

التمرين الأول :

$$\begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = 57 \\ U_1 \times U_2 \times U_3 = 5832 \end{cases} \quad (U_n)_{n \in \mathbb{N}^*} \text{ متتالية هندسية متناقصة بحيث :}$$

- 1) أحسب : U_1, U_2, U_3 .
- 2) عين أساس هذه المتتالية و حدّها العام.
- 3) أحسب قيمة الحد السادس.
- 4) أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 5) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
- 6) أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني :

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{2x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{2x^2 - x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + x - \sqrt{x} + 1$$

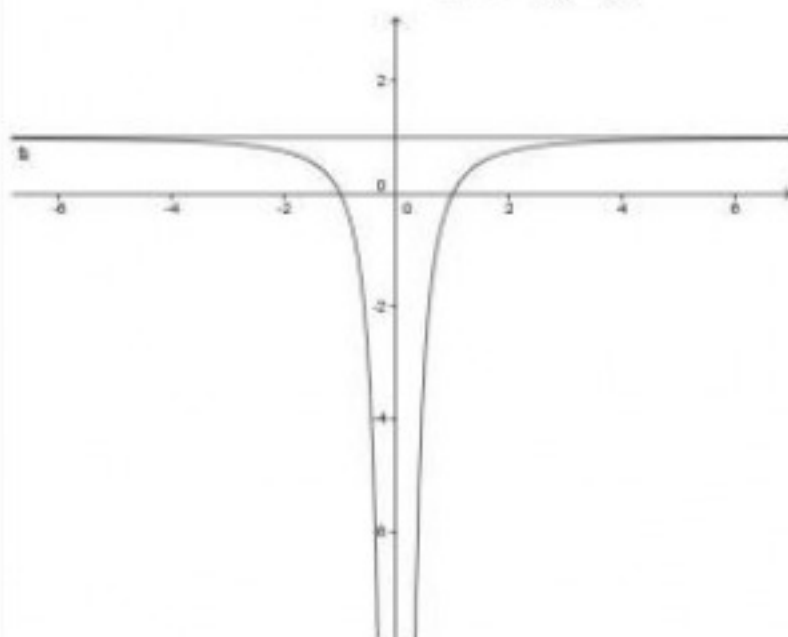
التمرين الثالث :

لتكن f دالة عددية معرفة على \mathbb{R}^*

بمنحنىها البياني (\mathcal{C}) التالي :

عين من المنحنى :

- 1- النهايات على أطراف مجال التعريف.
- 2- الخطوط المقاربة للمنحنى (\mathcal{C}) .
- 3- جدول تغيرات الدالة f .



التمرين الأول : (04 نقاط)

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} U_6 + U_1 = 40 \\ U_{10} = 29 \end{cases}$$

1- عين أساس المتتالية وحدها الأول.

2- أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n .

3- عين قيمة العدد الطبيعي n إذا علمت أن $U_n = 44$.

4- أحسب المجموع $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{15}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية متزايدة و كل حدودها موجبة.

(1) عين U_0, U_1, U_2, U_3, U_4 . إذا علمت أن $U_1 + U_2 + U_3 = 42$ و $U_0 \times U_4 = 144$.

(2) - عين بدلالة n الحد العام U_n .

- احسب المجموع : $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{99}$.

- احسب الجداء : $P = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_{99}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

ليكن ABC مثلث قائم في A حيث : $AC = 12 \text{ cm}$ ، $AB = 9 \text{ cm}$.

(1) عين المرجح G للجملة $\{(A; 2), (B; 1), (C; 1)\}$

(2) ليكن I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$. بين أن G منتصف $[IJ]$

(3) عين وأنشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي بحيث يكون : $\|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = BC$.

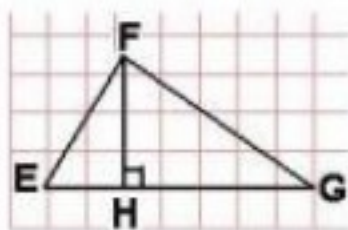
التمرين الرابع : (03 نقاط)

EFG مثلث ، H المسقط العمودي للنقطة F على (EG) حيث :

$HG = 5 \text{ cm}$ ، $EH = 2 \text{ cm}$ ، $EF = 4 \text{ cm}$

احسب الجداءات السلمية التالية :

$(\vec{HF} + \vec{HE}) \cdot \vec{FG}$ ، $\vec{HF} \cdot \vec{HE}$ ، $\vec{GE} \cdot \vec{GH}$ ، $\vec{EF} \cdot \vec{EG}$ ، $\vec{EF} \cdot \vec{EH}$



التمرين الخامس: (05 نقاط)

. المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

. نعتبر النقط $C(-2, -1), B(0, 5), A(3, 2)$

(1) احسب طولية كل من الأشعة: $\vec{BC}, \vec{AC}, \vec{AB}$.

(2) احسب الجداءات السلمية: $\vec{CA} \cdot \vec{CB}, \vec{BC} \cdot \vec{BA}, \vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

(3) عين قيس للزاويتين \hat{ACB}, \hat{BAC} بالتكوير إلى الدرجة.

(4) ليكن H السقط العمودي للنقطة B على (AC) . احسب CH و AH .

التمرين الأول : (08 ن)

لتكن المتتالية الحسابية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ : $U_{2009} = 6045$ و $U_{1970} = 5928$

(1) - أوجد أساسها r ، ثم حدها الأول

(2) - أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n

(3) - أحسب المجموع S حيث : $S = U_{1970} + U_{1971} + \dots + U_{2009}$

التمرين الثاني : (12 ن)

(1) - (U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ : $U_0 = 12$ و $U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + 5$

(Cf) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$

(أ) - مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (U_n) دون حسابها

(ب) - ما هو تخمينك بالنسبة لاتجاه تغير المتتالية (U_n)

