الإختبار الأول في مادة الرياضيات المدة : ساعتان و نصف

التمرين الأول :(07 نقاط) – اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1)- m وسيط حقيقي، للمعادلة $x^2+(m-1)x-5(m^2+1)=0$ حلين مختلفين في الإشارة يكافئ :

01	$m\in]-1,1[$	02	$m\in\mathbb{R}$	03	$m\in]-\infty;-1[\cup]1,+\infty[$

2)- مستطيل طوله L و عرضه l ، مساحته : $28cm^2$ ، محيطه : $22cm$.

01	$l=4cm$ ، $L=7cm$	02	$l=2cm$ ، $L=9cm$	03	$l=-4cm$ ، $L=-7cm$

3)- لتكن في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $\frac{-x^4+7x^2+18}{x-3}\leq 0$ و لتكن S مجموعة حلولها

01	$S=[-3,3[\cup]3,+\infty[$	02	$S=[-3,-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2},3[$	03	$S=[-3,3[$

4)- m وسيط حقيقي، للمعادلة : $x^2-(2m+5)x+m^2+2=0$ حلين x_1 و x_2 يحققان :

$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$ يكافئ :

01	m غير موجود	02	$m\in\mathbb{R}$	03	$m\in\{-1,3\}$

التمرين الثاني :(13 نقطة)

I)- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{2x^2+ax+b}{x^2-4x+6}$ ، حيث : a و b عددان حقيقيان .

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- أوجد العددان الحقيقيان a و b علما أن (C_g): يشمل النقطة $A(0,1)$ و يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$.

II)- نعرف على المجال $D=[0,4]$ الدالة f بـ : $f(x)=\frac{2x^2-8x+6}{x^2-4x+6}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. $\|\vec{i}\|=2cm$

1)- أثبت أن المستقيم الذي معادلته $x=2$ هو محور تناظر لـ (C_f).

2)- أثبت أنه من أجل كل x من D : $f'(x)=\frac{12(x-2)}{(x^2-4x+6)^2}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال D ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال D .

3)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$.

- باستعمال التقريب التآلفي للعدد $f(3+h)$ حيث h يؤول إلى 0، أحسب قيمة مقربة للعدد $f(3.002)$.

4)- قارن بين العددين : $A=f(0.2023)$ ، $B=f(0.1444)$.

III)- لتكن الدالة h المعرفة على $D'=[1,5]$ بـ : $h(x)=\frac{4x^2-24x+38}{x^2-6x+11}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

1)- تحقق أنه من أجل كل x من D' : $h(x)=f(x-1)+2$.

2)- اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق .

بالتوفيق و النجاح **الأستاذة : بن زادي**

الإجابة النموذجية + سلم التنقيط :

التمرين الأول : (07 نقاط)

1)- الإجابة هي 02 لأن : للمعادلة $x^2+(m-1)x-5(m^2+1)=0$ حلين مختلفين في الإشارة يكافئ :

$P=x_1\times x_2=\frac{c}{a}\prec 0$ ، $P=-5(m^2+1)$ و منه : من أجل كل m من $\mathbb{R}$: $P\prec 0$.

أي أن : $m\in\mathbb{R}$ ....(01 ن)

2)- الإجابة هي 01 لأن : $\begin{cases} L+l=\frac{22}{2}=11\ldots\ldots S \\ L\times l=8\ldots\ldots\ldots P \end{cases}$ ، نقوم بحل المعادلة : $x^2-11x+28=0$

$\Delta=9$ ، $x_1=4$ ، $x_2=7$ ومنه : $L=7cm$ ، $l=4cm$ ، $(L\succ l)$ . ...(02 ن)

3)- الإجابة هي 01 لأن : نضع : $t=x^2$ $(t\geq 0)$ ، $-t^2+7t+18=0$ ، $\Delta=121$ ، $t_1=9$ ، $t_2=-2$.

