في جوار  $-\infty$  و في جوار  $+\infty$  يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

(4) تحقق أن النقطة  $\omega$  حيث:  $\{\omega\} = (d) \cap (\Delta)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$

(5) أحسب  $f'(x)$  ثم أدرس إشارتها و استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و جدول تغيراتها.

(6) أثبت أن  $(C_f)$  يقبل مماسين متوازيين معامل توجيه كل منهما يساوي  $-\frac{3}{4}$  يطلب كتابة معادلة ديكارتية لكل منهما.

(7) عين  $(C_f) \cap (yy')$  و  $(C_f) \cap (xx')$

(8) أنشئ كلا من المستقيمين المقاربين  $(d)$  و  $(\Delta)$  ثم أرسم المنحنى  $(C_f)$

(9) ناقش بيانها و حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة:  $f(x) = m$

التمرين الثاني:

المستوى مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

(I) نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 5$  و  $u_{n+1} = \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}$

(1) أحسب الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  ثم مثلها بدقة على محور الفواصل .

(2) ما هو التخمين الذي تقترحه حول اتجاه تغير هذه المتتالية ؟

(3) أحسب الفرق:  $u_{n+1} - u_n$

(4) إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n > 1$  ، بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة تماما على  $\mathbb{N}$  .

(II) لتكن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = u_n - 1$

(أ) بين أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

(ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

(ت) أحسب المجموع:  $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ثم استنتج المجموع:  $t_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(ث) أحسب النهايات التالية:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n)$  ،  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$  ،  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (s_n)$  ،  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (t_n)$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{4^n + 5^n}{4^n - 5^n} \right)$

### التمرين الثالث:

فيما يلي نعتبر المستوي موحها و  $k$  عدد صحيح نسبي.

(i)  $ABC$  مثلث متقايس الأضلاع حيث:  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

النقاط  $I$  ،  $J$  و  $K$  هي منتصفات الأضلاع  $[BC]$  ،  $[AC]$  و  $[AB]$  على الترتيب.

عين القيس الرئيسي لكل زاوية من الزوايا الموحجة التالية:  $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$  ،  $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{JK})$  ،  $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{CA})$

(ii)  $DEF$  مثلث متساوي الساقين رأسه  $F$  . يعطى:  $(\overrightarrow{FD}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$H$  نقطة من القطعة  $[DF]$  حيث:  $(\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{ED}) = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

بتوظيف علاقة شال للزوايا الموحجة و خواص الزوايا الموحجة، عين القيس الرئيسي لكل زاوية من الزاويتين الموحجتين:

$(\overrightarrow{HE}, \overrightarrow{EF})$  و  $(\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{FD})$

بالتوفيق للجميع

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
	0.5	<p><b>التمرين الأول: (10 نقطة)</b></p> <p>(I) تعيين العددين الحقيقيين <math>\alpha</math>، <math>\beta</math> و <math>\gamma</math> حتى يقبل <math>(C_f)</math> مماسا موازيا لحامل محور الفواصل <math>(xx')</math> في النقطة <math>A(0;2)</math> و يقبل مماسا يوازي المستقيم الذي معادلته: <math>y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}</math> عند النقطة التي فاصلتها -1 من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> من <math>\mathbb{R} - \{1\}</math> لدينا:</p> $f'(x) = \frac{\alpha x^2 - 2\alpha x - \beta - \gamma}{(x-1)^2}$ <p>لدينا: <math>\begin{cases} f(0) = 2 \\ f'(0) = 0 \\ f'(-1) = -\frac{3}{4} \end{cases}</math> و منه: <math>\begin{cases} \frac{\gamma}{-1} = 2 \\ -\beta - \gamma = 0 \\ 3\alpha - \beta - \gamma = -3 \end{cases}</math> و منه: <math>\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 2 \\ \gamma = -2 \end{cases}</math></p> <p>(II) نفرض أنه من أجل كل <math>x</math> من <math>\mathbb{R} - \{1\}</math> فان: <math>f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1}</math></p>
	0.5	<p>(1) التحقق أنه من أجل كل <math>x</math> من <math>\mathbb{R} - \{1\}</math> فان: <math>f(x) = -x + 1 - \frac{1}{x-1}</math></p> <p>من أجل كل <math>x \in \mathbb{R} - \{1\}</math> لدينا:</p> $-x + 1 - \frac{1}{x-1} = \frac{(-x+1)(x-1) - 1}{x-1} = \frac{-x^2 + x + x - 1 - 1}{x-1} = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1} = f(x)$
10	01	<p>(2) بيان أن <math>(C_f)</math> يقبل مستقيما مقاربا <math>(d)</math> موازيا لمحور الترتيب يطلب كتابة معادلة له:</p> <p>لدينا: <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{-1}{0^-} = +\infty</math> و منه <math>(C_f)</math> يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب معادلته: <math>(d): x = 1</math></p>
	01	<p>(3) بيان أن <math>(C_f)</math> يقبل مستقيما مقاربا مائلا <math>(\Delta)</math> في جوار <math>-\infty</math> و في جوار <math>+\infty</math>:</p> <p>لدينا: <math>f(x) = -x + 1 - \frac{1}{x-1}</math> و منه: <math>f(x) - (-x + 1) = -\frac{1}{x-1}</math>، إذن:</p> $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{ x  \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{1}{x-1} \right] = 0$ <p>و منه <math>(C_f)</math> يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته: <math>(\Delta): y = -x + 1</math> و في جوار <math>+\infty</math></p>
	0.5	<p>(4) التحقق أن النقطة <math>\omega</math> هي مركز تناظر للمنحنى <math>(C_f)</math> <math>\omega = (d) \cap (\Delta)</math></p> <p>لدينا <math>\omega(1; -1 + 1)</math> و منه: <math>\omega(1; 0)</math> يكفي إذن إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> فان:</p> $f(2-x) = -f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$ <p>لدينا: <math>f[2(1-x)] = 2(0) - f(x)</math></p> <p>(5) حساب <math>f'(x)</math> ثم دراسة إشارتها و استنتاج اتجاه تغير الدالة <math>f</math> و جدول تغيراتها:</p>

01

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-

لدينا:  $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x-1)^2} = \frac{-x(x-2)}{(x-1)^2}$  ومنه:

و بالتالي جدول التغيرات يكون كما يلي:

01

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$-\infty$

(6) إثبات أن  $(C_f)$  يقبل مماسين متوازيين معامل توجيه كل منهما يساوي  $-\frac{3}{4}$  يطلب كتابة معادلة

ديكارتية لكل منهما:

01

$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x-1)^2} = -\frac{3}{4}$  معناه:  $4(-x^2 + 2x) = -3(x-1)^2$  ومنه:  $-x^2 + 2x + 3 = 0$  أي:

$x = -1$  أو  $x = 3$  إذن:

0.5

$(T_1): y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$  أي  $(T_1): y = f'(3) \times (x-3) + f(3)$

0.5

$(T_2): y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$  أي  $(T_2): y = f'(-1) \times (x+1) + f(-1)$

0.5

(7) نعيين  $(C_f) \cap (xx')$  و  $(C_f) \cap (yy')$  ثم رسم المنحنى  $(C_f)$

$(C_f) \cap (yy') = \{B(0;2)\}$

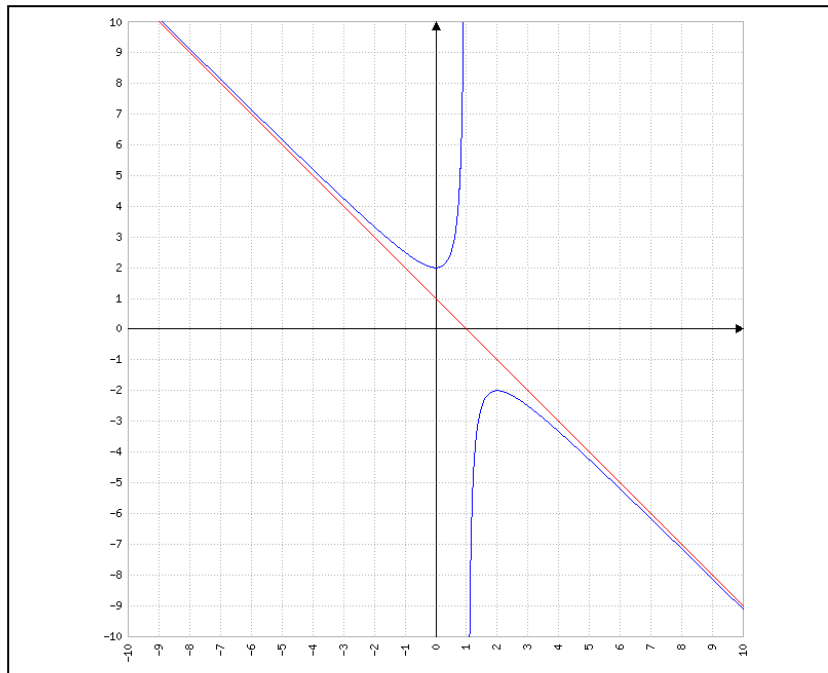
لدينا:  $f(0) = 2$  و منه:

من جهة أخرى: المعادلة  $f(x) = 0$  تكافئ المعادلة:  $\frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1} = 0$  أي:  $-x^2 + 2x - 2 = 0$

0.5

هذه الأخيرة لا تقبل حولا في  $\mathbb{R} - \{1\}$  لأن  $\Delta < 0$  و بالتالي:  $(C_f) \cap (xx') = \emptyset$

0.5



(8) رسم المنحنى:

(9) المناقشة البيانية حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  لعدد و إشارة حلول المعادلة:  $f(x) = m$

إذا كان  $m \in ]-\infty; -2[$  فإن المعادلة تقبل حلين موجبين تماما .

إذا كان  $m = -2$  فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا موجبا تماما .

