MELINA PRIVATE SCHOOL
ثانوية ميلينا الخاصة

الموسم الدراسي :42-1443 هـ/ 22 -2023 م

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات
للسنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

المدة :02 ساعة | أستاذ المادة: مزروح يوسف | التاريخ : 2022/12/08

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 5 نقاط أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

1 الدالة f المعرفة بالعبارة : $f(x)=x\sqrt{x}$ تقبل الإشتقاق عند 0.

2 المعادلة $x^4+3x^2+2=0$ لاتقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

3 $y=-x+7$ هي معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+5}{x+1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ فردية.

5 $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, المعادلة $ax^2+bx+1=0$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $a<1$.

التمرين الثاني:5 نقاط

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x+m}$، حيث $m\in\mathbb{R}$، (C_f) تمثيلها البياني.

1 أوجد قيمة m حتى يقبل (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x=-1$.

2 $(a,b,c)\in\mathbb{R}^3$, اوجد كل من b,a و c علما أن : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

3 إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x-2$.

4 أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ).

5 بين أن (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1;-3)$.

6 بين انه من اجل كل $x\neq-1$: $f'(x)=\dfrac{f(x)+3x+1}{(x+1)^2}$.

التمرين الثالث:10 نقاط

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x) = mx^2 - (m+3)x + 3$. حيث $m \in \mathbb{R}$. (C_m) منحناها البياني.

الجزء الأول

1. عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون:
   (ا) المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين.
   (ب) المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حل وحيد.

2. برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجزء الثاني لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

3. احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

4. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g'(x) = f_3(x)$.

5. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6. تحقق أن 1 جذر ل g.ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عوامل اولية من الدرجة الأولى.

7. إستنتج نقط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات.

8. بين أن النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g).

9. أكتب معادلة المماس (T) للمنحى (C_g) عند النقطة ω.

10. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (T).

11. (Δ) مستقيم معادلته $y = ax - 2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.
    (ا) اوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (∇) وحيد موازري ل (Δ).
    (ب) اوجد معادلة المماس (∇). ماذا تستنتج؟

12. انشئ كل من (T) و (C_g).

رابط الحل يفتح مباشرة بعد الإمتحان

التصحيح النموذجي للإختبار الأول في مادة الرياضيات للسنة 2 ثانوي شعبة رياضيات

1

أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

1 الدالة f المعرفة بالعبارة : $f(x) = x\sqrt{x}$ تقبل الإشتقاق عند 0.

الجواب: صحيح 0.5 ن .التعليل: ندرس قابلية الإشتقاق عند 0 نجد : $f'(0) = 0$. 0.5 ن

2 المعادلة $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ لاتقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

الجواب: صحيح 0.5 ن .التعليل :معادلة مضاعفة التربيع نحسب المميز نجد حلان سالبان ومنه المعادلة لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$. 0.5 ن

3 $y = -x + 7$ هي معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة ب: $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 5}{x + 1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

الجواب: صحيح 0.5 ن التعليل: $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2}$

وبالتالي معادلة المماس هي : $y = -x + 7 \iff y = f'(0)(x - 0) + f(0)$. 0.5 ن

4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$ فردية.

الجواب: صحيح 0.5 ن . التعليل: من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$

من جهة أخرى : $-f(x) = \dfrac{-x}{(-x)^2 + 1} = f(-x)$. ومنه الدالة f فردية. 0.5 ن

5 $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, المعادلة $ax^2 + bx + 1 = 0$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $a < 1$.

الجواب: خطأ 0.5 ن . التعليل : يكون حلا معادلة من الدرجة 2 مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $\dfrac{c}{a} < 0$

ما يكافئ $a < 0 \iff \dfrac{1}{a} < 0$. 0.5 ن

يمكن كذلك البرهان بمثال مضاد بأخذ $a \geq 0$.

2

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + m}$ ، حيث $m \in \mathbb{R}$. (C_f) تمثيلها البياني.

1 أوجد قيمة m حتى يقبل (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x = -1$.

الجواب: (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x = -1$ يستلزم ان الدالة f غير معرفة من اجل $x = -1$ بالتالي : $m = 1 \iff -1 + m = 0$. 0.5 ن

2 $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, اوجد كل من a, b و c علما أن : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x + 1}$.

الجواب:

$$f(x) = \frac{ax^2 + (a + b)x + b + c}{x + 1} \iff f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} a = 1 \\ a + b = -1 \\ b + c = -1 \end{cases}$$ 0.5 ن

فنتحصل على : $(a; b; c) = (1; -2; 1)$. 0.5 ن

3 إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x - 2$.

الجواب: لدينا : $f(x) - y = \dfrac{1}{x + 1}$. 0.5 ن

وبالتالي : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x + 1} = 0$ 0.5 ن ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x - 2$.

4 أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ).