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $-x^4+7x^2+18=-(x^2-9)(x^2+2)$

x	$-\infty$	-3		3	$+\infty$
$-x^2+9$	-	0	+	0	-
x^2+2	+		+		+
$x-3$	-		-	0	+
$\frac{-x^4+7x^2+18}{x-3}$	+	0	-	‖	-

و منه : $S=[-3,3[\cup]3,+\infty[$ ....(02 ن)

4)- الإجابة هي 03 لأن : $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\times x_2}=\frac{S}{P}$ ، $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{2m+5}{m^2+2}=1$ ، $m^2+2=2m+5$

$m^2-2m-3=0$ ، $\Delta=16$ ، $m_1=-1$ ، $m_2=3$. و منه : $m\in\{-1,3\}$ ....(02 ن)

التمرين الثاني : (13 نقطة)

I)-1)- $A(0,1)\in(C_g)$ يكافئ : $g(0)=1$ و منه : $b=6$ . ...(0.5 ن)

(C_g) يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$ يكافئ : $g'(2)=0$

g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x)=\dfrac{(4x+a)(x^2-4x+6)-(2x-4)(2x^2+ax+b)}{(x^2-4x+6)^2}$

$g'(2)=0$ يكافئ : $8+a=0$ و منه : $a=-8$ . ...(0.5 ن)

II)- 1) - من أجل x من D : $0\le x\le 4$ ، $-4\le -x\le 0$ ، $0\le 4-x\le 0$. أي أن : $4-x\in D$

$$f(4-x)=\frac{2(4-x)^2-8(4-x)+6}{(4-x)^2-4(4-x)+6}=\frac{2(16+x^2-8x)-32+8x+6}{16+x^2-8x-16+4x+6}=f(x)$$

و منه : المستقيم الذي معادلته $x=2$ هو محور تناظر لـ (C_f)...(01 ن)

2)- f قابلة للإشتقاق على D : $f'(x)=\dfrac{(4x-8)(x^2-4x+6)-(2x-4)(2x^2-8x+6)}{(x^2-4x+6)^2}$

$$f'(x)=\frac{2(x-2)(2x^2-8x+12-2x^2+8x-6)}{(x^2-4x+6)^2}=\frac{12(x-2)}{(x^2-4x+6)^2}$$ ....(01 ن)

$f'(x)=0$ يكافئ : $x=2$ ، إشارة $f'(x)$ من إشارة $x-2$ لأن : $\dfrac{12}{(x^2-4x+6)^2}\succ 0$

f متزايدة تماما على المجال $[2,4]$ ، f متناقصة تماما على المجال $[0,2]$.....................................(01 ن)

جدول تغيرات الدالة f : ....(01 ن)

x	0		2		4
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	1	↘	-1	↗	1

3)- $(T): y=f'(3)(x-3)+f(3)$ ، $(T): y=\dfrac{4}{3}x-4$..(01 ن)

$f(3+h)\approx f'(3)h+f(3)$ و منه : $f(3+h)\approx\dfrac{4}{3}h$..(0.5ن)

$f(3.002)=f(3+0,002)$ و منه : $f(3.002)\approx\dfrac{4}{3}(0,002)$ أي أن : $f(3.002)\approx 0,0027$......(0.5ن)

4)- لدينا : $0,2023 \prec 0,1444$ لكن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0,2]$ و منه :

$f(0.1444) \succ f(0.2023)$ ، أي أن : $A \succ B$ . ...(01 ن)

5)- $(C_f)\cap(xx')$: $f(x)=0$ و $x \in D$. $2x^2-8x+6=0$ ، $\Delta=16$ ، $x_1=1$ ، $x_2=3$.

ومنه : $(C_f)\cap(xx')=\{A_1(1,0);A_2(3,0)\}$..(01 ن)

III)- 1)- من أجل كل x من D' : $f(x-1)+2=\dfrac{2(x-1)^2-8(x-1)+6}{(x-1)^2-4(x-1)+6}+2$

بعد النشر و التبسيط وتوحيد المقامات نجد : $h(x)=f(x-1)+2$..(01 ن)

2)- (C_h) هو صورة (C_f) بواسطة الإنسحاب الذي شعاعه : $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$. ....(01 ن)

- انشاء (C_f) و (C_h) : ....(02 ن)