إذا كان  $m \in ]-2; 2[$  فإن المعادلة لا تقبل حولا .

إذا كان  $m = 2$  فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا معدوما .

إذا كان  $m \in ]2; +\infty[$  فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

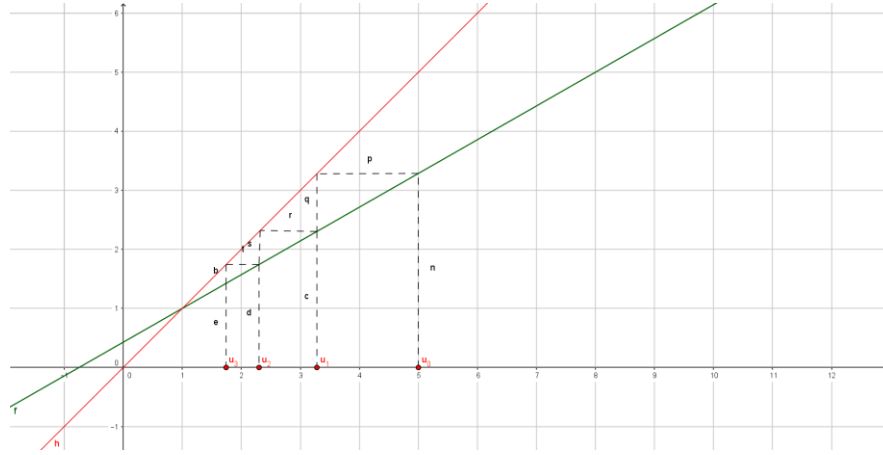
**التمرين الثاني: (07 نقطة)**

(I)  $(u_n)_{n \geq 0}$  هي المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 5$  و  $u_{n+1} = \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}$

01

(1) حساب الحدود  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  و تمثيلها بدقة:  $u_1 = \frac{23}{7}$  ،  $u_2 = \frac{113}{49}$  ،  $u_3 = \frac{599}{343}$

01



0.25

(2) تخمين اتجاه التغير: من خلال الرسم نلاحظ أن المتتالية تبدو متناقصة تماما .

01

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا  $u_{n+1} - u_n = \left(\frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}\right) - u_n = -\frac{3}{7}u_n + \frac{3}{7}$

07

0.25

(4) ولكن  $u_n > 1$  ومنه  $-\frac{3}{7}u_n < -\frac{3}{7}$  ومنه:  $-\frac{3}{7}u_n + \frac{3}{7} < -\frac{3}{7} + \frac{3}{7}$  ومنه:

$$u_{n+1} - u_n < 0$$

ومنه المتتالية:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة تماما على  $\mathbb{N}$

(II) لتكن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = u_n - 1$

(أ) بيان أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول:

0.5

لدينا:  $v_n = u_n - 1$  ومنه:  $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \left(\frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}\right) - 1 = \frac{4}{7}u_n - \frac{4}{7} = \frac{4}{7}(u_n - 1) = \frac{4}{7}v_n$

0.25

إذن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية أساسها:  $q = \frac{4}{7}$  و حدها الأول:  $v_0 = u_0 - 1 = 5 - 1 = 4$

(ب) كتابة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

01 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $v_n = v_0 \times q^{n-0} = 4 \times \left(\frac{4}{7}\right)^n$  و منه:  $u_n = v_n + 1 = 4 \times \left(\frac{4}{7}\right)^n + 1$

(ت) حساب المجموع:  $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ثم استنتج المجموع:  $t_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

0.25 
$$s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n-0+1}}{1 - q} = 4 \times \frac{1 - \left(\frac{4}{7}\right)^{n+1}}{1 - \frac{4}{7}} = \frac{28}{3} \left[ 1 - \left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} \right]$$

$$t_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (v_0 + 1) + (v_1 + 1) + (v_2 + 1) + \dots + (v_n + 1)$$

0.25 و منه:  $t_n = (v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n) + (1 + 1 + 1 \dots + 1) = s_n + n + 1 = \frac{28}{3} \left[ 1 - \left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} \right] + n + 1$   
(ث) حساب النهايات التالية:

0.25 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 4 \times \left(\frac{4}{7}\right)^n \right) = 4 \times 0 = 0$$

0.25 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 4 \times \left(\frac{4}{7}\right)^n + 1 \right) = 4 \times 0 + 1 = 1$$

0.25 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (s_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{28}{3} \left[ 1 - \left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} \right] \right) = \frac{28}{3} [1 - 0] = \frac{28}{3}$$

0.25 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (t_n) = +\infty$$

0.25 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{4^n + 5^n}{4^n - 5^n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{5^n \left( \left(\frac{4}{5}\right)^n + 1 \right)}{5^n \left( \left(\frac{4}{5}\right)^n - 1 \right)} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^n + 1}{\left(\frac{4}{5}\right)^n - 1} \right) = \frac{0 + 1}{0 - 1} = -1$$

**التمرين الثالث: ( 03 نقاط )**

(i)  $ABC$  مثلث متقايس الأضلاع حيث:  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$  و هو القيس الرئيسي،  $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{JK}) = \pi$  و هو القيس الرئيسي

01.5  $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{CA}) = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$  و منه القيس الرئيسي هو  $-\frac{5\pi}{6}$

(ii)  $DEF$  مثلث متساوي الساقين رأسه  $F$ . يعطى:  $(\overrightarrow{FD}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$(\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{FD}) = (\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FD}) = \frac{\pi}{4} + (\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF}) = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$

01.5

$(\overrightarrow{HE}, \overrightarrow{EF}) = (\overrightarrow{HE}, \overrightarrow{EH}) + (\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{EF}) = \pi + (\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = \frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{12} = -\frac{\pi}{6}$

انتهى نص الإجابة بعون الله ...

## اختبار الفصل الثاني

### التمرين الأول:

$x \in \mathbb{R}$ : لتكن العبارة:  $A(x) = \cos(1962\pi + 2x) + \sin(5\pi - 2x) - \cos\left(\frac{1988\pi}{4} + 2x\right) + \cos\left(\frac{2018\pi}{4} - 2x\right)$

1. أثبت أن:  $A(x) = 2 \cos(2x)$ .

2. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $[A(x)]^2 - 1 = 0$ .

3. بين أن:  $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1 - 2 \sin^2(x)$ .

### التمرين الثاني:

يحتوي كيس على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام: 3، 3، 2، 2 و 1 وأربع كرات بيضاء تحمل الأرقام: 1، 2، 3 و 3 غير متميزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

(1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

(أ) باعتماد ألوان الكرات. (ب) باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

(2) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية:

(أ) "الكرتان المسحوبتان بيضاوان".

(ب) "إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء".

(ج) "لا يظهر الرقم 1".

### التمرين الثالث:

الجزء الأول: لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + 1}{x^2 + 1}$  حيث  $\alpha, \beta$  أعداد حقيقية.

جد  $\alpha, \beta$  إذا علمت أن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $g$ :

يقبل مستقيم مقارب معادلته  $y = 1$ .  
يشمل النقطة  $A(1; 2)$ .

الجزء الثاني: لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني.

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. بين أن:  $f'(x) = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ ، أدرس إشارة المشتقة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 1$ .

4. بين أن  $f(-x) = 2 - f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

5. أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

6. عين مجموعة الأعداد الحقيقية  $m$  التي من أجلها المعادلة:  $(1-m)x^2 + 2x + 1 - m = 0$  تقبل حلين موجبين.

رسالة التحية: تفلوح

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

**التمرين الأول (06 نقاط) :**

$(C_g)$  التمثيل البياني لدالة  $g$  معرفّة على المجال  $]-1; +\infty[$  بما يلي:

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$$

$(C_g)$  يمرّ من النقطتين  $A(0; 2)$  ، المنحني  $(C_g)$  يقبل مماسا  $(T)$  في النقطة  $A$  يمرّ بالنقطة

$C(-1; 5)$  ، ويقبل مماساً أفقياً  $(T')$  في النقطة  $B(1; 1)$ .

(1) بقراءة بيانية عيّن ما يلي:

أ / معامل توجيه المماس  $(T)$  .

ب /  $g(0)$  ،  $g(1)$  ،  $g'(0)$  و  $g'(1)$  .

ج / معادلة ديكارتية للمماس  $(T)$  .

د / إشارة الدالة  $g$  على المجال

$]-1; +\infty[$

(2) أحسب عبارة  $g'(x)$  ، بدلالة  $a$  و  $c$  .

(3) باستعمال النتائج السابقة عيّن الأعداد

الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  ثم عبارة  $g(x)$

**التمرين الثاني (06,5 نقاط) :**

كيس يحتوي على 5 كريات لا نفرّق بينها عند اللمس منها:

كريّتان خضراوان تحملان الأرقام 1 و 2 ونرمز لهما بالرمز  $V_1$  و  $V_2$  .

3 كريات صفراء تحمل الأرقام 1 ، 2 و 3 ونرمز لها بالرمز  $J_1$  ،  $J_2$  و  $J_3$  .

**الجزء الأول:**

نسحب على التوالي كريّتين دون إرجاع.

(1) باستعمال شجرة الإمكانيات، أكتب مجموعة الإمكانيات الكلية.

(2) نعتبر الحادثتين التاليتين:

A – الكريّتان المسحوبتان لهما نفس اللون.

B – الكريّتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم.

أحسب احتمال كلّ من A و B.

(3) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي الكريّتين المسحوبتين.

• عيّن قيم المتغيّر العشوائي X.

• عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X.

• أحسب الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X.



## الجزء الثاني:

نسحب على التوالي كرتين مع إرجاع الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي  
(1) احسب عدد الحالات الممكنة.

(2) نعتبر الحادثتين التاليتين:

A – الكريتان المسحوبتان لهما نفس اللون.

B – الكريتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم.

أحسب احتمال كلٍّ من A و B.

(3) نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين.

