



نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بعدها الأول  $u_0 = \frac{1}{2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+1}$ .

(1) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0; 1]$  كمايلي:  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني و  $(d)$  المستقيم الذي

معادلته  $y = x$  في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الوثيقة المرافقة)

أ/ مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود  $u_0; u_1; u_2; u_3$  مبرزا خطوط الرسم.

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = \frac{u_n-1}{u_n}$

أ/ برهن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$

ب/ أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ج/ أحسب  $\lim v_n$  ثم استنتج  $\lim u_n$

(3) أحسب بدلالة  $n$  كل من  $S_n$  و  $S'_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

و  $S'_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_{n-1}}$  (لاحظ أن:  $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$ )

(4) أحسب بدلالة  $n$  الجداء:  $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_{n-1}$

رياضي يرمي بسهم ليصيب هدفا عبارة عن قرص مركزه  $O$  و نصف قطره  $30 \text{ cm}$ ، نشكل على هذا القرص ثلاث دوائر

مراكزها  $O$  و أنصاف أقطارها على الترتيب  $10 \text{ cm}$ ،  $20 \text{ cm}$ ،  $30 \text{ cm}$ .

تحدّد ثلاث مناطق ملونة على الترتيب من المركز بالأحمر، الأبيض و الأخضر. نفرض السهم يصيب الهدف عند كل رمية و أن

احتمال إصابة كل منطقة يتناسب طرذا مع مساحتها.

عند إصابة المنطقة الحمراء نسجل 30 نقطة.

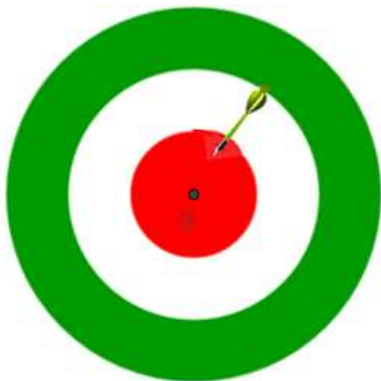
عند إصابة المنطقة البيضاء نسجل 20 نقطة.

عند إصابة المنطقة الخضراء نسجل 10 نقاط.

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد النقاط المسجلة.

(1) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ .

(2) أحسب الأمل الرياضياتي  $E(X)$  و التباين  $V(X)$ .



التمرين الثالث:

التوقيت (30 دقيقة)

06  
نقاط

1/ الدائرة المثلثية التي مركزها  $O$  المرفقة بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$I$  النقطة التي احداثيها  $(1, 0)$  و  $A$  نقطة من  $(C)$  حيث:

$$k \in \mathbb{Z} \text{ مع } (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

و  $B$  منتصف القطعة  $[AI]$ . (أنظر الشكل المقابل)

أ- عين الاحداثيات الديكارتية للنقطتين  $A$  و  $B$

$$\text{ب- بين أن: } OB = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

ج- عين القيس الرئيسي للزاوية الموجبة  $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB})$  ثم

استنتج باستعمال المثلث  $OBI$  القيمة المضبوطة لـ  $\cos \frac{\pi}{12}$

$$2/ \text{نفرض الان أن: } \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

أ- أحسب القيمتين المضبوطتين لكل من  $\sin \frac{7\pi}{12}$  و  $\cos \frac{11\pi}{12}$  (لاحظ أن  $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}$ )

ب- حل في المجال  $[0, 2\pi[$  المعادلة ذات المجهول  $x$ :  $\sqrt{3} - 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

التمرين الرابع:

التوقيت (15 دقيقة)

