الأقســـــام : 2 رياضي
المـــــدة:ساعتان

اختبار الفصـــل الثاني في مـــادة الرياضيـــات

التمرين الأول:(09 نقطة)

نعتبر المعادلة : $\sin 3x = -\sin 2x$ ....(1)

1/ حل في R ثم في المجال $]-\pi , \pi]$ المعادلة (1) ومثل صور الحلول على الدائرة المثلثية.

2 / تحقق من أجل كل عدد حقيقي x : $4\sin^3 x = 3\sin x - \sin 3x$

3/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $\sin 3x = \sin x\left(4\cos^2 x - 1\right)$

4/ استنتج أن حلول المعادلة(1) هي أيضا حلول المعادلة: $\sin x\left(4\cos^2 x - 1 + 2\cos x\right) = 0$

5/ من بين حلول المعادلة (1) عين الحلول التي هي أيضا حلول المعادلة: $4\cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$

6/ نضع: $X = \cos x$ ** حل في R المعادلة : $4X^2 + 2X - 1 = 0$

** استنتج قيمة العددين : $\cos\frac{2\pi}{5}$ و $\cos\frac{4\pi}{5}$

التمرين الثاني:(11 نقطة) $p(x)$ كثير حدود حيث: $p(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

1- ** أدرس إشارة $p(x)$ عندما يتغير x في R.

2- f دالة عددية معرفة ب: $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$ نسمي (C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ عين D_f مجال تعريف الدالة f

2/ أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f، وبين أن: $f'(x) = \frac{(x-2).p(x)}{(x-2)^4}$

3/ استنتج اتجاه تغير الدالة f

4/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ_1) و (Δ_2) حيث (Δ_1) هو المستقيم المقارب المائل.

5/ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_1).

6/ أكتب معادلة المماس (Δ_3) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة a ذات الفاصلة 3.

7/ عين أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند القيمة 3 و أحسب : $f(2.99)$ و $f(3.01)$

8/ أكتب معادلة المستقيم (Δ_4) العمودي على المستقيم (Δ_3) في النقطة a.

9/ أرسم المنحنى (C_f) والمستقيمات : (Δ_1) و (Δ_2) و (Δ_3) و (Δ_4).

***** نتمنى لكم التوفيـــق والنجاح *****

تصحيح الاختبار الثاني السنة الثانية رياضي

التمرين الأول: (9 نقاط)

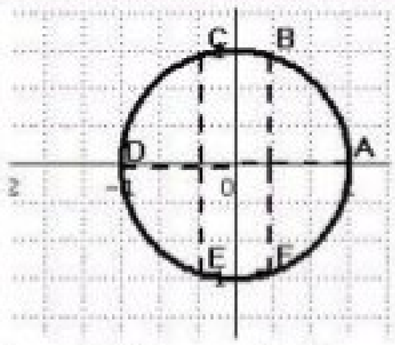
1/ حل المعادلة (1) في $\mathbb{R}$:

$S=\left\{\frac{2\pi}{5}K,\pi+2\pi K\right\}$ حيث K عدد صحيح .... (1 ن)

حل المعادلة (1) في المجال $]-\pi,\pi]$:

$S=\left\{-\frac{4\pi}{5},-\frac{2\pi}{5},0,\frac{2\pi}{5},\frac{4\pi}{5},\pi\right\}$ .... (1 ن)

** تمثيل صور الحلول على الدائرة المثلثية .... (0.5 ن)



2/ التحقق من أنه: من أجل كل عدد حقيقي x : $4\sin^3 x=3\sin x-\sin 3x$ .... (1.5 ن)

3/إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $\sin 3x=\sin x\left(4\cos^2 x-1\right)$

لدينا من السؤال الثاني : $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$

$=\sin x\left(3-4\sin^2 x\right)$ .... (1 ن)

/إستنتاج أن حلول المعادلة(1) هي أيضا حلول المعادلة: $\sin x\left(4\cos^2 x-1+2\cos x\right)=0$

لدينا من السؤال الأول : $\sin 3x=-\sin 2x$ ومن السؤال الثالث $\sin 3x=\sin x\left(4\cos^2 x-1\right)$

إذن : $\sin x\left(4\cos^2 x-1\right)+\sin 2x=0$ ومنه : $\sin x\left(4\cos^2 x-1+2\cos x\right)=0$

المعادلتين متكافئتين لهما نفس الحلول .... (1 ن)

5/ من بين حلول المعادلة (1) عين الحلول التي هي أيضا حلول المعادلة: $4\cos^2 x+2\cos x-1=0$.