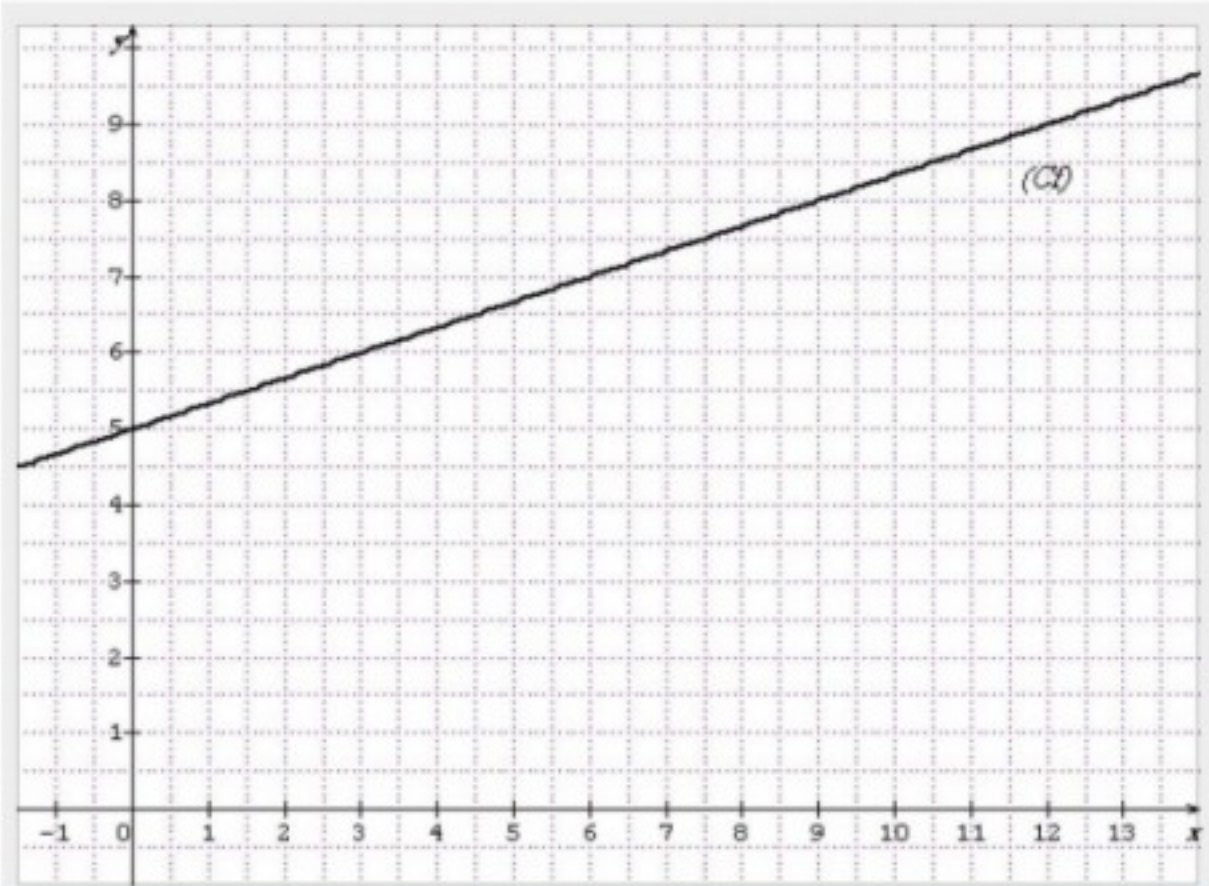
(2) - لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N}^* بـ : $V_n = U_n - \frac{15}{2}$

- بين أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية معيناً أساسها q و حدها الأول

- أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

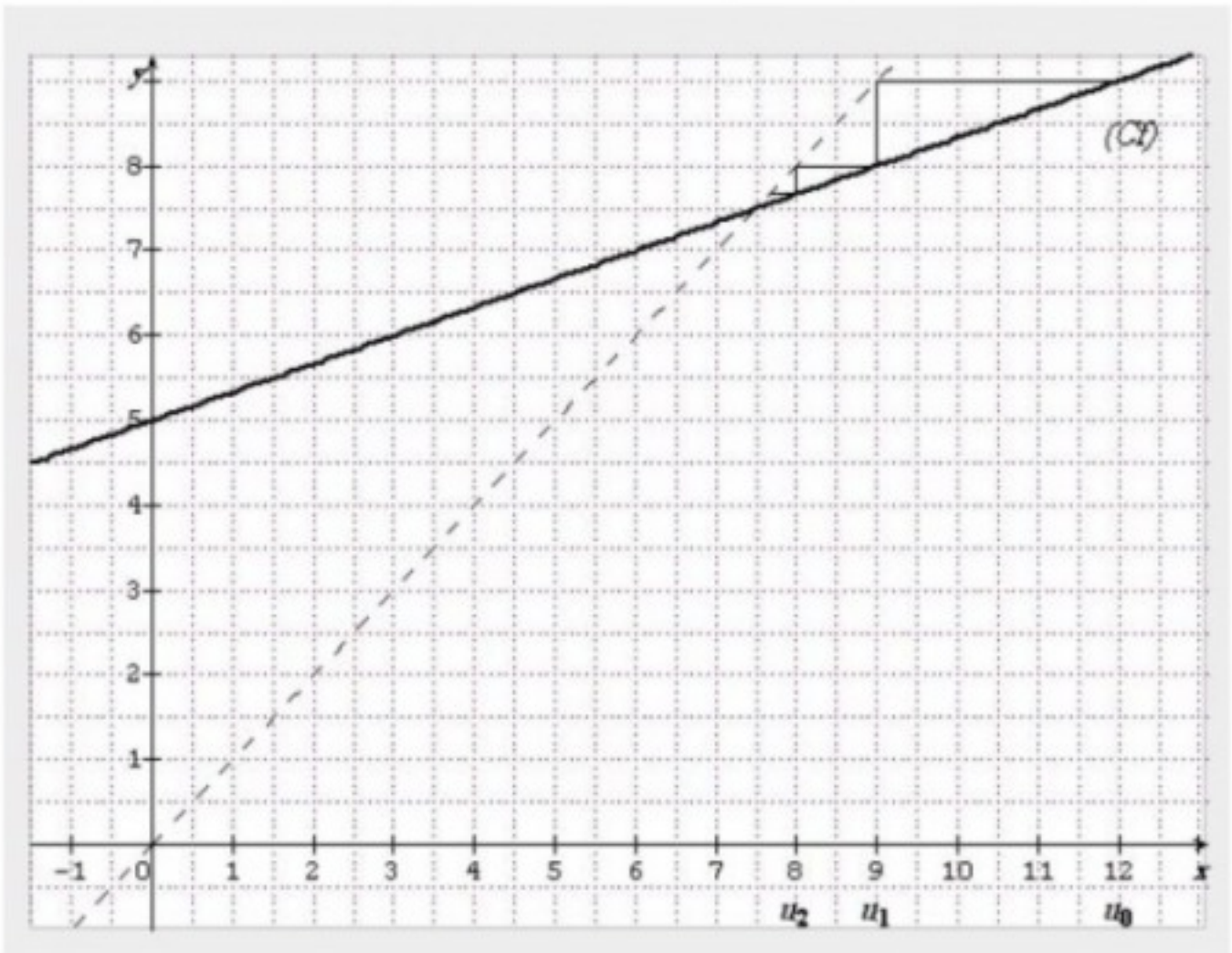
- أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$