الجواب:

$f(x)-y=\dfrac{1}{x+1}$.

x	$-\infty$ $\quad$ -1 $\quad$ $+\infty$	
$f(x)-y$	(Cf)يقع تحت(Δ)	(Cf)يقع فوق(Δ)

1 ن

5 بين أن (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1;-3)$.

الجواب: من اجل كل $x \in \mathbb{R}-\{-1\}$: فإن $-2-x \in \mathbb{R}-\{-1\}$ 0.25 ن

من جهة أخرى : $f(-2-x)+f(x) = -2-x-2+\dfrac{1}{-2-x+1}+x-2+\dfrac{1}{x+1}$ اي ان $f(-2-x)+f(x)=-6=2(-3)$. ومنه (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1;-3)$ 0.25 ن.

6 بين انه من اجل كل $x\neq -1$: $f'(x)=\dfrac{f(x)+3x+1}{(x+1)^2}$.

الجواب: الدالة f قابلة للإشتقاق على : $\mathbb{R}-\{-1\}$ 0.5 ن.

$\dfrac{f(x)+3x+1}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=f'(x)$. 0.5 ن

3 ☆☆☆☆

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x)=mx^2-(m+3)x+3$. حيث $m\in\mathbb{R}$. (C_m) منحناها البياني.

الجزء الأول

1 عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون:

(ا) المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين.

الجواب:

$m\neq 0$ و $\Delta>0$ 0.25 ن

$\Delta>0 \Leftrightarrow (m+3)^2-12m>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}-\{0;3\}$ 0.25 ن

(ب) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل وحيد.

الجواب: $m=0$. 0.5 ن

2 برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجواب: $f_0(x)=f_1(x) \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow x=\{0;1\}$

ومنه النقطتين هما : $A(0;3)$ و $B(1;0)$. 0.5 ن

الجزء الثاني لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

3 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

الجواب: $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$. 0.25 ن و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$. 0.25 ن

4 برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g'(x)=f_3(x)$.

الجواب: الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ 0.25 ن : $g'(x)=3x^2-3x+3=f_3(x)$. 0.25 ن

5 أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

الجواب: $g'(x)=3(x-1)^2\geq 0$ 0.5 ن ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. 0.5 ن

جدول التغيرات : 1 ن

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$g(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

6 تحقق أن 1 جذر ل g، ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عوامل اولية من الدرجة الأولى.

الجواب: $g(1)=0$ ومنه 1 جذر ل g. 0.5 ن $g(x)=(x-1)^3$. 0.5 ن

7 إستنتج نقط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات.

الجواب: مع حامل محور التراتيب :

$g(0) = -1$ اي النقطة $C(0;-1)$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة $g(x) = 0$ اي $(x-1)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ اي النقطة $D(1;0)$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

8 بين أن النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g).

الجواب: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $2 - x \in \mathbb{R}$ $\boxed{0.25 \text{ ن}}$

من جهة اخرى : $g(2-x) + g(x) = (2-x-1)^3 + (x-1)^3 = (1-x)^3 + (x-1)^3 = 0$

ومنه النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g). $\boxed{0.25 \text{ ن}}$

9 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ω.

الجواب: $(T): y = g'(1)(x-1) + g(1) \Leftrightarrow (T): y = 0$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

10 ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (T).

الجواب: $g(x) - y = (x-1)^3$ وبالتالي :

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$g(x) - y$	(Cg) يقع تحت (T) 0 (Cg) يقع فوق (T)

C_g يقطع (T) في النقطة B. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

11 (Δ) مستقيم معادلته $y = ax - 2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.

(ا) اوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (∇) وحيد موازري ل (Δ).

الجواب: $g'(x_0) = a \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 + 3 - a = 0$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

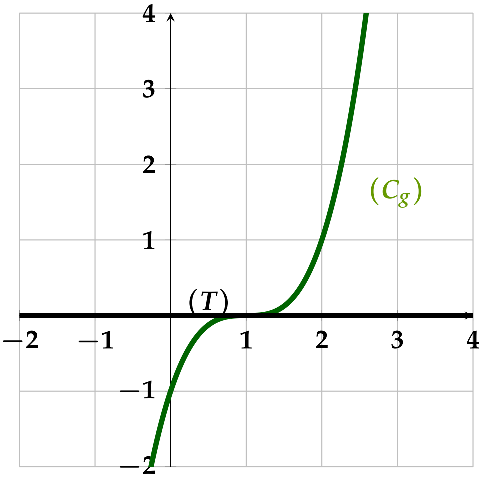
$\Delta = 0 \Leftrightarrow a = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

(ب) اوجد معادلة المماس (∇). ماذا تستنتج؟

الجواب: $(\nabla): y = g'(1)(x-1) + g(1) \Leftrightarrow y = 0$.

نستنتج أن : $(T) = (\nabla)$. $\boxed{0.5 \text{ ن}}$

12 انشئ كل من (T) و (C_g). $\boxed{1 \text{ ن}}$



إنتهى

من إعداد الأستاذ: مزروح يوسف