- عيّن قيم المتغير العشوائي Y.
- عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي Y.
- احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي Y

## التمرين الثاني (07,5 نقاط):

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1,1\}$  كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$$

( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

°1 احسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجال تعريفها.

°2 ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

°3 بين أن المستقيم ( $D$ ) ذي المعادلة  $y = x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى ( $C_f$ ).

- ادرس وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة للمستقيم ( $D$ ).

°4 بين أن النقطة  $O$  مركز تناظر للمنحنى ( $C_f$ ).

°5 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1,1\}$  :  $f''(x) = \frac{-4x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$

ب/ تحقق أن النقطة  $O$  هي نقطة انعطاف للمنحنى ( $C_f$ ).

ج/ اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة  $O$ .

°6 احسب إحداثيات نقط تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع حامل محور الفواصل.

°7 أنشئ المماس ( $T$ ) والمستقيم ( $D$ ) للمنحنى ( $C_f$ ).

°8  $m$  عدد حقيقي، ناقش حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة التالية :

$$x^3 - mx^2 - 3x + m = 0$$



التمرين الأول (5ن):

يحتوي كيس على ثلاثة كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 3 وكرتان بيضاوان تحملان الرقمان 1، 2.

الكرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرة من الكيس ونسجل لونها ورقمها ولا نعيدها إلى الكيس، ثم نسحب عشوائيا كرة من الكيس ونسجل لونها ورقمها.

1. أنشئ شجرة الإمكانيات التي تترجم هذه الوضعية.

2. نعتبر الأحداث التالية:

الحدث  $A$ : 'سحب كرتين من نفس اللون'.  
 الحدث  $B$ : 'سحب كرتين من نفس الرقم'.

الحدث  $C$ : 'الحصول على كرة بيضاء على الأقل'.

❖ بين أن  $P(A) = \frac{2}{5}$  ثم أحسب احتمال الحدثين  $B$  و  $C$ .

3. نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل إمكانية عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$  ثم عين قانون احتمالته.

ب. أحسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$ .

التمرين الثاني (6ن):

نعتبر في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

النقط  $A(1;2)$ ،  $B(-8;-1)$ ،  $C(3;4)$ ،  $H$ .

النقطة  $H$  معرفة بالعلاقة:  $\overline{AH} = \frac{3}{2}\overline{AC}$

1. بين أن النقطة  $H$  مرجح النقطتين  $A$  و  $C$  مرفقتين بمعاملين صحيحين يطلب تعيينهما.

2. عين احداثيا النقطة  $G$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A,1);(B,-1);(C,-3)\}$ .

3. بين أن النقط  $B$ ،  $H$  و  $G$  على استقامة واحدة.

4. عين وأنشئ المجموعة  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تحقق

$$\|\overline{MA} - \overline{MB} - 3\overline{MC}\| = 6$$

5. عين وأنشئ المجموعة  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تحقق

$$2\|\overline{MA} - \overline{MB} - 3\overline{MC}\| = 3\|\overline{MA} - 3\overline{MB}\|$$

التمرين الثالث (9ن) :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم استنتج مستقيما مقاربا للمنحنى  $(C_f)$ .
2. أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 :  
$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$$
  
ت. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 1]$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 1]$  ثم فسر النتائج هندسيا.
- ث. أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  الذي  $y = x - 1$  معادلة له.
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 :  
$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$
4. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
5. أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.
6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 :  $f(2-x) + f(x) = 0$  ، ماذا تستنتج؟
7. أنشئ  $(\Delta)$ ،  $(T)$  و  $(C_f)$ .
8.  $m$  وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = m$ .

## إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{-x^2 + 4x}{x^2 + 2}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

(1) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج بيانيا.

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فان:  $f'(x) = \frac{-4x^2 - 4x + 8}{(x^2 + 2)^2}$

ب/ ادرس اشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم ذو المعادلة  $y = -1$

(4) اوجد احداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

(5) ارسم المنحنى  $(C_f)$ .

(6) اوجد قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $(m-1)x^2 + 4x + 2m = 0$  حلان مختلفان في الاشارة.

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 4 كريات متجانسة منها كريتين خضراوين ، كرية بيضاء و كرية حمراء .

يسحب شخص كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية المسحوبة الى الكيس .

(1) أنجز شجرة امكانيات توضح هذه التجربة.

(2) احسب احتمال الحادثة:  $A$  : " الحصول على كرية خضراء و اخرى بيضاء "

(3) عند كل سحبة فان هذا الشخص يربح 10 DA على كل كرية خضراء يتحصل عليها ، ويخسر 10 DA عند

حصوله على كرية حمراء ، و يخسر 5 DA عند حصوله على كرية بيضاء.

$X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مبلغ الربح أو الخسارة الذي يتحصل عليه هذا الشخص .

أ/ أوجد القيم الممكنة لـ  $X$  . ( نرسم للخسارة ب: -10 DA و -5 DA )

ب/ عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

ج/ احسب الأمل الرياضياتي و التباين للمتغير العشوائي  $X$  .

التمرين الثالث:

(1) لتكن الزاويتين الموجهتين:  $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$  و  $(\vec{w}; \vec{v}) = \frac{31\pi}{6}$

أ/ أوجد القيس الرئيسي للزاوية  $(\vec{w}; \vec{v})$

ب/ أوجد قيسا بالراديان للزاوية  $(-\vec{w}; 2\vec{u})$

(2)  $A(x)$  عبارة معرفة كما يلي:  $A(x) = \sin\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{31\pi}{6}\right)$

أ/ بين أنه من أجل كل  $x$  فان:  $A(x) = -\cos x + \frac{1}{2}$

ب/ حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $A(2x) = 0$  ثم مثل الحل على دائرة مثلثية .

ثانوية العلامة المختار بن بلعمش

الموسم الدراسي : 2017 / 2018

المستوى : 02 علوم تجريبية

المدة : ساعتان

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (08 نقاط)

– يحتوي كيس على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام : 3 ، 3 ، 2 ، 2 ، 1 و أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام : 2 ، 2 ، 3 ، و 3 لا نفرق بينها في اللمس .

– نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع.

(1)- شكل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة في الحالتين :

(أ)- باعتماد ألوان الكرات (ب) – باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات .

(2)- أحسب إحتمال الحوادث التالية :

(أ) -  $A$  « الكرتان المسحوبتان بيضاواتان »

(ب) -  $B$  « احدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء »

(ج) -  $C$  « الكرتان المسحوبتان تملان رقمان زوجيان »

التمرين الثاني: (12 نقطة)

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $D_f = IR - \{3\}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 3}$

حيث :  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان حقيقيان .

( $C_f$ ) هو تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1)- أوجد العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  حتى يقبل المنحنى ( $C_f$ ) مماسا عند النقطة  $A(1, -6)$  موازيا لحامل محور الفواصل .

(2)- نضع فيما يلي :  $\alpha = -8$  و  $\beta = 19$  .

(أ)- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

(ب)- أكتب  $f(x)$  من الشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

3-) أثبت أن  $(Cf)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطاب تعين معادلتها .

- ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المقارب المائل ، أدرس وضعية المنحنى  $(Cf)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

4-) عين نقاط تقاطع  $(Cf)$  مع حامل المحورين .

5-) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(Cf)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -1$

6-) بين أن النقطة  $W(3, -2)$  هي مركز تناظر لـ  $(Cf)$

7-) أنشئ  $(Cf)$  و  $(T)$

بالتوفيق و النجاح

ثانوية العلامة المختار بن بلعمش

الموسم الدراسي : 2017 / 2018

المستوى : الثانية علوم تجريبية  
الرياضيات

التصحيح النموذجي للإختبار الثاني في مادة

عناصر الإجابة

رقم  
التطبيق

(1) - (أ) - باعتماد ألوان الكرات ..... (01ن) (ب) - باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات ..... (01ن)

التمرين  
الأول :  
(8نقاط)

(2) - (أ) -  $P(A) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{72} = 0.17$  ..... (02ن)

(2) - (ب) -  $P(B) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{40}{72} = 0.56$  ..... (02ن)

(2) - (ج) -  $P(C) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = 0.17$  ..... (02ن)

(1) - (أ) -  $f(1) = -6$  معناه :  $\alpha + \beta = 11$

$f'(1) = 0$  معناه :  $-3\alpha - \beta = 5$

نقوم بحل الجملة :  $\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ -3\alpha - \beta = 5 \end{cases}$  نجد :  $\alpha = -8$  و  $\beta = 19$  ..... (01ن)

(2) - (أ) -  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$  ..... (0.5ن)

التمرين  
الثاني:  
(12نقطة)

(ن0.5) .....  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x = -\infty$

(ن0.5).....  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty \left( \frac{4}{0^+} \right)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty \left( \frac{4}{0^-} \right)$

(ن01).....  $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x-3)^2}$  :  $D_f$  من أجل كل  $x$  من  $x=1$  أو  $x=3$  ومنه :

$f'(x) = 0$  معناه :  $x=1$  أو  $x=3$  ومنه :  
 $f$  متناقصة على المجال  $[1,3[ \cup ]3,5]$

(ن01).....  $f$  متزايدة على المجال  $]-\infty,1] \cup [5,+\infty[$

(ن01)..... - جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$x$	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-	+
$f(x)$	↗ -6 ↘			↘ +∞ ↗	↗ +∞
	$-\infty$			2	

(ن1.5).....  $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x-3}$  :  $D_f$  من أجل كل  $x$  من  $x=3$

(0.5).....  $x=3$  :  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \infty$  فإن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته :

(0.5)..  $(\Delta): y = x - 5$  :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x-3} = 0$  :  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته :

- وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$  : لما :  $x \in ]-\infty,3[$  تحت  $(C_f)$   $(\Delta)$

