

التمرين الأول: (08 نقاط)

(I) - ABC مثلث كفي .

- عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تكون النقطة G مرجح الجملة المثقلة :
 $\{(A, m^2); (B, m - 4); (C, -2)\}$ موجودة .

(II) - في كل مايلي نضع : $m = 1$

E نقطة من المستوي التي تحقق : $\overline{BE} = \frac{2}{5}\overline{BC}$

(1) - أنشئ الشكل .

(2) - بين أن النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة : $\{(B, \alpha), (C, \beta)\}$ حيث : α ، β بين عدنان حقيقيان يطلب تعيينها .

(3) - بين أن النقاط : A ، E ، G على استقامة واحدة .

(4) - لتكن النقطة F مرجح الجملة المثقلة : $\{(A, 1), (B, -3)\}$. بين أن النقطة G هي منتصف $[CF]$

(5) - عين ثم أنشئ المجموعة (Δ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$$

(6) - عين ثم أنشئ المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 16$$

(III) - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) نفرض :

$$C\left(1, \frac{1}{2}\right) , B(3, 0) , A(-1, 2)$$

- عين إحداثيتي النقطتين F و G المعرفتان سابقا .

الجزء الأول :

- لتكن في \mathbb{R} كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

(1)- أحسب $P(1)$ ، ماذاستنتج ؟

(2)- أكتب $P(x)$ من الشكل : $P(x) = (x-1)Q(x)$ ، حيث $Q(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه .

(3)- بين أن : $P(x) < 0$ على المجال $]1, +\infty[$ ، $P(x) > 0$ على المجال $]-\infty, 1[$.

الجزء الثاني :

- لتكن الدالة المعرفة f على $\mathbb{R} - \{2\}$: $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \frac{-x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{(x-2)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، (2)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ فسر هذه النتيجة بيانيا .

(3)- أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{P(x)}{(x-2)^3}$ ، استنتج اتجاه تغيرا لدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4)- (أ)- تحقق أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$

(ب)- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته ثم وضعيته بالنسبة لـ (C_f) .

(ج)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3 .

(د)- باستعمال التقريب التآلفي للعدد $f(3+h)$ حيث h يؤول إلى 0 ، أحسب قيمة مقربة للعدد :

$f(3.0002)$

(5)- أحسب : $f(0)$ ، أنشئ (Δ) ، (T) ، (C_f) .

(6)- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

(7)- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$: $D_h = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$: $h(x) = -|x| + 1 + \frac{|x|-1}{(|x|-2)^2}$

(أ)- أثبت أن الدالة h دالة زوجية .

(ب)- إشرح كيفية إنشاء (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان للتوضيح)