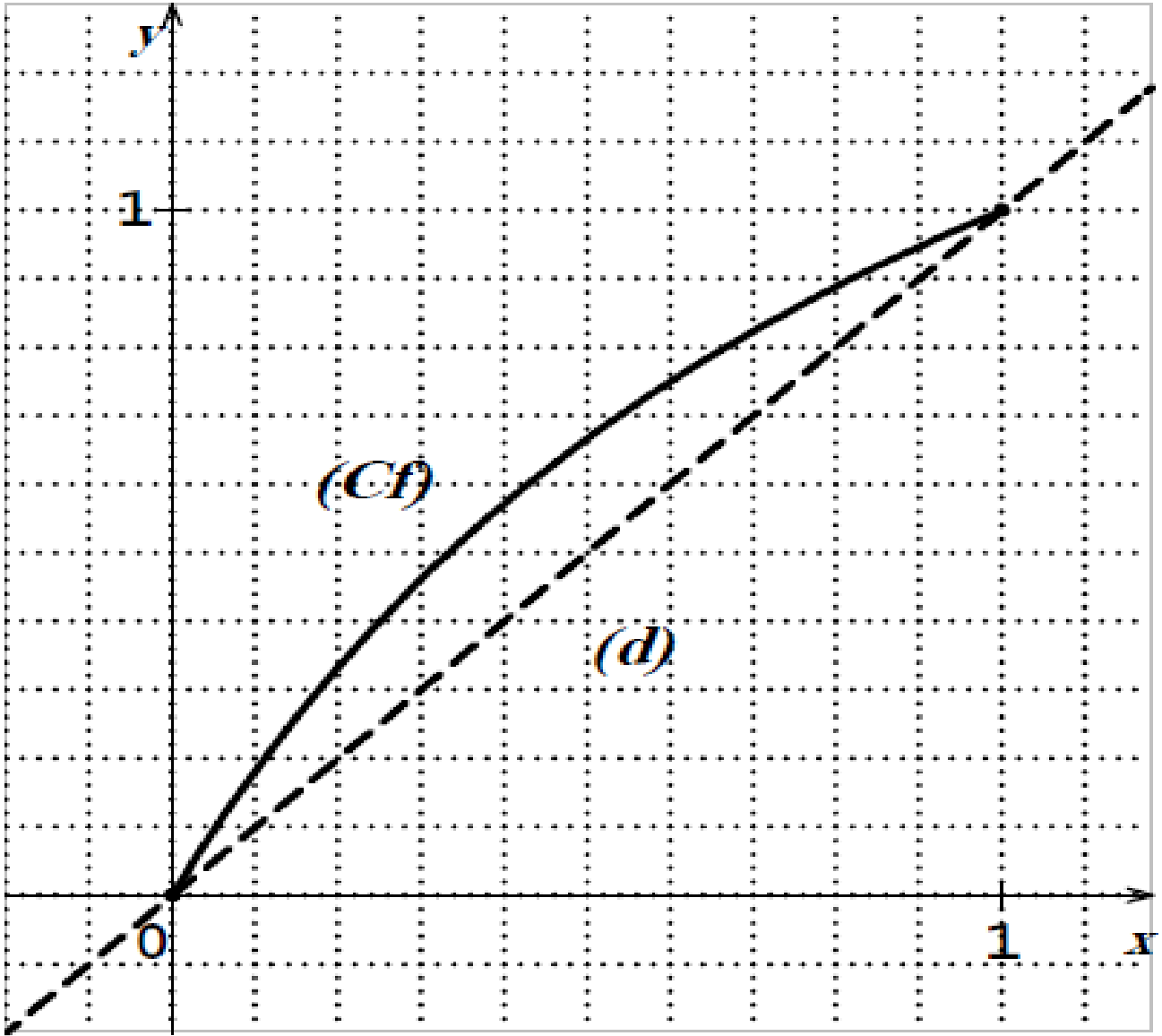
أحسب المجموع:

$$S = (2^2 - 1) + (3^2 - 2^2) + (4^2 - 3^2) + \dots + (2018^2 - 2017^2)$$

(إرشاد: بإمكانك استعمال المتطابقة الشهيرة  $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$ )

02.5  
نقاط

الإسم و اللقب: ..... القسم : 2 رياضيات



\*\*\* انتم الى \*\*\* .....

الأستاذ: تونسي ن يمني لكم التوفيق والنجاح