التصحیح النموذجي للفرض الثاني للفصل الثاني

رقم التطبيق	الإجابة النموذجية	سليم التقييط
الأول: 08 نقاط	<p>(1)- <u>تعيين الأساس r</u> : $U_{2009} = U_{1970} + (2009 - 1970) r$ $6045 = 5928 + 39 r$</p> <p>ومنه : $r = 3$</p> <p>- إيجاد حدها الأول U_0 : $U_{1970} = U_0 + 1970 r$ $U_0 = 5928 - 5910$</p> <p>$U_0 = 18$</p> <p>(2)- <u>كتابة عبارة الحد العام U_n بدلالة n</u> : $U_n = U_0 + nr$ $U_n = 3n + 18$</p> <p>(3)- <u>حساب المجموع S</u> : $S = \frac{(2009-1970+1)}{2} (U_{1970} + U_{2009})$</p> <p>$S = 239460$</p>	(02ن) (02ن) (02ن) (02ن) (02ن)
الثاني: 10 نقاط	<p>(1)- (ب)- <u>المتتالية (U_n) متناقصة على \mathbb{N}</u></p> <p>(2)- البرهان أن (V_n) متتالية هندسية :</p> <p>لدينا من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{15}{2}$</p> <p>$V_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + 5 - \frac{15}{2}$</p> <p>$V_{n+1} = \frac{1}{3} U_n - \frac{5}{2}$</p> <p>$V_{n+1} = \frac{1}{3} (U_n - \frac{15}{2})$</p> <p>$V_{n+1} = \frac{1}{3} V_n$</p> <p>ومنه : (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ و حدها الأول : $V_1 = U_1 - \frac{15}{2} = \frac{3}{2}$</p> <p>- <u>عبارة الحد العام V_n بدلالة n</u> :</p> <p>من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $V_n = \frac{3}{2} (\frac{1}{3})^{n-1}$</p> <p>- لدينا : $U_n = V_n + \frac{15}{2}$ و منه $V_n = U_n - \frac{15}{2}$</p> <p>- <u>عبارة الحد العام U_n بدلالة n</u> : $U_n = \frac{3}{2} (\frac{1}{3})^{n-1} + \frac{15}{2}$</p> <p>- حساب المجموع S_n :</p> <p>$S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{V_1}{1-q} [1 - q^n]$</p> <p>$S_n = \frac{9}{4} [1 - (\frac{1}{3})^n]$</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{9}{4}$</p> <p>(لأن : $1 < \frac{1}{3} < 1$ أي : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{1}{3})^n = 0$)</p>	(01ن) (1.5ن) (1+1ن) (1.5ن) (1.5ن) (1.5ن) (1.5ن) (1.5ن) (1.5ن)

(15).....



الفرض المحروس الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المدة: 1 ساعة

الشعبة: 2 علوم تجريبية

التمرين الأول :

f دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $[-3, 3]$ بالشكل :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$$

و ليكن (\mathcal{C}) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) برهن أنه مهما يكن $x \in [-3, 3]$ $f(x) = a + \frac{bx}{x^2 + 1}$ حيث a, b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(2) أدرس تغيرات الدالة f .

(3) بين أن النقطة H التي فاصلتها 0 هي مركز تناظر للمنحنى (\mathcal{C}) .

(4) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (\mathcal{C}) في النقطة H .

(5) أنشئ (Δ) و (\mathcal{C}) .

التمرين الثاني:

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية حسابية حدّها الأول $U_1 = 3$ ، U_p حد في هذه المتتالية

بحيث $U_p = 39$ و $S = 570$ حيث

$$S = U_p + U_{p+1} + \dots + U_{p+9}$$

(1) عين أساس هذه المتتالية و أكتب عبارة حدّها العام .

(2) عين قيمة العدد p .

(3) هل العدد 399 من حدود هذه المتتالية ؟ إذا نعم ما هي رتبته؟

(4) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

(5) أحسب قيمة العدد S حيث : $S = U_7 + U_8 + \dots + U_{20}$

بالتوفيق

(الفرغ المحروس الأول لثلاثي الثاني في مادة الرياضيات)

العدد: 1 ساعة

الشعبة: 2 علوم تجريبية

التمرين الأول :

دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $[-4, 4]$ بالشكل : $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2+4}$

و ليكن (\mathcal{C}) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) برهن أنه مهما يكن $x \in [-4, 4]$ $f(x) = a + \frac{bx}{x^2+4}$ حيث a, b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(2) أدرس تغيرات الدالة f .

(3) بين أن النقطة H من (\mathcal{C}) التي فاصلتها O هي مركز تناظر للمنحنى (\mathcal{C}) .

(4) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (\mathcal{C}) في النقطة H .

(5) أنشئ (Δ) و (\mathcal{C}) .

التمرين الثاني:

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية حدّها الأول $U_1 = 2$ ، U_p حد في هذه المتتالية بحيث $U_p = 41$ و $S_p = 301$ حيث

$$S_p = U_1 + U_2 + \dots + U_p$$

(1) عين قيمة العدد p .

(2) عين أساس هذه المتتالية و أكتب عبارة حدّها العام .

(3) هل العدد 299 من حدود هذه المتتالية ؟ إذا نعم ما هي رتبته؟

(4) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

(5) أحسب قيمة العدد S حيث : $S = U_7 + U_8 + \dots + U_{20}$.

بالتوفيق

«الفرض المحروس الثاني لثلاثي الثاني في مادة الرياضيات»

الشعبة: 2 عاوم تجريبية 1

المدة: 1 ساعة

التمرين الأول :

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية حسابية حدّها الأول $U_1 = 3$ ، أساسها r ،

حدّها العام U_n ، $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ ،

إذا علمت أن : $U_p = 43$ ، $S_p = 253$.

أحسب : (1) قيمة العدد الطبيعي p .

(2) أساس هذه المتتالية و حدّها العام .

(3) أحسب بدلالة n المجموع S_n .

(4) ما هو عدد الحدود الأولى التي نجمعها ليكون مجموعها يساوي 136

التمرين الثاني:

$(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدّها الأول V_1 و

V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 ، خمسة حدود متتابعة من هذه المتتالية .

1/ أثبت أن : $V_1 \cdot V_5 = V_3^2$ و أن $V_2 \cdot V_4 = V_3^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_3 > 0 \\ V_1 \cdot V_5 = 324 \\ V_2 + V_3 + V_4 = 78 \end{array} \right.$$

2/ أحسب هذه الحدود الخمسة علما أن:

3/ عين أساس هذه المتتالية و حدّها العام .

4/ أحسب $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

السنة : 2 علوم تجريبية

الفرض الأول للموسم الثاني في مادة: الرياضيات المدة : ساعة و نصف

التمرين الأول: (10 نقاط)

$f(x) = \frac{-x^2 - x + 5}{x + 3}$ كما يلي $]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$

- (1) برهن انه يمكن كتابة f على الشكل $f(x) = ax + b - \frac{c}{x+1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.
- (2) أحسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
- (3) أحسب f' مشتقة الدالة f ثم عين إشارتها.
- (4) شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (5) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 2$ مستقيم مقارب لمنحنى الدالة (c_f) .
- (6) عين إشارة $[f(x) - (-x + 2)]$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمنحنى (c_f) .

التمرين الثاني: (10 نقاط)

(I) لنكن (w_n) متتالية معرفة بالعلاقة : $w_n = \frac{4n+1}{2}$

- (1) برهن أن المتتالية (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r وحدها الأول.
 - (2) عين قيمة n حتى يكون $w_n = \frac{201}{2}$ ثم أحسب المجموع $S_{30} = w_0 + w_1 + \dots + w_{30}$.
 - (3) بعد حساب نهاية المتتالية استنتج أن المتتالية (w_n) متباعدة.
- (II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كالتالي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 3u_n - 2$

1. أحسب الحدود : u_1, u_2, u_3 .
2. أثبت أن المتتالية (u_n) لا حسابية و لا هندسية.
- نضع المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $v_n = u_n - 1$
3. برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول.
4. أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
5. أحسب المجموع $S_0 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$.