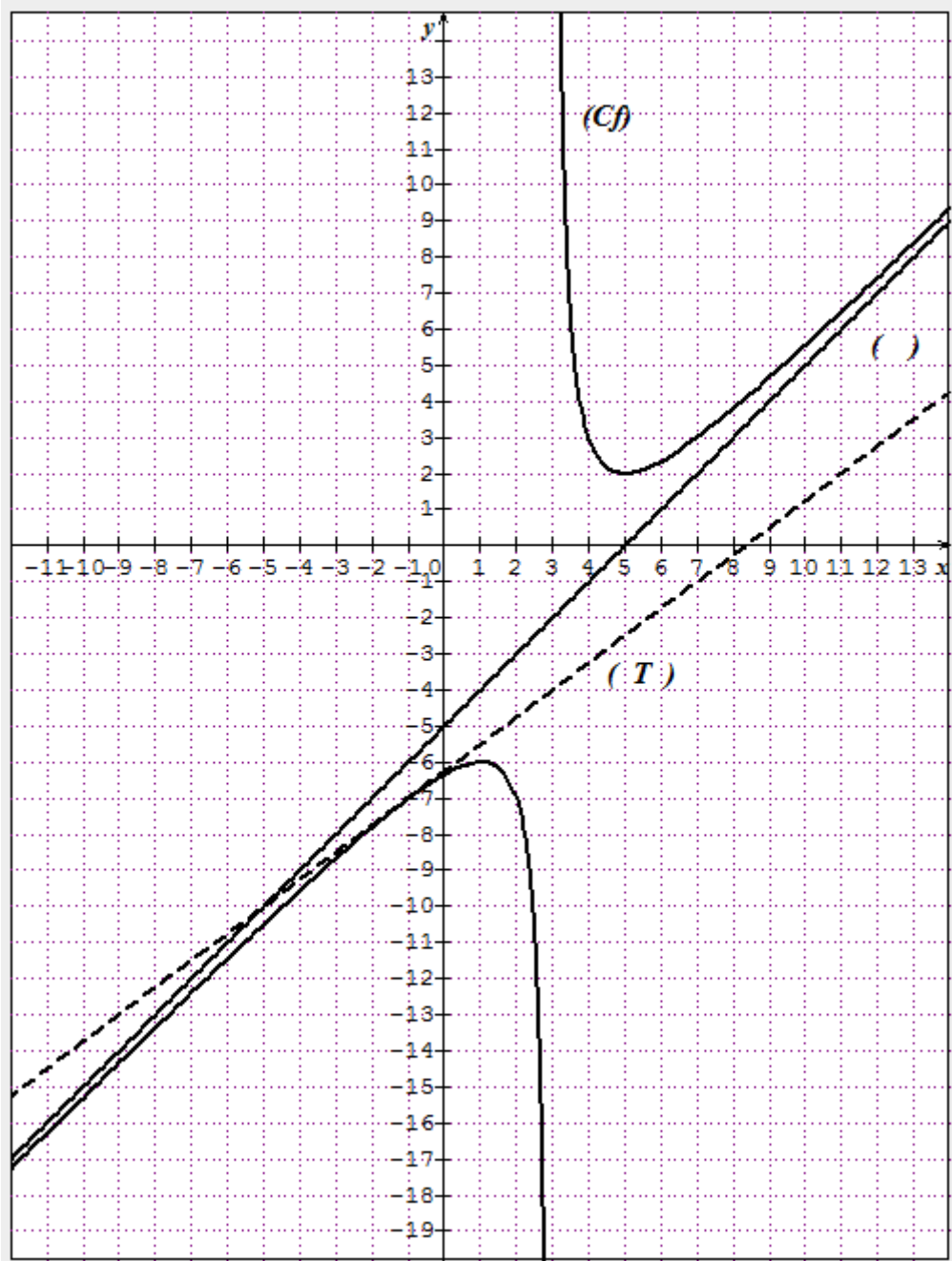
(ن0.5)..... لما :  $x \in ]3,+\infty[$  فوق  $(C_f)$   $(\Delta)$

(ن0.5)(0.5).....  $(C_f) \cap (yy') = \left\{ A \left( 0, \frac{-19}{3} \right) \right\}$  ،  $(C_f) \cap (xx') = \emptyset$  - (4)

(ن01).....  $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = \frac{3}{4}x - \frac{25}{4}$  - (5)

(ن0.5).....  $f(6-x) + f(x) = -4$  :  $-2-x \in D_f$  ،  $D_f$  من أجل كل  $x$  من  $x=3$





## الاجتبار الثاني في مادة الرياضيات

المدة : ساعة

المستوى : 2 تقني رياضي + 2 ع. تجريبية

## التمرين الأول: 07 نقاط

$(U_n)$  و  $(V_n)$  متالتين حسابيتين معرفتان على  $\mathbb{N}$ ، حيث:  $U_0 = 1$  و  $V_0 = 2$   
و أساسيهما  $a$  و  $b$  على الترتيب، حيث:  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان

$(W_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  حيث:  $W_n = 2U_n - V_n$

1 أحسب  $W_0$  الحد الأول للمتتالية  $(W_n)$

2 بين أن  $(W_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها بدلالة العددين  $a$  و  $b$

3 علما أن الحد التاسع للمتتالية  $(W_n)$  هو  $-16$ ، أوجد  $n$  أساسها ثم استنتج اتجاه تغيرها على  $\mathbb{N}$

4 علما أن الحد الخامس ل  $(V_n)$  هو  $14$ ، أوجد قيمة  $b$  ثم استنتج قيمة  $a$

5 بين أن عبارة الحد العام للمتتالية  $(W_n)$  هي:  $W_n = -2n$

6 عين عبارة كل من  $U_n$  و  $V_n$  بدلالة  $n$ ، ثم تحقق من صحة جوابك على السؤال الخامس.

## التمرين الثاني: 07 نقاط

في الشكل المقابل  $(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $[0; 1]$  بـ:  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  و  $(D)$  هو المستقيم ذو المعادلة:  $y = x$ .

1  $(U_n)$  هي المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي: 
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

• مثل الحدود  $U_0; U_1; U_2; U_3$  على محور الفواصل دون حسابها، مبرزا خطوط التمثيل.

2 نعتبر المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة كما يلي:  $v_n = \frac{u_{n-1}}{u_n}$  حيث  $u_n \neq 0$

أ بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$  يطلب تعيين حدها الأول

ب عين اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$  على  $\mathbb{N}$

ت أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ث أحسب المجموع:  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n+2}$

## التمرين الثالث: 06 نقاط

$f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها

2

أ بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإنّ:  $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$

ب أثبت أنّ  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، عيّن معادلتيهما

3

أ بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإنّ:  $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$

ب استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}^*$

ت شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

ث أوجد معادلة المماس  $(\Delta)$  عند  $x_0 = 1$

4 أرسم المستقيمات المقاربة و المماس  $(\Delta)$  ثم  $(C_f)$

**التمرين الأول: (05 نقاط)**

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

- (1) النقطة  $A(-\sqrt{3}; -1)$  إحداثياتها القطبية هي :  $A\left(2, \frac{5\pi}{6}\right)$ .
- (2) العدان  $\frac{9\pi}{8}$  و  $\frac{41\pi}{8}$  هما قياسان لنفس الزاوية الموجهة .
- (3) العدد  $\frac{\pi}{8}$  هو القيس الرئيسي لزاوية موجهة من أقياسها العدد  $\frac{65\pi}{8}$ .
- (4) إذا كان :  $(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{\pi}{4}$  فإن  $(-3\vec{u}; \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$ .
- (5) حلا المعادلة  $2\cos(x) + 1 = 0$  على المجال  $[0; 2\pi]$  هما  $\frac{4\pi}{3}$  و  $\frac{2\pi}{3}$ .

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

كيسين  $A$  و  $B$  حيث  $A$  يحتوي على ثلاث كرات مرقمة من 1 إلى 3 و  $B$  يحتوي على ثلاث كرات مرقمة 2 ، 3 ، 4 ، نسحب من  $A$  كرة ، ومن  $B$  كرة.

- (1) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من  $A$  و  $B$  مجموع الرقمين المحصل عليهما.  
(ا) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  ثم احسب :  $E(X)$  ،  $V(X)$  و  $\sigma(X)$ .
- (2) الأعداد المكتوبة على الكرات نضاعفها خمس مرات ونقوم بنفس السحب السابق، وليكن  $Y$  هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من  $A$  و  $B$  مجموع الرقمين المحصل عليهما.  
(ا) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $Y$ .  
(ب) بين أن :  $E(Y) = 5E(X)$  و  $\sigma(Y) = 5\sigma(X)$ .

**التمرين الثالث: (09 نقاط)**

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = x^3 + 6x + 12$

- (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$
  - (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]-1, 47[-1, 48[$  ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$
- الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$$

$(C_f)$  هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 2)^2}$  ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$

ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .

(3) أرسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$

(4) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة الحلول للمعادلة  $f(x) = m$

## ✓ التمرين الأول:

- يحتوي كيس على 2 كرية بيضاء و 2 كرية خضراء و كرية واحدة سوداء لا نفرق بينها باللمس يسحب اللاعب من الكيس كرتين على التوالي وبدون إرجاع
- [1] • أنشئ مخطط يبين كل الحالات.
  - [2] • عين مجموعة الإمكانات ، ثم عرف قانون الإحتمال عليها
  - [3] • أحسب إحتمال الحصول على :
    - كرتين من نفس اللون.
    - كرتين مختلفتين في اللون.
    - الكرية الأولى خضراء .
  - [4] • يربح اللاعب  $2x$  عند سحب كرية سوداء و  $x$  عند سحب كرية بيضاء و  $-1$  عند سحب كرية خضراء حيث  $x$  عدد طبيعي غير معدوم
- نعتبر المتغير العشوائي  $Y$  الذي يرفق بكل سحب جداء الربح المحصل عليه عند كل سحب.
- عين جميع القيم الممكنة للربح  $G$  بدلالة  $x$
  - عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي
  - عين قيم  $x$  حتى تكون اللعبة مربحة

## ✓ التمرين الثاني:

- ★  $f$  دالة عددية معرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، و جدول تغيراتها معطى كمايلي :

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$		$+\infty$	$2$
	↗		↘
	$2$		

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

- [1] • المستقيم الذي معادلته  $y = 2$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$ .
- [2] • المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا .
- [3] • مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) > 0$  هي :  $S = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$
- [4] • في المجال  $]-\infty; -1[$  يكون : ”  $f(-2) > f(x)$  عندما يكون  $x < -2$  ”
- [5] • النقطة  $A(-3; 1)$  تنتمي إلى المنحنى  $(C_f)$ .

