

اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 ن)

يحتوي كيس على كرات لا نفرق بينها عند اللمس مرقمة بـ 0 ، 1 ، 2 .
نسحب عشوائيا كرة من الكيس لنسجل رقم الكرة المسحوبة و نعيدها إلى الكيس، ثم نسحب كرة ثانية لنسجل رقمها y . لكل سحب لكرتين نرفق النقطة $M(x, y)$ من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .
نسمي (D) القرص الذي مركزه O ونصف قطره 1,7.

1- عين احداثيات كل النقط M الممكنة.

2- أحسب احتمال الحوادث التالية:

- A " M تنتمي إلى محور الفواصل "

- B " M نقطة من المستقيم المعرف بالمعادلة : $2x+y=0$ "

- C " M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و طول نصف قطرها 1 "

3- X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب العدد $x^2 + y^2$.

أ/ عين قانون احتمال X.

ب/ أحسب الأمل الرياضي للمتغير X.

ج/ أثبت أن احتمال أن تنتمي النقطة M إلى (D) هو $\frac{4}{9}$

التمرين الثاني: (07 ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$A(2, -1)$, $\Omega(-2,3)$ نقطتان من المستوي ، (Γ) دائرة مركزها النقطة Ω و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.

1- أ/ بين أن النقطة B منتصف القطعة [Ω] تنتمي إلى الدائرة (Γ).

ب/ تحقق أن: $x - y + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للدائرة (Γ) عند النقطة B.

2- λ عدد حقيقي ، (C_λ) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي حيث:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + \lambda = 0$$

أ/ حدد قيم λ حتى تكون (C_λ) دائرة يطلب تعيين مركزها، و طول نصف قطرها بدلالة λ.

ب/ نعتبر: $\lambda < 5$.

1 عين قيم λ حيث: $(\Gamma) \cap (C_\lambda) = \emptyset$.

2- أوجد قيمة العدد الحقيقي λ حتى تكون الدائرتان (C_λ) و (Γ) متماستان خارجيا.

- ماذا يمثل المستقيم (T) بالنسبة إلى القطعة $[\Omega A]$.

3- أكتب معادلة للدائرة (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي الذي مركزه النقطة B ونسبته 3.

4- أوجد جميع المستقيمات التي تمس الدائرة (Γ) و توازي المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $x - y - 2 = 0$.

التمرين الثالث: (08 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

I نعتبر النقطتين $A(1,0,-2)$ و $B(0,-1,0)$ و الشعاع $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ من الفضاء.

1- أوجد تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و شعاع توجيه له ، ثم حدد تمثيلا ديكارتيًا له.

2- (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق: $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 5 = 0$.

أ/ بين أن سطح كرة مركزها B ، يطلب تعيين نصف قطرها.

ب/ أدرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) و السطح (S) ، مع إيجاد إحداثيات نقط التقاطع إن كانت موجودة.

3- نريد حساب المسافة بين المستقيم (Δ) و النقطة B .

نعتبر النقطة $N(-t + 1, t, -2)$ " عدد حقيقي " ، (لاحظ أن N تمسح المستقيم (Δ))

أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t : $BN = \sqrt{2t^2 + 6}$.

ب/ نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(t) = \sqrt{2t^2 + 6}$.

إذا علمت أنه من أجل كل عدد حقيقي t : $f'(t) = \frac{4t}{\sqrt{2t^2 + 6}}$

1 أدرس اتجاه تغير الدالة f .

2 استنتج أن $f(0)$ هي القيمة الحدية الصغرى للدالة f على R .

3 ماذا تمثل هذه القيمة بالنسبة للنقطة للمستقيم (Δ) و النقطة B .

4 تحقق من السؤال 2- ب/.

II (P_a) هو المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية: $y = a$. " عدد حقيقي ".

1- حدد قيمة a حتى تكون النقطة B من المستوي (P_a) .

2- أوجد بدلالة a إحداثيات النقطة ω تقاطع المستوي (P_a) مع المحور (o, \vec{j}) " محور الترتيب "

3- أحسب بدلالة a الطول ωB ، ثم استنتج قيمتي a حتى يكون (P_a) مماسا للسطح (S) .