بالتوفيق

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

السنة : 2 علوم تجريبية

الفرض الثاني للموسم الثاني في مادة: الرياضيات المدة : ساعة ونصف

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن أقياس الزوايا الموجبة التالية:

$$\alpha_3 = \frac{1434\pi}{4} \text{ (ج)} \quad \alpha_2 = \frac{-119\pi}{6} \quad \text{(ب)} \quad \alpha_1 = \frac{2013\pi}{3} \quad \text{(ا)}$$

(1) أوجد القيم الرئيسية في كل حالة .

(2) أحسب جيب تمام القين الرئيسي $\cos(\alpha)$ في كل حالة.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

(I) $ABCD$ شبه منحرف حيث $AB = 4$ ، $AD = 2$ ، و $DC = 5$

(1) احسب الجداءات السلمية التالية:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB}$$

(2) بعد حساب $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}$ استنتج قيم الزاوية \hat{DCB}

(3) برهن أن المستقيمان (CB) و (DB) متعامدان :

* باستخدام الأشعة (\overrightarrow{DB}) و (\overrightarrow{CB}) .

* أو باستخدام الإحداثيات $B(4;2)$ $D(0;0)$ $C(5;0)$.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(1) - أثبت صحة ما يلي:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x + \pi) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = -2 \sin(x)$$

(2) - حل في \mathbb{R} :

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x + \pi) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = -1$$

(3) - حل المترابحة في $[0; 2\pi[$ المترابحة: $2 \cos(x) - 1 \leq 0$

بالتوفيق

التمرين الأول ☺ : (08 نقاط)

h دالة عددية معرفة بجدول تغيراتها التالي .

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	$+\infty$
$h'(x)$		+		+		+
$h(x)$	-1	0	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$

(1) عين D_h مجموعة تعريف الدالة h .

(2) عين النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

(3) عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C_h) بمعادلاتها .

(4) عين حلول المعادلة $h(x) = 0$.

(5) شكل جدول إشارة الدالة h .

التمرين الثاني ☹ (12 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. ثم فسر النتيجة هندسيا .

(2) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = a + \frac{bx + c}{x^2 + x + 1}$.

(3) أحسب $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة الأولى للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

(5) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 3$.

(6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = \frac{3x^2}{x^2 - |x| + 1}$

(أ) بين أن الدالة g زوجية .

(ب) أكتب عبارة $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .

(ج) بين أنه من أجل $x \in]-\infty; 0]$ ، $g(x) = f(x)$.

(د) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g) .

الفرض الأول للفصل الثاني في الرياضيات المدة : ساعة و نصف

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x+5}{x+1}$

1. أحسب المشتقة $f'(x)$ و ادرس إشارتها , ثم أكتب جدول تغيراتها
2. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة +1
3. باستعمال التقريب التآلفي المناسب أحسب $f(1,001)$ و $f(0,997)$
4. هل توجد مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم ذو المعادلة $y = -2x$ ؟ برر إجابتك .

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بتمثيلها البياني (C_f)

في الشكل (1) , المستقيمت (T_1) , (T_2) و (T_3)

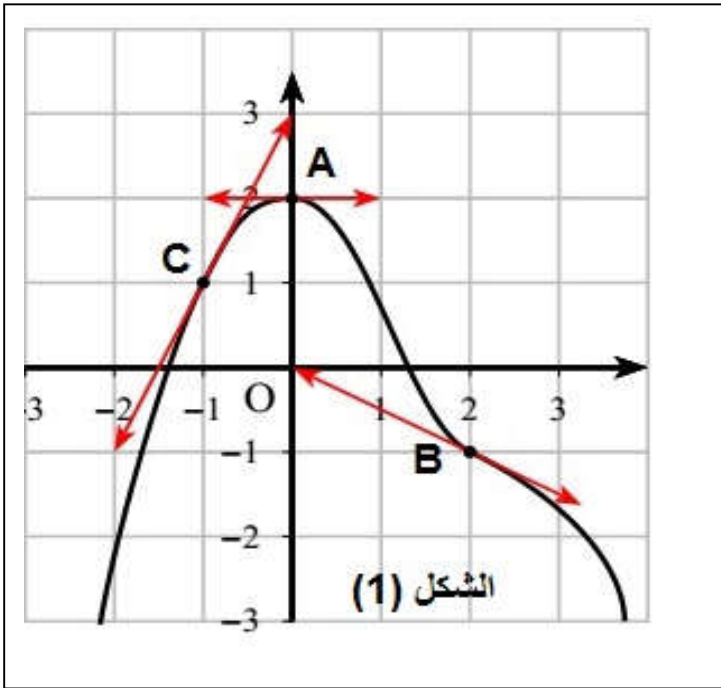
هي مماسات للمنحني (C_f) عند النقاط :

$A(0, +2)$, $B(2, -1)$ و $C(-1, +1)$ على الترتيب .

السؤال : اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل اللازم

ملاحظة : اختيار الإجابة الصحيحة يكتب

بخط واضح و بدون تشطيب



$f'(-1)$	$f'(2)$	$f'(-2)$	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)+1}{h} =$
$f(2)$	$f'(2)$	0	ميل المماس عند النقطة A هو :
$g(x) = 2x - 3$	$g(x) = \frac{1}{2}x + 3$	$g(x) = 2x + 3$	أحسن تقريب تآلفي للدالة f في جوار $x_0 = -1$ هو الدالة التآلفية g بحيث :
حلين مختلفين في الإشارة	حلين سالبين تماما	حلين موجبين تماما	المعادلة $f(x) = 1$ تقبل

التمرين الثالث :

نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي :

$$V_n = 2n(n + 1)$$

1 - أ) أحسب الحدود : V_0 , V_1 و V_2

ب) تحقق أن (V_n) ليست حسابية .

2- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي :

$$u_n = \frac{V_n}{n + 1} + 3$$

- أحسب المقدار $u_1 - u_0$ ثم أكتب u_n بدلالة n
- أثبت أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها r
- أحسب الحد التاسع للمتتالية (u_n) ,
- عين رتبة الحد الذي يساوي 99

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n التالي :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

- نعتبر المجموع S' المعرف كما يلي :

$$S' = 19 + \dots + 97 + 99$$

تحقق أن هو مجموع حدود متعاقبة من حدود المتتالية (u_n) ,
ثم أحسبه .

بالتوفيق للجميع

الأستاذ : بن حسين هشام

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الثانوية : حسين براهيم
المستوى : ثانية ثانوي
المعامل : 5
المدة : 1 ساعة

مديرية التربية لولاية قسنطينة
المادة : رياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
الفرض الثاني للفصل الثاني

المسألة (20ن) :

(I) الجزء الاجباري (16.5ن) :

لتكن الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f . (عند حساب النهايات فسر النتائج المحصل عليها هندسياً). (8.5ن).

(2) عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c حيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. (1.5ن).

(3) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيينه. (1ن).

(4) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) . (1.25ن).

(5) أرسم البيان (C_f) و مختلف المستقيمات المقاربة. (1ن+0.75ن+0.25ن).

(6) لتكن الدالة g المُعرّفة كما يلي: $g(x) = \left| \frac{x^2}{x+1} \right|$ و (ψ) التمثيل البياني لها.

أ- عيّن مجموعة تعريف الدالة g . (0.5ن).

ب- أكتب عبارة g دون رمز القيمة المطلقة. (1ن).