### ✓ التمرين الثالث:

[I] ★ لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

[1] • أدرس تغيرات الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

[2] • أحسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g$

[II] ★ لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  بـ:  $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$

وليكن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

[1] • بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$  فإن  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}$

[2] • استنتج إتجاه تغير الدالة  $f$

[3] • أحسب نهايات  $f$  وفسر النتيجة هندسيا

[4] • شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

[5] • أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - (-x + 1)$  ، ماذا تستنتج؟

[6] • أدرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  ولستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$

[7] • أكتب معادلة المماس  $(D)$  عند النقطة التي فاصلتها 3

[8] • أرسم  $(C_f)$  و المستقيمات المقاربة.

[9] • ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  إشارة وعدد حلول المعادلة:

$$3x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2} = m$$

مع أطيب المنى

وَاللَّهُ وَلِيُّ الْمُؤْمِنِينَ

**التمرين الأول ( 5 ن )**

لكل حالة من الحالات الآتية إقتراح واحد فقط صحيح يطلب إختياره مع التبرير:

الإقتراحات	الإقتراح (1)	الإقتراح (2)	الإقتراح (3)
إذا كان $\frac{1439\pi}{4}$ قيس لزاوية فإن قيسها الرئيسي هو :	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$
إذا كان $(\bar{u}, \bar{v}) = \frac{\pi}{12}$ فإن $(-2\bar{u}, -\bar{v})$ يساوي :	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{13\pi}{12}$
الكتابة المبسطة لـ: $A(x) = \cos(x) + \cos(\pi + x) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$ هي :	$A(x) = \cos x$	$A(x) = \sin x$	$A(x) = 0$
حلل المعادلة $1 - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ في المجال $[0; 2\pi]$ هي :	$\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right\}$	$\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$	$\left\{\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$

**التمرين الثاني (6 ن)**

نرمي زهر نرد غير مزيف أوجهه تحمل الأرقام 1 إلى 6 ونهتم بالرقم الذي يظهر في الوجه العلوي .  
1) نعتبر الحوادث التالية :

A : "الحصول على عدد مضاعف لـ 3" .

B : "الحصول على عدد أولي" .

C : "الحصول على عدد أكبر تماما من 2" .

أحسب :  $P(\bar{A})$  ,  $P(A \cup B)$  ,  $P(A \cap B)$  ,  $P(C)$  ,  $P(B)$  ,  $P(A)$  .

2) نعرف اللعبة كما يلي : اللاعب الذي يرمي النرد يربح 30DA إذا ظهر رقم أولي , ويخسر 20DA إذا ظهر الرقم 6 أو

الرقم 4 و يخسر 70DA إذا ظهر الرقم 1 .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يعطي الربح أو الخسارة .

1) عين القيم الممكنة للمتغير X .

2) عرف قانون الاحتمال للمتغير X .

3) أحسب الأمل الرياضي للمتغير X . هل اللعبة مريحة ؟

4) أحسب الإنحراف المعياري للمتغير X .



I.  $P(x) = x^3 - 3x - 2$  كثير الحدود حيث :

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $P(x) = (x+1)^2(x-2)$

2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $P(x) = 0$  . أدرس إشارة  $P(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  ب :  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم :  $f(x) = x + 3 + \frac{3x+1}{x^2}$

2) أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  . فسر النتيجة هندسيا .

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم :  $f'(x) = \frac{P(x)}{x^3}$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 3$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  .

5) أ) عين إحداثيي النقطة  $A$  من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس  $(T)$  موازي للمستقيم  $(\Delta)$  .

ب) أكتب معادلة المماس  $(T)$  .

6) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  .

التمرين الأول: (6 نقاط):

				1				
			2	3	4			
		5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16	
17	18	19	20	21	22	23	24	25

نقرأ في الشكل المقابل العدد 14 يقع في السطر الرابع والعمود الخامس منه

العدد 23 يقع في السطر الخامس والعمود السابع منه

ياكمل الشكل على هذا المنوال أين يقع العدد 2019 (السطر والعمود)

التمرين الثاني: (7 نقاط):

$ABC$  مثلث متساوي الساقين في النقطة  $A$  ليكن الارتفاع  $[AH]$  المتعلق بالضلع  $[BC]$  حيث  $AH = 4$  (الوحدة سنتيمتر)

1/ عين وأنشئ النقطة  $G$  مرجح النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  المرفقة المعاملات 1، 2، 1 على الترتيب

2/  $M$  نقطة من المستوي. عين طولية الشعاع  $\vec{U}$  حيث  $\vec{U} = 2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}$

• نفرض أن  $\|\vec{U}\| = 8$  (الوحدة سنتيمتر)

3/ عين وأنشئ مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $\|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{U}\|$

4/ لتكن  $G_n$  مرجح الجملة  $\{(A, 2), (B, n), (C, n)\}$  حيث  $n$  عدد طبيعي.

\* أثبت أن النقطة  $G_n$  موجودة من أجل كل قيمة لـ  $n$ . وأن النقطة  $G_n$  تنتمي إلى القطعة المستقيمة  $[AH]$ .

5/ بين أن مجموعة النقط  $M$  هي دائرة  $(S_n)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها حيث  $\|2\vec{MA} + n\vec{MB} + n\vec{MC}\| = n\|\vec{U}\|$

\* تحقق من أن النقطة  $A$  تنتمي إلى الدائرة  $(S_n)$  ثم استنتج قيمة المسافة  $AG_n$  بدلالة  $n$

التمرين الثالث: (7 نقاط):

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$  ب  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(o.i.j)$

1/ عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  حيث يكون من أجل كل  $x$  من  $D_f$  فإن  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

2/ أدرس تغيرات الدالة  $f$

3/ استنتج معادلة  $(\Delta)$  المستقيم المقارب المائل لـ  $(C_f)$ . ثم عين معادلة المستقيم المقارب الأخر

4/ أحسب  $f(4-x) + f(x)$  ماذا تستنتج؟

5/ عين معادلة المماس  $(t)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6/ هل توجد مماسات أخرى للمنحنى  $(C_f)$  ميلها -1

7/ عين نقاط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات

8/ أرسم  $(C_f)$  والمقاربات

9/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $x^2 - (5+m)x + 2m + 7 = 0$

تمهياتنا لكم

والنجاح

امأخذة المأخذة

التمرين الأول (6 نقاط) : أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

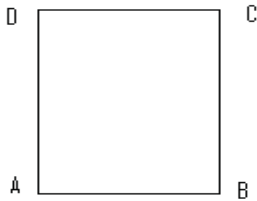
1/ إذا كانت:  $\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$  فإن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $B$  بتحاكي مركزه  $A$  ونسبته  $\frac{1}{2}$ .

2/ صورة الدائرة  $(C)$  ذات نصف القطر  $r = 2cm$  بتحاكي نسبته  $-3$  هي دائرة  $(C')$  مساحتها  $36\pi cm^2$ .

3/ إذا كانت النقطة  $G$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A; -2); (B; 1)\}$  فإن النقطة  $B$  هي صورة  $A$  بتحاكي مركزه  $G$  ونسبته  $-2$ .

4/ صورة مستقيم  $(D)$  بواسطة تحاكي هو مستقيم  $(D')$  يقطعه.

التمرين الثاني: (6 نقاط)



1/ ليكن  $ABCD$  مربع موجه حيث:  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$  ، نرسم خارج المربع مثلث متقايس الأضلاع

$ADE$  ، و لتكن النقطة  $F$  نقطة تقاطع المستقيمين  $(AE)$  و  $(BC)$ .

أ/ أكمل الشكل ثم أوجد قياسا بالراديان لكل زاوية موجهة من الزوايا:  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC})$  ،  $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AB})$  و  $(\overrightarrow{ED}; \overrightarrow{CD})$ .

ب/ بين أن:  $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) + \sin(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AB}) - \sin(\overrightarrow{ED}; \overrightarrow{CD}) = 0$

2/ لتكن العبارة:  $A(x) = 2\cos(\frac{17\pi}{2} - x) + \sin(\frac{2018\pi}{2} + x) - \sin(2019\pi - x) - \sin(4\pi - x)$

أ/ بين أن:  $A(x) = \sin x$

ب/ حل في  $\square$  المعادلة:  $\sqrt{2}A(x) + 1 = 0$

التمرين الثالث: (8 نقاط) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

نعتبر  $f$  دالة معرفة على  $\{1\} - \square$  بالعبارة:  $f(x) = \frac{2x-3}{1-x}$  ، ليكن  $(C)$  التمثيل البياني الممثل لها.

1/ أحسب نهايات الدالة  $f$  مفسرا النتائج بيانيا.

2/ أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول التغيرات.

3/ أثبت أن  $(C)$  يقبل مماسين  $(T)$  و  $(T')$  معامل توجيه كل منهما يساوي  $-1$ .

4/ عين نقطتي تقاطع  $(C)$  مع حاملي محوري الإحداثيات.

5/ بين أن النقطة  $\omega(1; -2)$  مركز تناظر للمنحنى  $(C)$

6/ أكتب معادلة لكل من  $(T)$  و  $(T')$  ثم أنشئهما وأنشئ  $(C)$ .

