مديرية التربية لولاية البيض	ثانوية الشيخ بوعمامة
القسم: 2 ريا +2 تر	المدة : 03 سا

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول(4ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر (C) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقق الجملة : $\begin{cases} x = 2+3\cos\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ $\theta \in IR$

1) أوجد علاقة بين x و y مستقلة عن θ ثم تحقق أن $x^2+y^2-4x-5=0$ هي معادلة ديكارتية للمجموعة (C).

2) أ - بين إن المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $y=x+1$ يقطع (C) في نقطتين نرمز لهما بـ A و B.

ب – أوجد إحداثيي كل من A و B.

3) عين ومثل المجموعة (D) للنقط M من المستوي حيث : $MA^2-MB^2=0$.

التمرين الثاني(4ن):

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون :

$$\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

2) باعتبار $x=\frac{\pi}{8}$ في السؤال السابق استنتج أن : $\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$

3) نعتبر في IR المعادلة (E) التالية: $\sin x-\left(\sqrt{2}-1\right)\cos x=1$ ....(E)

أ) تحقق من ان : $\cos\frac{\pi}{8}=\sin\frac{3\pi}{8}$.

ب) بين ان المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\frac{3\pi}{8}$.

ت) حل في IR المعادلة (E).

التمرين الثالث(4ن):

$ABCD$ متوازي أضلاع m عدد حقيقي. نرمز بـ G_m مرجح $(A,2m)$ ، $(B,1-m)$ و $(C,2-m)$

1) بين أن G_m موجود من أجل كل عدد حقيقي m.

2) أنشئ النقطة G_1

3) عبر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة m و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

4) استنتج أن $\overrightarrow{G_1G_m}=\frac{1-m}{3}\overrightarrow{AD'}$ (D' نظير D بالنسبة لـ C)

5) ما هي مجموعة النقط G_m عندما يمسح m مجموعة الأعداد الحقيقية R ؟ أنشئ هذه المجموعة

اقلب الصفحة

التمرين الرابع (8ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f بـ : $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ حيث $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها . استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أكتب معادلة للمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) بين أنه من أجل كل x من D_f:

$$f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$$

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ).

6) اثبت ان المنحني (C_f) يقبل النقطة A(0 , 1) مركز تناظر

انتهى

تصحيح الإختبار الثاني

في مادة "الرياضيات"

الأستاذ: يكسري رضوان

ثانوية الشيخ بوعمامة / الأبيض سدالش

التمرين الأول:

$$M(x,y)\begin{cases} x = 2+3\cos\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases} \quad ; \theta\in\mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x-2 = 3\cos\theta \quad \text{---(1)} \\ y = 3\sin\theta \quad \text{---(2)} \end{cases}$$

بتربيع الطرفين في (1) و (2)

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 9\cos^2\theta \quad \text{---(3)} \\ y^2 = 9\sin^2\theta \quad \text{---(4)} \end{cases}$$

$$(x-2)^2+y^2 = 9\underbrace{(\cos^2\theta+\sin^2\theta)}_{1} \leftarrow (4)+(3)$$

إذن $(x-2)^2+y^2=9$

وهو المطلوب.

التحقق: $(x-2)^2+y^2-9=0$

$x^2+y^2-4x-5=0$ (و.هـ.م)

البحث عن إحداثيي نقط تقاطع (Δ) مع (C)

$(\Delta)\cap(C) \to x^2+(x+1)^2-4x-5=0$

$x^2-x-2=0$

$\Delta=9 \to x_1=-1 \;;\; x_2=2$

$x_1=-1 \to y=0$

$x_2=2 \to y=3$

$A(-1,0) \;;\; B(2,3)$

تعيين المجموعة (D) حيث:

$MA^2-MB^2=0 \;;\; M(x;y)$

$(-1-x)^2+(-y)^2 = (2-x)^2+(3-y)^2$

$y=-x+2$

المجموعة (D) هي المستقيم (Δ) حيث

$(\Delta): y=-x+2$

التمرين الثاني:

التحقق من كون

$\cos x+\sin x = \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos x+\sin x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos x+\sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin x\right)$

$= \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ حسب دساتير الجمع

نفرض $x=\frac{\pi}{8}$

لدينا

$\cos x+\sin x = \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

بقسمة الطرفين على $\cos\frac{\pi}{8}$ نجد:

$1+\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}$

$\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ (و.هـ.م)

(E) ... $\sin x-(\sqrt{2}-1)\cos x = 1$

أ) التحقق: نعلم أن:

$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

إذن: $\cos\frac{\pi}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right) = \sin\frac{3\pi}{8}$ (و.هـ.م)

(E) ... $\sin x-(\sqrt{2}-1)\cos x = 1$

$\sin x-\tan\frac{\pi}{8}\cdot\cos x = 1$

$\sin x-\frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}\cdot\cos x = 1$

بضرب الطرفين في $\cos\frac{\pi}{8}$ والتبسيط نحصل على

$\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{8} = \sin\frac{3\pi}{8}$

حل المعادلة (E) في $\mathbb{R}$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\frac{3\pi}{8}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$$

ومنه الحلول هي :

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k \right\}$$ بوجيهات .

