الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

سبتمبر 2005

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الرياضيات
كتاب الأستاذ

السنة 1 من التعليم ثانوي جذع المشترك علوم وتكنولوجيا

الإشراف التربوي

مصطفى بلعباس ..... مفتش التربية والتكوين

المؤلفون

بوزيد موسعي ..... مفتش التربية والتعليم

سليمان حمودي ..... أستاذ التعليم الثانوي

أحسن إبجاودان ..... أستاذ التعليم الثانوي

الطبعة الأولى سبتمبر 2005

محتويات الكتاب

1- تقديم 4
2- أسس ومنطلقات 5
3- كتاب التلميذ.....6
- هيكلة الكتاب
- هيكلة أبواب الكتاب

4- مبررات تدعم الاختيارات 9
- لماذا هذه الهيكلة؟
- ماذا تمثل الرياضيات؟
- لماذا ندرّس الرياضيات؟
- تجسيد الأفكار أعلاه؟
- ماذا يعني التدريس بالنسبة لنا؟
- طرائق التدريس أو كيف ندرس؟
- بين النشاط المغلق والنشاط المفتوح.

5- كيفيات لمعالجة بعض المسائل 20
6- تقديم ابواب 30
- عناصر التقديم.
- كيف يستعمل الأستاذ كتاب التلميذ؟
- عرض تفاصيل الأبواب.

1. الأعداد والحساب 34
2. الترتيب، المجالات، القيمة المطلقة 39
3. عموميات على الدوال 43
4. الدوال المرجعية 49
5. المعادلات والمتراجحات 58
6. الإحصاء 64
7. الهندسة في الفضاء.....78
8. الهندسة المستوية 98
9. الأشعة.....115
7- فهرس تصويب الأخطاء 126

1ـ تقديم

يعتبر كتاب الأستاذ الخاص بكتاب الرياضيات في السنة الأولى من التعليم الثانوي جذع مشترك علوم وتكنولوجيا تجربة جديدة بالنسبة للأستاذ، إذ يجد فيه إجابات على بعض تساؤلاته التى تتعلق بكيفية توظيف كتاب التلميذ من طرفه ومن طرف التلميذ نفسه، كما يطلعه على بعض محفّزات التعلّم ويقترح عليه طرقا لمساعدة التلميذ على تجاوز الأخطاء التى يرتكبها أثناء تعلّمه. ويوضح له بعض الخلفيات النظرية التى أدت إلى اعتماد هيكلة كل باب من الأبواب التسعة لكتاب التلميذ ضمن مقاطع وكيفية ترابط بعض هذه المقاطع.

2- أسس ومنطلقات

أعدّ كتاب التلميذ للسنة الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا في إطار إصلاح المنظومة التربوية وما نتج عنه من تجديد لبرامج الرياضيات في التعليمين الابتدائي والمتوسط. و وفق ما جاء في التوجيهات الرئيسية لبرنامج السنة الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا والتي يمكن تلخيصها في :
المقاربة بالكفاءات، بناء المعرفة، الرياضيات النفعية، المساهمة في بناء الفكر ، توسيع مفهوم التقويم في الفعل التعليمي/التعلمي (كزرع روح التقويم الذاتي عند التلميذ، الاستفادة من أخطاء التلميذ، تحسين عملية التقويم التي يقوم بها الأستاذ)، **فهم التلميذ للمحيط الذي يعيش فيه ومسايرة التطور التكنولوجي فيه** (قصد التمكن مستقبلا من الاندماج في هذا المحيط والمساهمة في إثرائه)، **إعطاء دور أكبر للتلميذ** (الممارسة الفعلية للرياضيات من طرف التلميذ)، **علاقة جديدة بين التلميذ و الكتاب، علاقة جديدة بين الأستاذ والكتاب.**
تمت مقاربة المفاهيم في هذا الكتاب بواسطة أنشطة تحضيرية ولخصت فيه أهم المعارف المطلوبة في البرنامج، كما يهتم بكيفية استعمال هذه المعارف واكتساب طرائق وتقنيات جديدة. وقد خصّص مقطع لتعلم البرهنة في ثمانية أبواب رعي فيه التدرج في توظيف مبادئ المنطق الرياضي والإنشاء الرياضي. كما خصصت في ثمانية أبواب مساحة يجد فيها التلميذ أنشطة توفر له فرصا لاستعمال تكنولوجيات الإعلام والاتصال. وفي كل باب اقترحت وضعية إدماجية تمثّل إحدى العناصر الجديدة في تجديد البرنامج. وأخيرا يضع هذا الكتاب مجموعة من التمارين المبوّبة حسب فقرات الدرس ومجموعة من المسائل المتنوعة. إنّ الترتيب المقترح لهذه التمارين يساعد
الأستاذ في اختيار ما يناسب تلاميذه من تمارين لفترة من فترات تدريسه.

