المادّة: الرياضيات

المستوى: 2 رياضيات

التّاريخ: 2024/03/07

المدّة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل تصريح أدناه :

1. A و B نقطتان متمايزتان من المستوي , مجموعة النقط M التي تحقق:
$\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$ هي محور القطعة $[AB]$.
2. إذ كان $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$ فإن $(-2\,\vec{u}\,;6\,\vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$.
3. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$(\sin x)^3 + (\cos x)^3 = (\sin x + \cos x)(1 - \cos x \times \sin x)$$

4. عدد حلول المعادلة $\sin(2x) = \cos(x+\pi)$ في المجال $[-5\pi;5\pi]$ هو 10 .
5. من أجل كل عدد حقيقي موجب x لدينا : $\sin(x) \leq x$.

التمرين الثاني:(07 نقاط)

يوجد في كيس 6 كريات لا نفرّق بينها عند اللمس منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام 0 , 1 , -1 و 1 و كريتين حمراوين تحملان الرقمين 1 و -1 و كرية سوداء تحمل الرقم 0 , نسحب عشوائيا كريتان في آن وحد من الكيس.

1. عين بواسطة جدول عناصر مجموعة الإمكانيات الكلية Ω.
2. احسب احتمال الحوادث التالية:
   - A : "سحب كريتان بيضاوان"
   - B : "سحب كرية حمراء على الأكثر "
   - C : "سحب كريتان مجموع رقميهما 0"
3. احسب $P(\bar{A})$, $P(\bar{C})$, $P(A \cap C)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$ و $P(A \cap \bar{C})$.
4. يدفع لاعب $\alpha\ DA$ مقابل اللعبة التالية : إذ سحب كريتين جداء رقميها موجب تماما يربح $60DA$ و إذ سحب كريتين جداء رقميهما سالب تماما يخسر $30DA$ و إذ سحب كريتين جداء رقميهما معدوم يخسر ما دفعه ,نعرف X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بمقدار الربح أو الخسارة .
   - برر أن القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X هي $X = \{60-\alpha, -30-\alpha, -\alpha\}$ ثم عين قانون احتماله.
   - احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.
   - عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

5. نضيف للكيس السابق n كرية سوداء ثم نقوم بسحب كريتين على التوالي بدون إرجاع , عين قيمة n بحيث إحتمال سحب كرية حمراء و كرية بيضاء يساوي $\frac{2}{51}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفةعلى $\mathbb{R}$ ب $g(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$.

1. بين أن $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 0$ و أن $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 2$.
2. ادرس تغيرات g ثم بين أن $g(x) > 0$ من أجل كل $x\epsilon\mathbb{R}$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ب $f(x) = x - 3 + \sqrt{x^2+3}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$.
2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$فإن : $f'(x) = g(x)$, استنتج إنشاء جدول تغيرات الدالة f .
3. بين أن المنحنى (C) يقبل مماس (T)معامل توجيهه $\frac{1}{2}$, ثم أكتب معادلته .
4. بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته: $y = 2x - 3$,
   عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر (Δ').
5. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم ارسم (Δ) , (Δ') و (C) .
6. m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا حسب قيم m عدد نقاط تقاطع (C) مع المستقيمات (Δ_m) التي معادلتها : $y = 2x + m$.
7. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ب $h(x) = x - 3 - \sqrt{x^2+3}$, ليكن (C') تمثيلها البياني . بين أن معادلة $(C) \cup (C')$ هي : $y^2 - 2(x-3)y - 6(x-1) = 0$.
8. برهن أنه إذ كانت نقطة $M(x; y)$ تنتمي ل $(C) \cup (C')$ فإن النقطة $M'(-x; -6-y)$ تنتمي ل $(C) \cup (C')$, ماذ تستنتج ؟

سؤال إضافي : (02 نقاط)

❖ أثبت المتباينة التالية : $|\sin(x) \times \cos(x)| \leq \frac{1}{2}$. (بدون استعمال خواص الجمع في الدوال المثلثية)

❖ لتكن دالة f المعرفةعلى $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sin(x) + \sin(\sqrt{2}\, x)$, هل الدالة f دورية ؟ مع التعليل .

وفقكم الله ❀