ت- اشرح ثمّ أرسم (ψ) في نفس المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (0.75ن+1ن).

(II) الجزء الاختباري (3.5ن) : اختر إحدى السؤالين :

السؤال الأول: (1) بيّن أنّ نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر المنحنى (C_f) . (0.5ن+1ن).

(2) أكتب معادلة المماس (D) الذي ميله $\left(\frac{3}{4}\right)$ عند الفاصلة الموجبة. (2ن).

السؤال الثاني: ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2 - mx - m = 0$. (3.5ن).

ملاحظات هامة جداً:

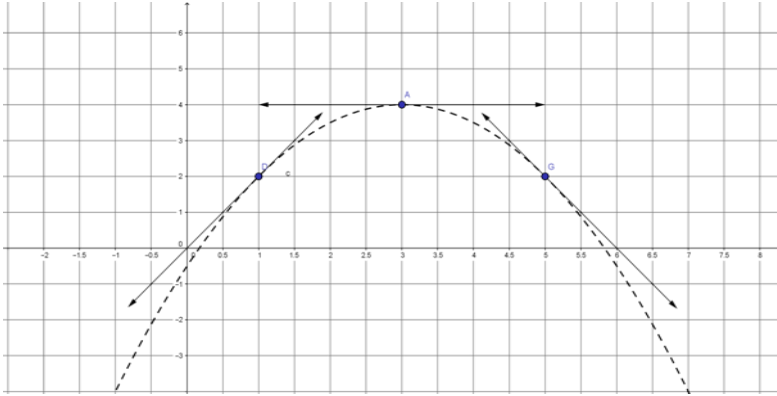
(1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود .

(2) لا تكتب و لا تُلطخ هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة .

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات (الأستاذ: مراحي لزهر)

التمرين الأول: (10 نقاط)

لتكن f دالة معرفة على \mathbb{R} وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المزود بمعامل متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل المرفق:



(1) أكمل الجدول التالي:

x	1	3	5
$f(x)$	2	4	2
$f'(x)$	2	0	-2

(2) استنتج معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة التي

فاصلتها 5

(3) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

(4) استنتج مجموعة حلول المتراجحة: $f'(x) \leq 0$

(5) حل بيانيا المعادلة: $f'(x) = 2$ ، يطلب تبرير الإجابة.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

نعبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ و المعرفة على المجموعة \mathbb{N} بعلاقة تراجعية كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}$$

(1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 . هل $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية ؟ لماذا ؟

(2) نقبل أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \neq 0$

لتكن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية عددية معرفة على المجموعة \mathbb{N} كما يلي: $v_n = \frac{1}{u_n}$

أ - أثبت أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها r و حدها الأول v_0

ب - أكتب عبارة الحد العام للمتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$

ت - استنتج عبارة الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

ث - أحسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n

باتنة في: 2017/01/26

العلامة		عناصر الإجابة																																
مجموع	مجزأة																																	
10		<p>التمرين الأول: (10 نقاط)</p> <p>(1) إتمام الجدول:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> </table> <p>(2) استنتاج معادلة المماس $(T) \perp (C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 5</p> <p>(T): $y = f'(5) \times (x-5) + f(5)$</p> <p>(T): $y = -2x + 12$</p> <p>(3) دراسة إشارة $f'(x)$ ثم استنتاج جدول تغيرات الدالة f</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>(4) استنتاج مجموعة حلول المتراجحة: $f'(x) \leq 0$ مجموعة الحلول هي المجال: $[3; +\infty[$</p> <p>(5) حل بيانيا المعادلة: $f'(x) = 2$ مع تبرير الإجابة: مجموعة الحلول هي: $\{1\}$ لأنه يوجد مماس وحيد معامل توجيهه 2 و هو المماس عند النقطة التي فاصلتها 1 ، إذ لا يوجد مماس آخر يوازيه.</p> <p>التمرين الثاني: (10 نقاط)</p> <p>(1) حساب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .</p> <p>هل $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية ؟ لماذا ؟</p> <p>$u_3 = \frac{u_2}{1+u_2} = \frac{1/3}{1+1/3} = \frac{1}{4}$ ، $u_2 = \frac{u_1}{1+u_1} = \frac{1/2}{1+1/2} = \frac{1}{3}$ ، $u_1 = \frac{u_0}{1+u_0} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$</p> <p>(2) أ - إثبات أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها r و حدها الأول v_0</p>	x	1	3	5	$f(x)$	2	4	2	$f'(x)$	2	0	-2	x	$-\infty$	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$	x	$-\infty$	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-
	x	1	3	5																														
	$f(x)$	2	4	2																														
	$f'(x)$	2	0	-2																														
	x	$-\infty$	3	$+\infty$																														
	$f'(x)$	+	0	-																														
	$f(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$																														
	x	$-\infty$	3	$+\infty$																														
	$f'(x)$	+	0	-																														
	01	01																																
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	
01	01																																	

01

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{u_n}{1+u_n}} = \frac{1+u_n}{u_n}$$

01

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1+u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \frac{1+u_n-1}{u_n} = \frac{u_n}{u_n} = 1$$

01

ومنه $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r=1$ و حدها الأول $v_0 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{1} = 1$

ب - كتابة عبارة الحد العام للمتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$

01

$$v_n = v_p + (n-p)r$$

$$v_n = v_0 + (n-0)r$$

$$v_n = 1 + n \times 1$$

01

$$v_n = n + 1$$

ت - استنتاج عبارة الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

01

$$u_n = \frac{1}{v_n} = \frac{1}{n+1} \quad \text{ومنه} \quad v_n = \frac{1}{u_n}$$

ث - حساب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n

01

$$S_n = \frac{n-p+1}{2}(v_p + v_n) = \frac{n-0+1}{2}(v_0 + v_n)$$

01

$$S_n = \frac{n+1}{2}(1+n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

الفرض الثاني للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات (الأستاذ: مراحي لزهر)التمرين الأول:

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$.

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C_f) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في النقطة $A(3;2)$

(2) نفرض أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان: $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{x-1}$

(أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان: $f(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$

(ب) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (d) موازيا لمحور الترتيب يطلب كتابة معادلة له.

(ت) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) في جوار $-\infty$ و في جوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلة له.

(ث) تحقق أن النقطة ω حيث $\omega = (d) \cap (\Delta)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

(ج) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها و استنتج اتجاه تغير الدالة f و جدول تغيراتها.

(ح) أكتب معادلة $L(T_1)$ مماس (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 4 ثم بين أنه يوجد مماس آخر (T_2) يوازيه و أكتب معادلة له أيضا.