😊😊 الأستاذة : بن

😊😊 بالتوفيق 😊😊
زادي 😊😊

الصفحة : 02 / 02

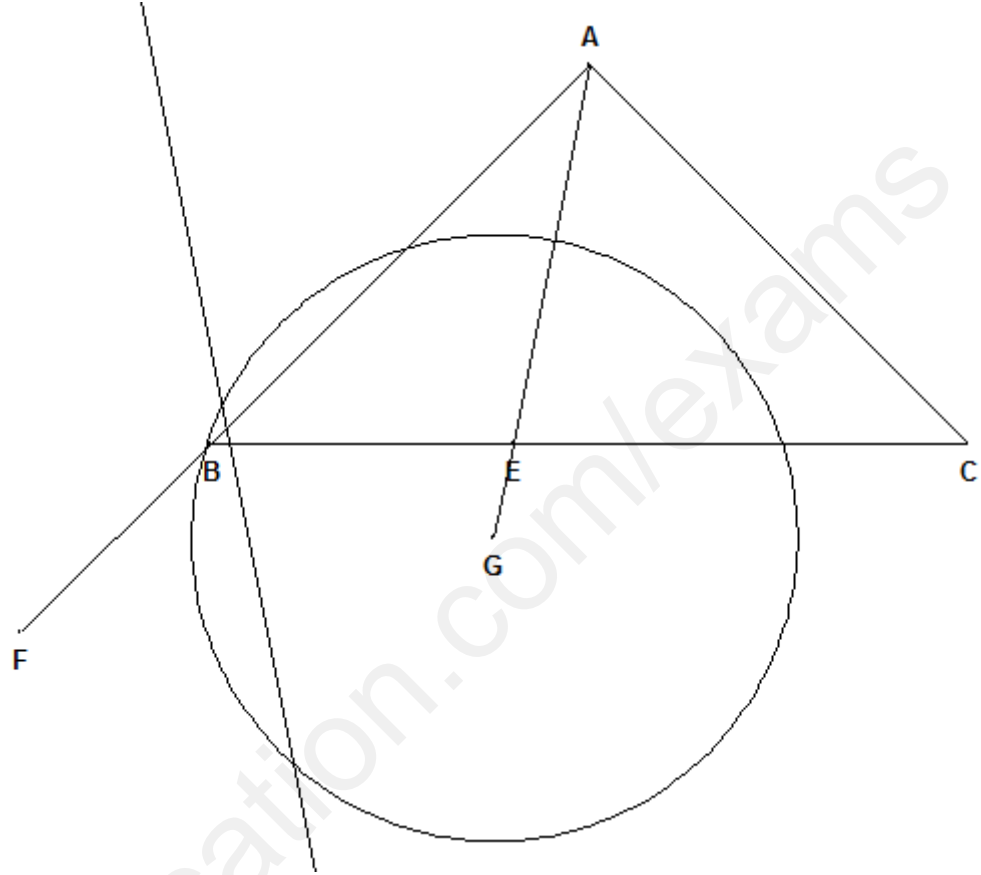
انتهى

التمرين الأول: (08 نقاط)

(I) - النقطة G موجودة معناه : $m^2 + m - 4 - 2 \neq 0$ ، $m^2 + m - 6 \neq 0$.

(01 ن) ومنه : $m \in \mathbb{R} - \{-3, 2\}$ ، $m_2 = 2$ ، $m_1 = -3$ ، $\Delta = 25$

(02 ن) (II) - (1)



(2) - $\overline{BE} = \frac{2}{5} \overline{BC}$ معناه : $5\overline{BE} - 2\overline{BC} = \vec{0}$ ، $5\overline{BE} - 2\overline{BE} - 2\overline{EC} = \vec{0}$ ، $3\overline{EB} + 2\overline{EC} = \vec{0}$ و منه :

(01 ن) النقطة E هي مريح الجملة المثقلة : $\{(B, 3), (C, 2)\}$ ، $\alpha = 3$ ، $\beta = 2$

(3) - لدينا : $\overline{GA} - 3\overline{GB} - 2\overline{GC} = \vec{0}$: $-\overline{GA} + 3\overline{GE} + 3\overline{EB} + 2\overline{GE} + 2\overline{EC} = \vec{0}$

$$-\overline{GA} + 5\overline{GE} + \underbrace{3\overline{EB} + 2\overline{EC}}_{\vec{0}} = \vec{0}$$

و منه : النقطة G هي مريح الجملة المثقلة : $\{(A, -1), (G, 5)\}$

$$-\overline{GA} + 5\overline{GE} = \vec{0}$$

(01 ن) و منه : النقاط : A ، E ، G على إستقامة واحدة

(4) - لدينا : $\overline{GA} - 3\overline{GB} - 2\overline{GC} = \vec{0}$: $\overline{GF} + \overline{FA} - 3\overline{GF} - 3\overline{FB} - 2\overline{GC} = \vec{0}$

$$\overline{GF} + \overline{GC} = \vec{0} \text{ ، } -2\overline{GF} - 2\overline{GC} + \underbrace{\overline{FA} - 3\overline{FB}}_{\vec{0}} = \vec{0}$$

(01 ن) و منه : النقطة G هي منتصف $[CF]$

(01 ن) (5) - $4MG = 4MF$ ، و منه : (Δ) هي محور القطعة المستقيمة $[GF]$

(6) - $4MG = 16$ ، $MG = 4$ و منه (Γ) هي دائرة مركزها G و نصف قطرها $r = 4$ (01 ن)