$S=\left\{-\frac{4\pi}{5},-\frac{2\pi}{5},\frac{2\pi}{5},\frac{4\pi}{5}\right\}$ .... (1 ن)

6/ نضع: $X=\cos x$ ** حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $4X^2+2X-1=0$

$\Delta=20$ .... (0.5 ن)

$x_1=\frac{-2-\sqrt{20}}{2},x_2=\frac{-2+\sqrt{20}}{2}$ .... (0.5 ن)

ومنه $\cos\frac{4\pi}{5}=x_1,\cos\frac{2\pi}{5}=x_2$ .... (1 ن)

التمرين الثاني: (11 نقطة)

$$p(x)=-x^3+6x^2-13x+8$$

1/ ** إشارة $p(x)$ عندما يتغير X في R :

تحليل $p(x)$ لدينا : $p(x)=(x-1)(-x^2+5x-8)$ .... (0.5 ن)

$p(x)$ موجب على المجال : $]-\infty,1[$ و $p(x)$ سالب على المجال : $]1,+\infty[$ .... (1 ن)

2- 1/ مجال تعريف الدالة f : $D_f=R-\{2\}$ .... (0.5 ن)

2-2/ f عبارة عن مجموع دوال قابلة للاشتقاق على $D_f=R-\{2\}$ .... (0.5 ن)

دالتها المشتقة: $f'(x)=\dfrac{(x-2).p(x)}{(x-2)^4}$ .... (1.5 ن)

2-3/ اتجاه تغير الدالة f : .... (1 ن)

إشارة f' من إشارة : $(x-2).p(x)$

f متناقصة على المجال : $]-\infty,+1[\cup]2,+\infty[$ و f متزايدة على المجال : $]1,2[$

2-4/ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ_1) و (Δ_2) حيث .... (1 ن)

(Δ_1) هو المستقيم المقارب المائل معادلته : $y=-x+1$ و (Δ_2) مقارب عمودي معادلته : $x=2$

2-5/ الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_1). .... (1 ن)

(Δ_1) فوق المنحنى (C_f) على المجال : $]-\infty,1[$ و (Δ_1) تحت المنحنى (C_f) على المجال : $]1,+\infty[$

2-6/ معادلة المماس (Δ_3) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ه ذات الفاصلة 3. .... (1 ن)

هي : $y=-4x+12$

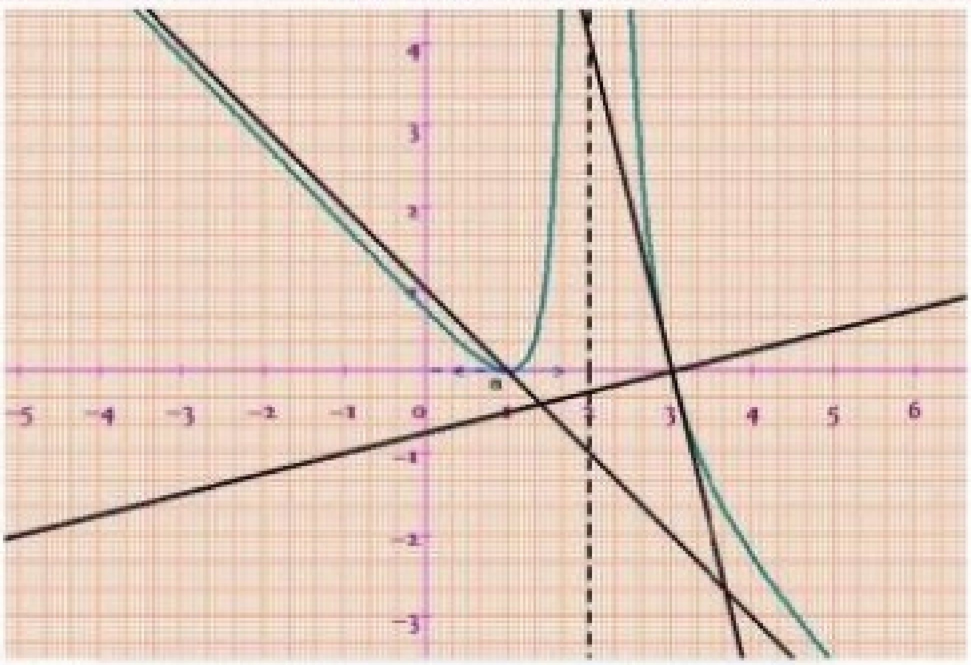
2-7/ أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند القيمة 3: .... (1 ن)

$f(x)\approx -4x+12$ و $f(2.999)=0.004$

2-8/ معادلة المستقيم (Δ_4) العمودي على المستقيم (Δ_3) في النقطة ه وهي: .... (1 ن)

$x-4y-3=0$

9-/ الرسم: .... (1.5 ن)



*** نتمنى لكم التوفيـــق والنجاح ***