(خ) عين $(C_f) \cap (xx')$ و $(C_f) \cap (yy')$ ثم أرسم المنحنى (C_f)

(3) ناقش بيانها و حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$

التمرين الثاني

ليكن n عددا طبيعيا. أحسب سبع (07) نهايات من بين النهايات التالية:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2^n - 1}{3^n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2 + (-1)^n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + \sin n}{n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 - 1}{n^2 + n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left((-2)^n + 3 \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2^{-n} + 3 \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3^n - \frac{2}{n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(-1)^n}{n^2 + 2n + 3} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n^2 + 3} - n \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n^2 + 3n} - n \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5^n - 1}{5^n - 2} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(6^n - 3^{2n} \right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3^n}{(-4)^n} \right)$$

بالتوفيق للجميع

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
	01	<p>التمرين الأول: (13 نقطة)</p> <p>1) تعيين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C_f) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في النقطة $A(3;2)$</p> $\begin{cases} 3a+b=-5 \\ a+b=3 \end{cases} \text{ و منه: } \begin{cases} \frac{(3)^2+3a+b}{3-1}=2 \\ \frac{(3)^2-2(3)-a-b}{(3-1)^2}=0 \end{cases} \text{ و منه: } \begin{cases} f(3)=2 \\ f'(3)=0 \end{cases} \text{ لدينا:}$ <p>بالجمع و التعويض نجد: $(a,b)=(-4;7)$</p> <p>2) نفرض أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان $f(x)=\frac{x^2-4x+7}{x-1}$</p> <p>أ) التحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان $f(x)=x-3+\frac{4}{x-1}$</p> <p>من أجل كل $x \in \mathbb{R}-\{1\}$ لدينا: $x-3+\frac{4}{x-1}=\frac{(x-3)(x-1)+4}{x-1}=\frac{x^2-4x+7}{x-1}=f(x)$</p> <p>ب) بيان أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (d) موازيا لمحور الترتيب يطلب كتابة معادلة له:</p> <p>لدينا: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)=\frac{4}{0^+}=+\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)=\frac{4}{0^-}=-\infty$ و منه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب معادلته: $(d): x=1$</p> <p>ت) بيان أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) في جوار $-\infty$ و في جوار $+\infty$:</p> <p>لدينا: $f(x)=x-3+\frac{4}{x-1}$ و منه: $f(x)-(x-3)=\frac{4}{x-1}$</p> <p>إذن: $\lim_{ x \rightarrow +\infty} [f(x)-(x-3)]=\lim_{ x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4}{x-1}\right]=0$</p> <p>و منه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته: $(\Delta): y=x-3$ و في جوار $+\infty$</p> <p>ث) التحقق أن النقطة $\omega=(d) \cap (\Delta)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)</p> <p>لدينا $\omega(1;1-3)$ و منه: $\omega(1;-2)$ يكفي إذن إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان:</p> <p>$f[2(1)-x]=2(-2)-f(x)$ أي: $f(2-x)=-4-f(x)$</p>
13	0.5	
	0.5	
	0.5	
	0.5	
	0.5	
	0.5	
	0.5	
	0.5	

ج) حساب $f'(x)$ ثم دراسة إشارتها و استنتاج اتجاه تغير الدالة f و جدول تغيراتها:

01

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

لدينا: $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$ ومنه:

01

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

و بالتالي جدول التغيرات يكون كما يلي:

01

ح) كتابة معادلة للمماس (T_1) $y = f'(4) \times (x-4) + f(4) = \frac{5}{9} \times (x-4) + \frac{7}{3} = \frac{5}{9}x + \frac{1}{9}$

01

$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = \frac{5}{9}$ معناه: $9(x^2 - 2x - 3) = 5(x-1)^2$ ومنه: $x^2 - 2x - 8 = 0$ أي:

$x = 4$ أو $x = -2$ ، اذن المماس عند 4 هو (T_1) و المماس عند -2 هو

01

$(T_2): y = \frac{5}{9}(x+2) + \left(-\frac{19}{3}\right) = \frac{5}{9}x - \frac{47}{9}$ أي $(T_2): y = f'(-2) \times (x+2) + f(-2)$

خ) تعيين $(C_f) \cap (xx')$ و $(C_f) \cap (yy')$ ثم رسم المنحنى (C_f)

$(C_f) \cap (yy') = \{B(0; -7)\}$

لدينا: $f(0) = -7$ و منه:

01

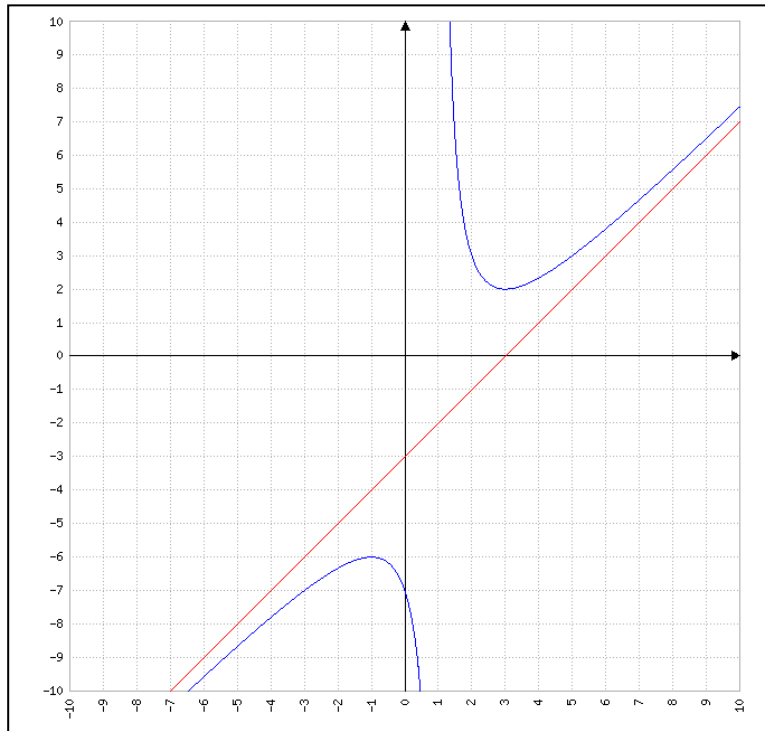
من جهة أخرى: المعادلة $f(x) = 0$ تكافئ المعادلة: $\frac{x^2 - 4x + 7}{x-1} = 0$ أي: $x^2 - 4x + 7 = 0$

$(C_f) \cap (xx') = \emptyset$

هذه الأخيرة لا تقبل حولا في $\mathbb{R} - \{1\}$ لأن $\Delta < 0$ و بالتالي:

رسم المنحنى:

01



3) المناقشة البيانية حسب قيم العدد الحقيقي m لعدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$

01

- إذا كان $m \in]-\infty; -7[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.
إذا كان $m = -7$ فإن المعادلة تقبل حلا معدوما و حلا سالبا تماما.
إذا كان $m \in]-7; -6[$ فإن المعادلة تقبل حلين سالبين تماما.
إذا كان $m = -6$ فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا سالبا تماما.
إذا كان $m \in]-6; 2[$ فإن المعادلة لا تقبل حلويا.
إذا كان $m \in]-\infty; -7[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.
إذا كان $m = 2$ فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا موجبا تماما.
إذا كان $m \in]2; +\infty[$ فإن المعادلة تقبل حلين موجبين تماما.