بالتوفيق .. الأستاذة: بالنور/ك

**التمرين الأول (6ن)**

- $A, B$  و  $C$  ثلاث نقط من المستوي ليست على إستقامة واحدة ،  $M$  نقطة كيفية من المستوي .
- (1) أنشئ  $I$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; 2)\}$  ثم أنشئ النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$  .
- (2) بين أن الشعاع  $\vec{v} = \vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}$  مستقل عن  $M$  (أي ثابت) .
- (3) استنتج المساواة :  $2\vec{AB} - 3\vec{AC} = \vec{CA} + 2\vec{CB}$  ، ثم استنتج أن  $\vec{v} = 3\vec{CI}$  .
- (4) عين وأنشئ ، المجموعة  $(E)$  للنقط  $M$  من المستوي حيث :  $\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}\|$  .
- (5) لتكن  $K$  مرجح الجملة  $\{(C; -3), (B; 2)\}$  ، بين أن المستقيمين  $(CI)$  و  $(AK)$  متوازيين .

**التمرين الثاني (9ن)**

- (I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$
- (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) أ/ بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,7 < \alpha < 0,8$  .  
ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$  .
- (II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$
- وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .
- (2) أ/ بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$  .  
ب/ استنتج أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له .  
ج/ أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .
- (3) أ/ بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$  حيث  $f'$  مشتقة الدالة  $f$  .  
ب/ استنتج إشارة  $f'(x)$  حسب قيم  $x$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  . (نأخذ  $f(\alpha) \approx -0,1$ )
- (4) أحسب  $f(1)$  ثم حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  .
- (5) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  والمنحني  $(C_f)$  .

6) لتكن الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = \frac{2x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

وليكن  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ/ تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $h(x) = f(x) - 2$

ب/ استنتج أن  $(C_h)$  هو صورة  $(C_f)$  بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ  $(C_h)$  .



### التمرين الثالث (5ن)

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

$$A(x) = \cos(15\pi + x) + \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi + x) + \sin(7\pi - x) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $2A(x) = -1$

3) نعتبر كثير الحدود  $P(x)$  المعروف بـ :  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$

أ/ أحسب  $P(1)$  ، ماذا تستنتج ؟

ب/ أوجد الأعداد الحقيقية  $a, b$  و  $c$  حيث :  $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$

ج/ حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $P(x) = 0$

د/ استنتج حلول المعادلة :  $2\sin^3 x + 5\sin^2 x - 4\sin x - 3 = 0$



ملاحظة: مقروئية الاجابة ، تنظيم الورقة. اظهر النتائج تؤخذ بعين الإعتبار في التنقيط.

إستعمال القلم الأحمر و المصحح (Effaceur) ممنوع.

## امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المدة :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - 3}{2x^3 - 7}$  ساعة

المستوى : الثانية علوم تجريبية

## التمرين الأول: 3 نقاط

- أجب بصحيح أو خطأ، مع التعليل (لا تقبل أي إجابة بدون تعليل).
- في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس، من أجل كل عدد حقيقي  $\theta$ : إذا كان  $\vec{u} = (\cos \theta, \sin \theta)$  فإن  $\|\vec{u}\| = |\cos(2\theta)|$
- من أجل كل عددين حقيقيين  $x$  و  $y$  لدينا:  $\sin(x + y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
- من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $\cos x + \sin x = \sqrt{2} \times \sin(x + \frac{\pi}{4})$
- المعادلة  $\sin(3x) = -\sin(2x)$  ليس لها حلول في  $\mathbb{R}$
- علما أن  $\sin \frac{13\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$  فإن  $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\vec{u} \cdot \vec{v}$  لدينا: متعامد ومتجانس، لدينا:

## التمرين الثاني: 8 نقاط

المثلث  $ABC$  مثلث من المستوي ولتكن  $G$  مركز ثقله. $h$  تحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  من المستوي النقطة  $M'$  حيث:

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

- بين أنه يوجد نقطة صامدة وحيدة  $G$  بواسطة التحويل النقطي  $h$ .
  - عين طبيعة التحويل  $h$  ثم حدد عناصره المميزة.
- المستوي منسوب لمعلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $D(1, 2), C(-1, 3), B(3, 1), A(2, 0)$
- احسب الجداء السلمي  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج نوع المثلث  $ABC$ .
  - عين مجموعة النقط  $(\Delta)$  التي تحقق من أجل كل نقطة  $M$  من المستوي:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ ، ثم اكتب معادلتها.
  - اوجد المجموعة  $(\Delta')$  صورة المجموعة  $(\Delta)$  بالتحاكي  $h$ .
  - اكتب معادلة الدائرة  $(C)$  التي مركزها النقطة  $D$  وتشمل النقطة  $A$ .
- ليكن  $h'$  تحاكي الذي  $B$  ونسبته  $-1$ .
- اكتب العبارة التحليلية للتحاكي  $h'$  الذي يرفق بكل نقطة  $M$  النقطة  $M'$ .
  - عين احداثيات النقط  $C', A'$  صورتي النقطتين  $C, A$  على الترتيب بواسطة  $h'$ . ثم استنتج نوع المثلث  $A'BC'$ .
  - بين أن:  $S_{ABC} = S_{A'BC'}$  (يرمز  $S$  إلى المساحة).

اقلب الورقة

## التمرين الثالث: 9 نقاط

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$ ، و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوى منسوب للمعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1 أحسب نهاية  $g$  عند حدود مجال تعريفها.
- 2 أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- 3 بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  حيث  $0,7 < \alpha < 0,8$ .
- 4 استنتج حسب قيم  $x$  إشارة الدالة  $g$ .

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$ ، و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى منسوب للمعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1 أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج.
- 2 بين أن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$ .
- 3 استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.
- 4 أدرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .
- 5 بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$  (الدالة  $f'$  هي مشتقة الدالة  $f$ ).
- 6 نضع  $(f(\alpha) \simeq -0,1)$ ، أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- 7 إذا علمت أن 1 هو جذر للدالة  $f$  حل المعادلة  $f(x) = 0$ . ثم استنتج نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محوري الاحداثيات.
- 8 اكتب معادلة المماس  $(T)$  عند  $x_0 = 1$ .
- 9 أنشئ  $(\Delta)$ ،  $(T)$ ،  $(C_f)$ .

لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$ ، و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المستوى منسوب للمعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1 تحقق أن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $h(x) = f(x) - 2$ .
- 2 استنتج أن  $(C_h)$  هو صورة  $(C)$  بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.
- 3 أنشئ  $(C_h)$ .
- 4 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x) = m + 2$ .

بالتوفيق

## اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

## التمرين الأول: (08 نقاط)

(1) أ- عين على الدائرة المثلثية النقطة  $M$  صورة العدد  $x$  حيث  $\cos x = \frac{1}{2}$  و  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

ب- تحقق أن  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ، استنتج بالراديان العدد الحقيقي  $x$  (قيس الزاوية  $x$ )

ج- استنتج القيم المضبوطة لكل من  $\cos(\pi-x)$  ،  $\sin(2019\pi-x)$

$$\cos\left(\frac{9\pi}{2}-x\right) \text{ و } \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \text{ ، } \sin\frac{4\pi}{3} \text{ ، } \cos\frac{4\pi}{3}$$

د- بسط العبارة التالية  $p(x) = \sin(\pi-x) + \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{2}+x\right) - \sin(x)$

(2) أ) حل في المجال  $I$  حيث  $I = [0; 2\pi[$  المعادلة  $\sin x = \sin\frac{\pi}{3}$

ب) حل في المجال  $I$  حيث  $I = [0; 2\pi[$  المعادلة  $\cos x = \frac{1}{2}$

## التمرين الثاني: (03 ن)

لتكن النقطة  $A$  هي صورة النقطة  $B$  بالتحاكي الذي مركزه  $C$  و نسبته  $\frac{3}{4}$

(1) عبر عن الجملة السابقة بواسطة علاقة شعاعية ، ثم أنشئ شكلا مناسباً لذلك حيث  $BC = 4cm$

(2) بين أنه يوجد تحاكي مركزه  $A$  و يحول  $B$  إلى  $C$  . عين نسبة هذا التحاكي.

## التمرين الثالث: (09 ن)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل لها في المعلم المتعامد و المتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث من أجل كل عدد  $x$  من  $D_f$  فإن :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$

(2) أ) أحسب كل من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) أحسب كل من  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  وفسر النتيجة بيانياً.

(3) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  معادلته :  $y = x + 2$  عند  $(+\infty)$  و عند  $(-\infty)$

ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$

(5) بين أن النقطة  $\omega(2,4)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$

(6) أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  عند النقطة التي فاصلتها  $\frac{1}{2}$

(7) أرسم بعناية المنحنى  $(C_f)$  و المستقيمتان المقاربتان.



## إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: ساعة  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x}{x^2 - 1}$ 

السنة الدراسية: 2019/2018

الشعبة: علوم تجريبية

## التمرين الأول:

$\overline{AH} = \frac{1}{3} \overline{AB}$  حيث  $H, (P)$  نقطة من هذا المستوي حيث:

① بين أن  $H$  هي مرجح النقطتين  $A$  و  $B$  المرفقتين على الترتيب بمعاملين  $\alpha$  و  $\beta$  يطلب تعيينهما.

② لتكن  $G$  مرجح الجملة  $\{(A; 1); (B; 2); (C; 3)\}$

// اكتب  $\overline{AG}$  بدلالة  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  ثم أنشئ النقطة  $G$ .

ب// عين  $(\Delta)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث:  $\|MA + 2MB + 3MC\| = 3\|MA + MB\|$  ثم أنشئها.

③ نزود المستوي  $(P)$  بمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

ونعتبر النقط  $A(-1; 0); B(2; -1); C(1; 3)$ ، وليكن  $K$  مرجح الجملة  $\{(A; \alpha); (B; \alpha+1); (C; \alpha^2)\}$

// عين قيم  $\alpha$  التي تكون من أجلها  $K$  موجودة.