التمرين الثالث :

G_m مرجح الجملة المثقلة :

$$\{(A, 2m) ; (B , 1-m) ; (C , 2-m)\}$$

الإثبات :

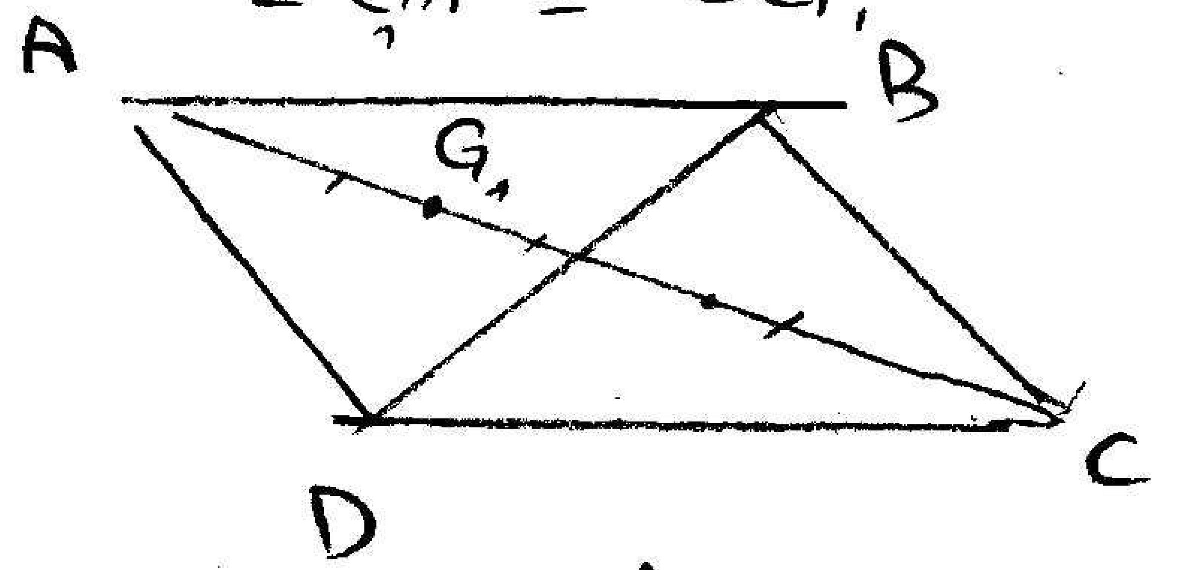
$$2m + 1 - m + 2 - m = 3 \neq 0$$

إذن G_m موجود من أجل كل $m \in \mathbb{R}$

إنشاء G_1 :

$$2\vec{G_1A} + \vec{G_1C} = \vec{0}$$

$$2\vec{G_1A} = \vec{CG_1}$$



التعبير عن AG_m بدلالة m و $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ تدريجيا :

$$2m\vec{G_mA} + (1-m)\vec{G_mB} + (2-m)\vec{G_mC} = \vec{0}$$

بالتبسيط نجد :

$$\vec{AG_m} = \frac{(1-m)\vec{AB} + (2-m)\vec{AC}}{3}$$

$$\vec{AG_m} = \vec{AG_1} + \vec{G_1G_m}$$ (حسب علاقة شال)

$$\vec{AG_1} + \vec{G_1G_m} = \frac{(1-m)\vec{AB} + (2-m)\vec{AC}}{3}$$

$$\vec{G_1G_m} = \frac{(1-m)\vec{AB} + (2-m)\vec{AC}}{3} - \frac{\vec{AC}}{3}$$

$$\vec{G_1G_m} = \frac{1-m}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$$

$$\vec{G_1G_m} = \frac{1-m}{3}\vec{AD'}$$

عندما يمسح m $\mathbb{R}$ ، المجموعة هي النقط التي تمثل المستقيم الذي يشمل G_1 ويوازي $\vec{AD'}$.

التمرين الرابع :

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$D_f =]-\infty, -1[\cup]-1 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$$

حساب النهايات :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$$

دراسة إتجاه التغير :

المشتقة : $$f'(x) = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$$

دراسة إشارتها :

$$f'(x) = 0 \to x^2(x^2-3) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 0 \to x = 0 \\ x^2 - 3 = 0 \to x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		$+1$		$+\sqrt{3}$		$+\infty$
x^2		+		+	||	+	0	+	||	+		+	
x^2-3		+	0	−	||	−		−	||	−	0	+	
$f'(x)$		+	0	−	||	−	0	−	||	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-\sqrt{3})$	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘		↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$f(+\sqrt{3})$	↗	$+\infty$

حساب معادلة المماس عند $x_0 = 0$

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$\boxed{y = 1}$$

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2-1}$$

$$= \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad (\text{و. هـ. م})$$

تبيان أن $(\Delta) : y = x+1$ مقارب مائل

لاحظ:

$$\lim_{x\to\pm\infty} (f(x) - y) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x}{x^2-1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x} = 0$$

إذن $(\Delta) : y = x+1$ هو مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(\pm\infty)$.

دراسة الوضعية النسبية

ندرس إشارة المقدار $\alpha = \frac{x}{x^2-1}$.

x	$-\infty$	-1		0		$+1$	$+\infty$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
x^2-1	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
α	$-$	‖	$+$		$-$	‖	$+$
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	‖	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0,1)$	(C_f) تحت (Δ)	‖	(C_f) فوق (Δ)

إثبات أن $A(0,1)$ هي نقطة تناظر لـ (C_f)

$$x \in D_f \to (2(0) - x) \in D_f$$

و

$$f(-x) - f(x) = 2$$

$$f(2(0) - x) + f(x) = 2(1)$$

وهو المطلوب.

انتهى.

الطالب:

مكاوي أيوب القسم 2 ريا.

ثانوية الشيخ بوعمامة.