التمرين الثاني: (07 نقطة)

ليكن n عددا طبيعيا. حساب **سبع** (07) نهايات من بين النهايات التالية:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2} \right) = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 - 1}{n^2 + n} \right) = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + \sin n}{n} \right) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2 + (-1)^n} \right) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2^n - 1}{3^n} \right) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(-1)^n}{n^2 + 2n + 3} \right) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3^n - \frac{2}{n} \right) = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (2^{-n} + 3) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} ((-2)^n + 3) = !!$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3^n}{(-4)^n} \right) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (6^n - 3^{2n}) = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5^n - 1}{5^n - 2} \right) = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3} - n) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n) = \frac{3}{2}$$

انتهى نص الإجابة

الفرض المحروس الاول للفصل الثاني في مادة الرياضيات

الثانية علوم تجريبية (29 يناير 2018)

التمرين الاول :

كيس يحتوي على 5 كريات حمراء و 5 كريات بيضاء لا نفرق بينها عند اللمس ، يقوم شخص بسحب 3 كريات على التوالي دون ارجاع ، نسمي :

الحادثة R_1 عدد الكريات الحمراء المسحوبة أقل تماما من 2 ،

الحادثة R_2 عدد الكريات الحمراء المسحوبة هو 2

الحادثة R_3 عدد الكريات المسحوبة هو 3 .

إذا سحب هذا الشخص ثلاث كريات حمراء يحصل على 150DA ، إذا سحب هذا الشخص كرتين حمراوين يحصل على 60DA و إذا كان عدد الكريات الحمراء أقل تماما من 2 يخسر 250DA .

1. أحسب احتمال كل من R_2 ، R_3 .
2. نسمي المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب المبلغ الذي يتحصل عليه هذا الشخص (نرمز للخسارة بالرمز -250DA)
3. عيّن قانون احتمال X و امله الرياضياتي ثم الانحراف المعياري له .

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة : $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x=0$.
4. ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيم (Δ)
5. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$.
6. إستنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .
7. أرسم (C_f) و (Δ) .

الفرض المحروس في مادة الرياضيات

تمرين



لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 1}{3x^2 + 1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) عين الاعداد الحقيقية a, b, c و d بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f(x) = ax + b - \frac{cx + d}{3x^2 + 1}$$

(2) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(3) أحسب عبارة $f'(x)$ ثم تحقق من أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{x(x+1)(3x^2 - 3x + 6)}{(3x^2 + 1)^2}$

(4) إستنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(5) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = \frac{1}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$ و بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(6) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(7) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية : $f(x) = m$: (E)

عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة (E) ثلاثة حلول.

بالتوفيق و النجاح أساتذة المادة

الفرض الأول للفصل الثاني

التمرين الأول:

X	-4	-3	1	3	4
$P(X = x)$	0.25	a	b	0.05	0.25

I. ليكن المتغير العشوائي المحدد بالجدول التالي:

- جد a و b إذا علمت أن: $E(X) = 0$

II. يحتوي كيس على خمس كرات حمراء وثلاث كرات

خضراء وكرتين بيضاء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال.

(1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات.

(2) أحسب احتمال الحصول على:

(أ) A "كرتين من نفس اللون".

(ب) B "كرة خضراء في السحب الأول".

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين بيضاء.

(أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله.

(ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف D_f ثم فسر النتائج هندسيا.

2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$.

3. بين أن: $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 1$ يقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

5. بين أن $f(2 - x) + f(x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟

6. أنشئ (D) و (C_f) .

مستأف والمحاوة: فقلوب

تصحيح الفرض الأول للفصل الثاني

(2) حساب احتمال:

(أ) A "كرتين من نفس اللون"

الحدث A هو RR أو BB أو VV :

$$P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{28}{90}$$

(ب) B "كرة خضراء في السحب الأول"

الحدث B هو VR أو VB أو VV :

$$P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{27}{90}$$

(3) (أ) تعيين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و

تعريف قانون احتماله.

المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين بيضاء إذن

ممكن أن نسحب كرتين أو كرة واحدة أو لا نسحب أي كرة بيضاء.

(أ) القيم التي يأخذها X هي $2, 1, 0$

قانون احتمال X لدينا:

$$P(X=0) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{56}{90}$$

$$P(X=1) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{32}{90}$$

$$P(X=2) = \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{56}{90}$	$\frac{32}{90}$	$\frac{2}{90}$

(ب) حساب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري

للمتغير العشوائي $\sigma(X)$

$$E(X) = 0 \times \frac{56}{90} + 1 \times \frac{32}{90} + 2 \times \frac{2}{90}$$

$$E(X) = 0.4$$

التصحيح الأول:

I. إيجاد a و b :

نعلم أن $\sum_{i=1}^5 P_i = 1$ أي: $0.25 + a + b + 0.05 + 0.25 = 1$

$$a + b = 0.45 \dots \dots \dots (1)$$

ومنه:

وكذلك $E(X) = 0$ أي:

$$(-4 \times 0.25) + (-3 \times a) + (b \times 1) + (3 \times 0.05) + (4 \times 0.25) = 0$$

$$-3a + b = -0.15 \dots \dots \dots (2)$$

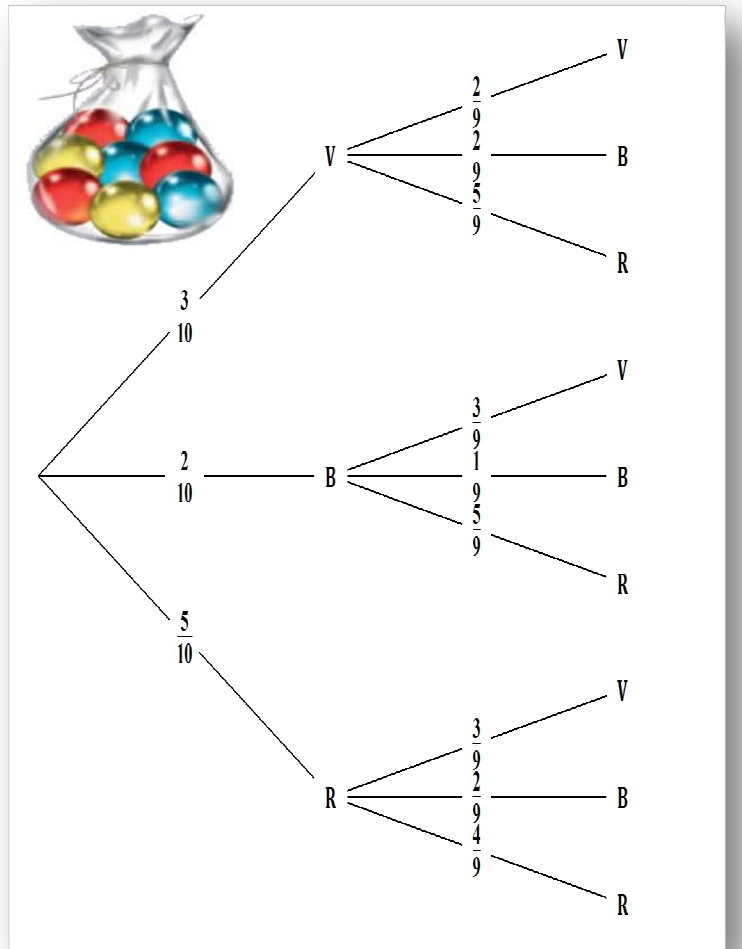
من (1) و (2) نجد: $a = 0.15$ و $b = 0.30$

II.