ب// عين احداثيات  $K$  بدلالة  $\alpha$ .

## التمرين الثاني:

نرمي ثلاث مرات متتالية قطعة نقدية متوازنة نرمز إلى الوجه بالحرف " F " و إلى الظهر بالحرف " P ":

① شكل شجرة الاحتمالات و اعط مجموعة النتائج الممكنة  $\Omega$  ثم عرف قانون إحتمال هذه التجربة.

② ما هو احتمال الحصول على الوجه " F " في الرمية الثانية فقط.

③ نستعمل الآن هذه التجربة لإجراء اللعبة التالية: يربح اللاعب 20 نقطة إذا تحصل على ظهر " P " و يخسر 10

نقاط إذا تحصل على وجه " F " وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إمكانية مجموع النقط المحصل عليها.

// عين  $X(\Omega)$  ثم اعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ .

ب// احسب أمله الرياضي واستنتج إن كانت اللعبة مربحة أم لا.

### التمرين الثالث:

ليكن  $x$  عدد حقيقي، نضع:

$$A(x) = \cos(40\pi - x) + \sin\left(x - \frac{31\pi}{2}\right) + \cos(11\pi - x) + \cos\left(\frac{41\pi}{2} - x\right)$$

$$B(x) = \cos\left(\frac{120\pi}{6} - x\right) + \sin\left(\frac{31\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{30\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right)$$

① بسط العبارتين  $A(x)$  و  $B(x)$  بحيث يكون:  $A(x) = \sin(x) + \cos(x)$  و  $B(x) = \sin(x) - \cos(x)$ .

② بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :  $A(x) \times B(x) = 1 - 2\cos^2(x)$ .

③ احسب  $\cos(x)$  و  $\sin(x)$  علماً أن  $A(x) = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$  و  $B(x) = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ .

### التمرين الرابع:

اذكر إن كانت كل جملة من الجمل التالية صحيحة أم خاطئة مع التبرير:

① إذا كان  $ABC$  مثلث مباشر متقايس الأضلاع فإن  $(\overline{AB}; \overline{AC}) + (\overline{CB}; \overline{CA}) + (\overline{BC}; \overline{BA}) = \pi$ .

② القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي قيسها  $\frac{2019\pi}{4}$  هو  $\frac{3\pi}{4}$ .

③ العدان الحقيقيان  $\frac{2019\pi}{4}$  و  $\frac{1440\pi}{3}$  قيسان لنفس الزاوية الموجهة.

④ الإحداثيات القطبية للنقطة  $A\left(\frac{-4}{\sqrt{2}}; \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$  هي  $A\left(\sqrt{2}; \frac{5\pi}{4}\right)$ .

⑤  $C; B; A$  ثلاث نقط حيث  $\overline{AB} = 4\overline{BC}$  < نسبة التحاكي الذي مركزه  $C$  و يحول  $B$  إلى  $A$  هي  $k = -3$ .

⑥  $C; B; A$  ثلاث نقط حيث  $3\overline{AB} = -2\overline{BC}$  < التحاكي الذي مركزه  $C$  ونسبته 3 يحول  $B$  إلى  $A$ .

### تذكر جيد

أنك (تستطيع النجاح) في حياتك الدراسية و لو كان الناس جميعا يعتقدون أنك غير ناجح ولكنك (لن تنجح) أبداً إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح

الزيتونة الوطنية  
1438 هـ / 2017 م

أخذنا النافذة الثانية مادة الرياضيات

### التمرين الأول:

- لتكن  $A(x)$  و  $B(x)$  عبارتان معرفتان على  $]-\pi; \pi]$  بـ:  $A(x) = 2 \cos(x) - 1$  و  $B(x) = 2 \cos(x) + \sqrt{3}$ 
  - (1) عين حلول المعادلة  $A(x) = 0$  على المجال  $]-\pi; \pi]$  ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية
  - (2) عين حلول المعادلة  $B(x) = 0$  على المجال  $]-\pi; \pi]$  ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية
  - (3) عين إشارة كل من  $A(x)$  و  $B(x)$  على المجال  $]-\pi; \pi]$
- - بين انه من اجل كل من  $\mathbb{R}$ :  $\frac{2+\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)^2$   
 - حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $x^2 + \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)x - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$
- لتكن  $C(x)$  عبارة معرفة على  $]-\pi; \pi]$  بـ:  $C(x) = \cos^2(x) + \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)\cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 
  - (1) عين حلول المعادلة  $C(x) = 0$  على  $]-\pi; \pi]$  (للمساعدة ضع  $x = \cos(x)$ )
  - (2) عين صور حلول المعادلة على الدائرة المثلثية
  - (3) استنتج إشارة  $C(x)$  على المجال  $]-\pi; \pi]$
  - (4) حل المتراجحة:  $C(x) \leq 0$

### التمرين الثاني:

- لتكن  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ 
  - (1) بين ان  $\alpha = 1$  جذر لـ:  $g(x)$
  - (2) عين  $a$  و  $b$  حيث:  $g(x) = (x-1)(x^2 + ax + b)$
  - (3) عين حلول المعادلة  $g(x) = 0$  ادرس إشارة  $g(x)$
- لتكن  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ 
  - (1) احسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف
  - (2) بين ان المشتق:  $f'(x) = g(x)$
  - (3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول التغيرات
  - (4) احسب كل من:  $f(2); f(0); f(-1); f(1); f(3)$
  - (5) عين النقاط الحدية المحلية لـ:  $(C_f)$
  - (6) عين نقطتي الانعطاف لـ:  $(C_f)$  (بوضع  $7 \sim \sqrt{48}$ )
  - (7) مثل  $(C_f)$

### التمرين الثالث:

- لتكن الدالة المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{2x^2+3x}{x+1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ 
  - (1) احسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف
  - (2) ادرس تغيرات الدالة  $f$
  - (3) بين انه من اجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$  ان:  $f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x+1}$  ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب المائل لـ:  $(C_f)$

## اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

### التمرين الأول:

$ABC$  مثلث قائم في  $B$  و متساوي الساقين حيث :  $BA = BC = 4cm$  .

(1) - لتكن  $I$  نقطة من المستوي بحيث :  $\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB}$  ، بين أن  $I$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A, 1); (B, 3)\}$  ثم أنشئها.

(2) - لتكن  $J$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(B, 6); (C, -2)\}$  ، أنشئ النقطة  $J$  .

(3) - نعتبر  $G$  مرجحاً للجملة المثقلة  $\{(A, 1); (B, 3); (C, -1)\}$  .  
بين أن  $G$  هي نقطة تقاطع  $(AJ)$  و  $(CI)$  .

(4) - عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق :

$$\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = \frac{3}{4}\|\vec{MA} + 3\vec{MB}\|$$

(5) - عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق :

$$\|6\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = 8$$

### التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 5 كرات لا نفرق بينها عند اللمس، كرتان خضراوان تحملان الرقمين 1 و 2 نرمز لها ب  $V_1$  و  $V_2$  و ثلاث كرات صفراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، و 3 نرمز لها ب  $J_1$  ،  $J_2$  ، و  $J_3$  .  
نسحب عشوائياً كرتين على التوالي مع الارجاع.

(1) - عين على شكل مخطط (جدول أو شجرة) كل الحالات الممكنة .

(2) - نعتبر الحادثتين التاليتين :

$A$  : " الحصول على كرتين تحملان نفس الرقم " .

$B$  : " الحصول على كرتين لهما نفس اللون " .

احسب احتمال الحادثتين  $A$  و  $B$  .

(3) - نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين .

أ - عين قيم المتغير العشوائي  $X$  .

ب - عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ..

ج - احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  .

### التمرين الثالث:

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  كمايلي:

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1}$$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) - أحسب  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) - أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

(3) - احسب الدالة المشتقة  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها .

(4) - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(5) - عين إحداثيات نقاط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محور الترتيب و محور الفواصل .

(6) - بين أن النقطة  $\Omega(-1,1)$  مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  .

(7) - بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين  $(T_1)$  و  $(T_2)$  معامل توجيه كل منهما 3 يطلب إيجاد معادلتيهما .

(8) - ارسم المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  و المستقيمات المقاربة .

### سؤال إضافي:

ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f(x) = |x|$  عند  $x_0 = 0$  و فسر النتيجة هندسيا.

بالتوفيق

المدة: 2 ساعة

اختبار الفصل الثاني مادة في الرياضيات

التمرين الأول:  $ABC$  مثلث قائم في  $A$  ومتساوي الساقين بحيث:  $BC = 6cm$

- (1) انشئ النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$ .
  - (2) انشئ في نفس الشكل النقطة  $H$  مرجح الجملة  $\{(A, 5); (B, -1); (C, -1)\}$ .
- لتكن مجموعة النقط  $(E)$  من المستوي التي تحقق:

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|5\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}\|$$

- (3) تحقق ان  $A$  تنتمي الى  $(E)$ .
- (4) عين طبيعة المجموعة  $(E)$  ثم انشئها.

التمرين الثاني:

I.  $ABCD$  مربع من المستوي حيث  $(\vec{AD}, \vec{AB}) = \frac{\pi}{2}$ .  $E$  نقطة خارج المربع  $ABCD$  حيث  $ECD$  مثلث متقايس الاضلاع. لتكن النقطة  $F$  داخل المربع  $ABCD$  حيث  $AFD$  مثلث متقايس الاضلاع.

- (1) انجز الشكل الموافق ثم اثبت ان المثلث  $ABF$  متساوي الساقين.
- (2) عين قيسا للزاوية الموجهة  $(\vec{FB}, \vec{FA})$ .
- (3) عين قيسا للزاوية الموجهة  $(\vec{DE}, \vec{DF})$ . استنتج قيسا للزاوية الموجهة  $(\vec{FD}, \vec{FE})$ .
- (4) عين قيسا للزاوية الموجهة  $(\vec{FB}, \vec{FE})$ .
- (5) استنتج ان النقط  $E, F$  و  $B$  على استقامة واحدة.