التمرين الثاني (12 نقطة)

الجزء الأول:

(0.5 ن) $P(1) = 0$ و منه : جذر لـ $P(x)$ (1)

(0.5 ن) $P(x) = (x - 1)(-x^2 + 5x - 8)$: D_f من أجل كل x من (2)

	$-\infty$	1	$+\infty$
$x - 1$	-		+
$-x^2 + 5x - 8$	-		-
$P(x)$	-		-

(0.5 ن) $]-\infty, 1[$ على المجال $P(x) > 0$ ، $]1, +\infty[$ على المجال $P(x) < 0$: و منه : (الجزء الثاني)

(0.5 ن) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x^3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$ (1)

(0.5 ن) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$: و منه $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2} (-x^3 + 5x^2 - 7x + 3) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)^2 = 0^+ \end{cases}$ (2)

(0.5 ن) $x = 2$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : (C_f) (3)

(2) f قابلة للإشتقاق على D_f : $f'(x) = \frac{(-3x^2 + 10x - 7)(x - 2)^2 - 2(x - 2)(-x^3 + 5x^2 - 7x + 3)}{(x - 2)^4}$

$f'(x) = \frac{(x - 2)[(-3x^2 + 10x - 7)(x - 2) - 2(-x^3 + 5x^2 - 7x + 3)]}{(x - 2)^4}$

(0.5 ن) و منه : $f'(x) = \frac{P(x)}{(x - 2)^3}$ (4)

- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ و $(x - 2)^3$.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g(x)$	+	○	-	-
$(x - 2)^3$	-	-	○	+
$f'(x)$	-	○	+	-

(0.5 ن) f متزايدة تماما على المجال $[1, 2[$ ، f متناقصة تماما على المجال $]2, +\infty[$ (5)

(01 ن) جدول تغيرات الدالة f : (6)

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$+\infty$

(0.5ن)..... $f(x) = \frac{(-x+1)(x-2)^2+x-1}{(x-2)^2} = \frac{-x^3+5x^2-7x+3}{(x-2)^2}$ - (أ) - (4)

(ب-) بما أن : $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{(x-2)^2} = 0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = -x + 1$

(0.5ن)..... بجوار $-\infty$ ، $+\infty$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x-1$	-	0	+	+
$(x-2)^2$	+	+	0	+
إشارة : $f(x) - y$	-	+	+	+

$(C_f) \cap (\Delta) = \{A(1,0)\}$

(0.5ن)..... $]-\infty, 1[$ المجال (Δ) تحت (C_f) ، $[1, 2[\cup]2, +\infty[$ المجال (Δ) فوق (C_f)

(0.5ن)..... (ج-) $(T) : y = f'(3)(x-3) + f(3) = -4(x-3) + 0$ ومنه $(T) : y = -4x + 12$

(0.5ن)..... (د-) $f(3+h) \approx f'(3)h + f(3)$ حيث h يؤول إلى 0 ومنه $f(3+h) \approx -4h$

(0.25ن)..... $f(3.0002) \approx -0.0008$ ومنه $f(3.0002) = f(3 + 0.0002) \approx -4(0.0002)$

(0.25ن)..... (5-) $f(0) = \frac{3}{4}$

(01ن)..... (6-) حلول المعادلة $f(x) = m$ بيانها هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y = m$

$m \in]-\infty, 0[$: للمعادلة حلا وحيدا موجب .

$m = 0$: للمعادلة حلين : حلا مضاعفا موجبا وحلا آخر موجبا .

$m \in]0, \frac{3}{4}[$: للمعادلة ثلاث حلول موجبة .

$m = \frac{3}{4}$: للمعادلة ثلاث حلول : حلا معدوما و حلين موجبين .

$m \in]\frac{3}{4}, +\infty[$: للمعادلة ثلاث حلول : حلا سالبا و حلين موجبين .