شجرة الاحتمالات: نرسم:

B للكرة البيضاء، V للكرة الخضراء، R للكرة الحمراء.

(1) شجرة الاحتمالات:



الانحراف المعياري:

أولا نحسب التباين $V(X)$:

$$V(X) = \sum_{i=1}^3 (x_i - E(X))^2 p_i$$

$$V(X) = (0 - 0.4)^2 \frac{56}{90} + (1 - 0.4)^2 \frac{32}{90} + (2 - 0.4)^2 \frac{2}{90}$$

$$V(X) \approx 0.284$$

إذن الانحراف المعياري هو:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0.284} = 0.53$$

$$\sigma(X) \approx 0.53$$

النصير الثاني:

مجموعة تعريف الدالة f : $D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$

1. حساب النهايات:

• نهايات الدالة f عند $-\infty$ ، $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

• نهايات الدالة f عند 1 بقيم أكبر وأصغر منه:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

• التفسير الهندسي:

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب

معادلته $x = 1$.

2. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$:

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$$

$$\begin{aligned} x - 1 + \frac{4}{x - 1} &= \frac{(x - 1)(x - 1) + 4}{x - 1} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 1 + 4}{x - 1} = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1} = f(x) \end{aligned}$$

3. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{1\}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x - 2)(x - 1) - 1 \times (x^2 - 2x + 5)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{2x^2 - 4x + 2 - x^2 + 2x - 5}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} \end{aligned}$$

• استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها:

إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط $x^2 - 2x - 3$ ثلاثي حدود من الدرجة الثانية مميزه $\Delta = 16$ يقبل جذرين

$$x'' = -1 \text{ و } x' = 3$$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	-	○	+

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty, -1[$ و $]3, +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجالين $]1, 3[$ و $]-1, 1[$.

• جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$					

4. إثبات أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب

مائل لـ (C_f) ثم دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$$

ومنه المستقيم (D) مقارب مائل لـ (C_f) .

• دراسة الوضعية النسبية لـ (C_f) و (D) :

$$\text{ندرس إشارة الفرق: } f(x) - (x - 1) = \frac{4}{x - 1}$$

إشارة الفرق من إشارة $x - 1$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - y$	-		+
	(C_f) تحت (D)		(C_f) فوق (D)

5. تبين أن $f(2-x) + f(x) = 0$

$$f(2-x) = 2-x-1 + \frac{4}{2-x-1} = -x+1 + \frac{4}{-x+1} = -x+1 - \frac{4}{x-1}$$

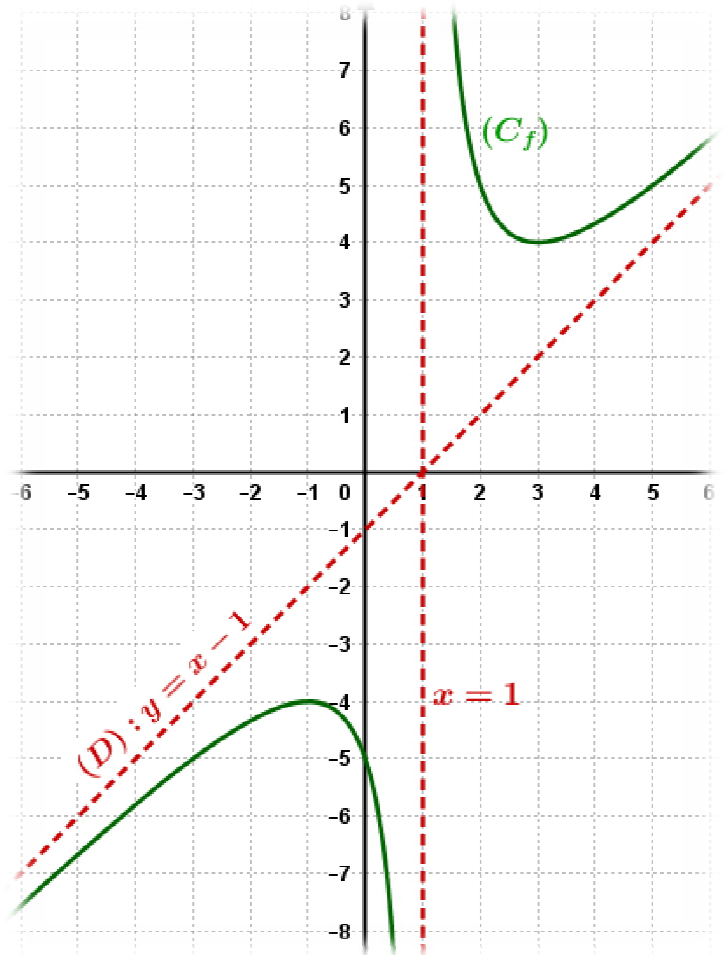
$$f(2-x) + f(x) = -x+1 - \frac{4}{x-1} + x-1 + \frac{4}{x-1} = 0$$

نلاحظ أن:

$$f(2(a)-x) + f(x) = 2 \times b$$
$$f(2(1)-x) + f(x) = 2 \times 0$$

ومنه نستنتج أن النقطة $\Omega(1;0)$ مركز تناظر المنحنى (C_f) .

6. إنشاء (D) و (C_f)



إعداد الأستاذة
فاطمة العبدالله
مدرسة
الشيخ محمد بن عبد
الواهب العبدالله
بمدينة الرياض

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المسألة : مساهمة

المسألة : 2 علوم تجريبية

التمرين الأول: 10 نقاط

نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) عين الأعداد a و b و c بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$
- (2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها و استنتج معادلات المستقيمات المقاربة
- (3) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$
 - أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلة له.
- (5) أدرس الوضع النسبي بين المنحني (C_f) و المستقيم المقارب (D)
- (6) أكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
- (7) أرسم في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المستقيمات المقاربة و المماس (Δ) و المنحني (C_f)
- (8) عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = m$ حلا وحيدا

التمرين الثاني: 10 نقاط

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- نعتبر النقط: $A(-2; 0)$ $B(4; -2)$ $C(2; 3)$
- H نقطة من المستوي معرفة كما يلي: $-\vec{HA} + 2\vec{BH} = \vec{0}$
- و النقطة G_m هي مرجح الجملة المثقلة: $\{(A; m)(B; m^2 + 1)(C; 4m - 1)\}$

I

- 1) بين أن النقطة H هي مرجح للنقطتين A و B المرفقتين بمعاملين α و β يطلب تعيينهما.
- 2) علم النقط A و B و C ثم أنشئ النقطة H
- 3) أحسب إحداثيي النقطة H ثم تحقق من صحة إنشائها.
- 4) عين إحداثيي النقطة K حتى تكون النقطة H مركز ثقل المثلث AKC

II

- 1) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m وجود النقطة G_m
- 2) عين إحداثيي النقطة G_1 ثم علمها في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 3) بين أن النقطة G_1 هي مرجح للنقطتين C و H المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
• ماذا تستنتج بالنسبة للنقط G_1 و C و H .؟
- 4) عين إحداثيي النقطة I حتى تكون النقطة C مركز ثقل المثلث IG_2A
- 5) عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\text{أ) } \|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - \vec{MB}\|$$
$$\text{ب) } \|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}\| = 2\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\|$$