II. بسط العبارة التالية:

$$A = \cos(\pi - x) + \sin(6\pi - x) + \cos\left(x - \frac{2017\pi}{2}\right) - \sin\left(-x - \frac{\pi}{2}\right)$$

-اقلب الورقة-

التمرين الثالث : نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$$

$(C_f)$  منحناها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(\vec{O}; \vec{I}; \vec{J})$ .

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجموعة تعريفها, فسر النتائج بيانيا.

(2) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ان :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

حيث  $a, b, c$  اعداد حقيقية يطلب تعيينها.

(3) استنتج ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta)$ .

(5) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(6) عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(7) انشئ المستقيمت المقاربة, المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

---

بالتوفيق للجميع

## التمرين الأول (06 ن):

I. اذكر ان كانت كل جملة من الجمل التالية صحيحة ام خاطئة مع التبرير في كل حالة.

$$(1) \quad \frac{\pi}{4} \text{ هو القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي قيسها } \frac{481\pi}{4}$$

$$(2) \quad \text{العديدين الحقيقيين } \frac{20\pi}{4} \text{ و } \frac{-87\pi}{3} \text{ قياسان لنفس الزاوية الموجهة.}$$

$$(3) \quad (\vec{u}; \vec{v}) \text{ زاوية موجهة لشعاعين: اذا كان } (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{-\pi}{3} \text{ فان } (-3\vec{u}; 2\vec{v}) = \frac{4\pi}{3}$$

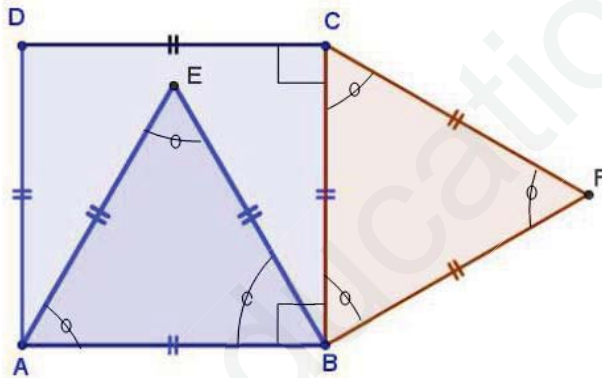
$$(4) \quad \text{اذا كان } A(x) = \cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(x) \text{ فان :}$$

$$A(x) = 1$$

II. المستوي موجه في الشكل المقابل لدينا :

$ABCD$  مربع ;  $ABE$  مثلث متقايس الاضلاع  $BCF$  ; مثلث متقايس الاضلاع

عين أقياس بالرديان كل زاوية من الزوايا الموجهة التالية :



$$(\vec{EB}; \vec{CB}), (\vec{BF}; \vec{FC})$$

$$(\vec{ED}; \vec{EA}), (\vec{DC}; \vec{CF})$$

التمرين الثاني (06 ن):

$ABC$  مثلث قائم في  $A$  و  $AB = AC$

$G$  مرجح الجملة  $\{(A; 2); (B; 1); (C; 1)\}$

(1) برّر وجود ووحداية النقطة  $G$

(2) ارسم شكلا مبينا فيه كيفية انشاء النقطة  $G$

(3) نعتبر  $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$  معلما للمستوي

➤ احسب احداثي كل من النقاط  $A, B, C$  و  $G$  في هذا المعلم .

$$(4) \quad \text{عين (E) مجموعة النقط } M \text{ من المستوي والتي تحقق : } \|\vec{2MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4 \|\vec{AG}\|$$

$$(5) \quad \text{عين (T) مجموعة النقط } M' \text{ من المستوي والتي تحقق : } \|\vec{2M'A} + \vec{M'B} + \vec{M'C}\| = 4 \|\vec{M'A}\|$$

ملاحظة : لا نرسم (E) و (T)



لتكن الدالة  $f$  المعرفة على:  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; 1[ \cup ]1; +\infty[$  كمايلي  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجال تعريفها ثم فسر النتائج بيانياً.

(2) أثبت أن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  فان :  $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  فان :  $f(x) = x - 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$

(5) ليكن  $(d)$  المستقيم الذي معادلته  $y = x - 1$ . أثبت أن المستقيم  $(d)$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$

(6) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل  $(d)$ .

(7) بين أنه توجد 3 نقاط من المنحنى يكون عندهم المماس موازياً لمحور الفواصل يطلب تعيين فواصلهم.

(8) احسب  $f(0)$

(9) ارسم المستقيمت المقاربة و  $(C_f)$ . يعطى :  $f(-0,75) = 0$

التمرين الأول ( 06 نقاط ) :

I. (a) ضع على الدائرة المثلثية النقط  $A, B, C$  التي صورها  $2019\pi$ ,  $\frac{25\pi}{3}$ ,  $\frac{39\pi}{4}$  على الترتيب.

(b) احسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام القيم السابقة .

II. إذا علمت أن :  $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

• احسب القيمة المضبوطة ل  $\sin \frac{7\pi}{12}$  .

III. (a) حل في  $[0; 2\pi]$  المعادلة :  $\sqrt{2}\cos x + 2 = 0$  .

(b) حل في  $[-\pi; \pi]$  المتراجحة :  $\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 0$  .

(c) بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $\cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x$  .

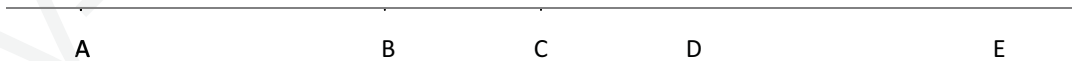
التمرين الثاني ( 04 نقاط ):

(1)  $ABCD$  مربع مباشر .

(a) عين صورة  $D$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{AB}$  .

(b) عين صورة  $C$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{AB}$  .

(2) تعطى النقط التالية كما هي موضحة في المستقيم المدرج :



عين من الشكل ما يلي :

• صورة  $D$  بالتحاكي الذي مركزه  $B$  ونسبته 2 .

• صورة  $E$  بالتحاكي الذي مركزه  $B$  ونسبته  $-\frac{1}{2}$  .

(3)  $ABC$  مثلث كيفي :

• انشيء صور النقطتين  $B$  و  $C$  بالدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{3}$  .

التمرين الثالث ( 10 نقاط):

I. ليكن  $P(x)$  كثير الحدود المعرف على  $\mathbb{R}$  ب :

$$P(x) = x^3 - 3x - 2$$

(1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $P(x) = (x + 1)^2(x - 2)$  .

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$  ثم ادرس إشارة  $P(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  ب :

$$f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم :  $f(x) = x + 3 + \frac{3x+1}{x^2}$

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

(b) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و فسر النتيجة هندسيا .

(3) (a) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم :  $\hat{f}(x) = \frac{P(x)}{x^3}$  .

(b) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) (a) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة :  $y = x + 3$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .

(b) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

(5) (a) عين احداثيات النقطة  $A$  من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس  $(T)$  موازي للمستقيم  $(\Delta)$  .

(b) اكتب معادلة المماس  $(T)$  .

(6) انشئء كلا من  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  و  $(T)$  .

بالتوفيق للجميع



20462601812019

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية بوزيدي محمد - صبرة -  
السنة الدراسية 2018 / 2019

مديرية التربية لولاية تلمسان  
المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المدة : 02 سا

إختبار الثلاثي الثاني في مادة : الرياضيات

## التمرين الأول: (06 نقاط)

يحتوي كيس على 5 كريات لا نفرق بينهما باللمس، منها ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 3 وكرتين حمراوين مرقمة بـ: 1 ، 2 .

نسحب بطريقة عشوائية كرتين على التوالي بحيث لا نعيد الكرة المسحوبة .  
(1) شكل شجرة الإحتمالات.

(2) نعتبر الحوادث التالية:

A: "الكرتين المسحوبتين تحملان نفس اللون"

و B: "الكرتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم".

(1) أحسب  $P(A)$  ،  $P(B)$  ، احتمال الحوادث  $A, B$  على الترتيب.

(3) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة .

(1) عين مجموعة قيم المتغير العشوائي  $X$  .

(ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و أحسب أمله الرياضي  $E(X)$ .

## التمرين الثاني: (06 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

نعتبر النقط  $A(0,0)$  ،  $B(1,0)$  و  $C(0,1)$  و لتكن  $J$  نقطة من المستوي حيث:  $\vec{BJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ .

(1) بين أن  $J$  مرجح النقطتين  $B$  و  $C$  المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.

(2) بين أنه توجد نقطة  $G$  مرجح للجملة المنقلة  $\{(A,4);(B,3);(C,-1)\}$  .

(3) عين إحداثيات النقط  $J$  و  $G$ .

(4) عين ثم أنشئ  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث:  $\|4\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = 3\|\vec{MB} + \vec{MC}\|$ .

(5) عين  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث:  $\|4\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = 6$ .

## التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ:  $f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 6}{2(x-1)}$

$(C_f)$  هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .



20462601812019

- (2) (أ) بين أنه كن أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  فإن:  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 - \frac{2}{x-1}$
- (ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .
- (ج) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .
- (3) (أ) بين أنه كن أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  فإن:  $f'(x) = \frac{(-x+3)(x+1)}{2(x-1)^2}$ ، حيث  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ .
- (ب) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) أكتب معادلة المماس  $(\mathcal{T})$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- (5) بين أن:  $f(2-x) + f(x) = 1$ ، استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة  $A$  كمركز تناظر يطلب تعيين إحداثياتها.
- (6) أنشئ كلا من  $(\Delta)$ ،  $(\mathcal{T})$  و  $(C_f)$ .