3- كتاب التلميذ

⇦هيكلة الكتاب

يتألّف كتاب لتلميذ من:

- صفحة المؤلّفين
- مقدّمة تشير لإلى الإطار العام الذي تمّ فيه تأليف الكتاب وتعرض بصفة مختصرة أبوابه وهي تسعة تغطي ميادين التعلّم الأربعة في البرنامج، كما تعرض أيضا مقاطع كل باب وهي ثمانية على الأكثر في معظم الأبواب.
- الأبواب التسعة بكل مقاطعها.
- الفهرس ويتضمن الأبواب وصفحاتها وهي:
  - الأعداد والحساب
  - الترتيب- المجالات- القيمة المطلقة
  - عموميات على الدّوال العددية
  - الدّوال المرجعية
  - المعادلات والمتراجحات
  - الإحصاء
  - الهندسة الفضائية
  - الهندسة المستوية
  - الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية

⇦هيكلة الأبواب الكتاب

يتكوّن كل باب من المقاطع التالية:

صفحة تقديم الباب:

تحمل هذه الصفحة بعدا تربويا هاما من حيث أنّها تقدّم الكفاءات المستهدفة كما وردت في البرنامج و تقدّم نصّا تاريخيا يتمحور حول المفهوم الرئيس المعالج في هذا الباب، مصاغ بأسلوب يليق بقدرات التلميذ في هذا المستوى

الدراسي ويناسب مداركه الحسية و العقلية في هذا السنّ، يعطي نبذة تاريخية مختصرة حول مراحل تطور المفهوم، ويشير إلى بعض العلماء من مختلف الحضارات الذين أسهموا عبر مراحل تاريخية متدرجة في بلورة هذا المفهوم وصياغته على الشكل الذي نعرفه اليوم.إنّ الرّسالة التي نهدف إلى ترسيخها في ذهن التلميذ من خلال هذا النصّ تتلخّص في كون المعرفة الإنسانية ليست حكرا على أمّة من الأمم، بل هي تراث مشترك بينهم جميعا،وأنّ لأمّتنا دور في هذه الإسهامات تشهد عليه الآثار، وأنّه من الطبيعي أن نستمر مع بقية الأمم في تقديم المزيد منها.ولعلّ ذلك يكون عاملا يتضافر مع عوامل أخرى ليشكل حافزا لدى بعض التلاميذ الفضوليين والميالين للرياضيات إلى البحث أكثر قصد الاطلاع على التراث العلمي العربي خاصة ما يتعلق بالرياضيات مما قد يثير فيهم الرغبة في التخصص فيها.

حول الأنشطة:

يحدّد لكل نشاط هدف وهو عبارة عن تعلّم مقصود أو كفاءة مستهدفة من قبل البرنامج ويعطي إرشادات لحلّه ولكيفية إنجازه مع التلاميذ ويربط كل نشاط بالعنصر أو العناصر التي يخدمها في الدّرس.

حول الدّرس:

يحدّد العناصر التي يتشكل منها الدّرس ويقترح كيفية تناول كل عنصر، ويؤكد على الجديد فيه كما يذكّر، في حدود الإمكان وسائل تحقيق التعلّمات المقصودة.

حول الطرائق و التمارين المحلولة:

يحدّد لكل نشاط المحتوى المعرفي المستهدف و الكفاءة التي يهدف البرنامج إلى تحقيقها عند التلميذ، كما يقدم إرشادات لكيفية استغلال الحل المقدم والطريقة المقترحة وكذلك التعليق أو التعاليق الواردة مع هذا الحلّ. تعتبر الأفكار الواردة في الأسئلة المقترحة في هذا المقطع والحلول المرفقة بها قاعدية ومفتاحية بالنسبة للتلميذ، فهي من جهة تساعده على ممارسة بعض الكفاءات المستهدفة في البرنامج ومن جهة أخرى يتزود من خلال معالجته لها بطرق حل وتقنيات حسابية وإجراءات البحث عن الحلول تساعده على حل مسائل جديدة أكثر تركيبا.

حول تعلّم البرهنة:

يحدّد التعلّم المقصود ويقترح كيفية لتسيير النشاط الوارد في هذا المقطع. إنّ هذا المقطع هو بديل عما كان معمولا به في موضوع المنطق وأنماط البرهان في البرنامج السابق (برنامج 1995) فمن خلاله يوجه التلميذ إلى ممارسة مستمرة ومتدرجة للبرهان والتحرير الرياضياتي، وبالتالي استخدام دائم متدرج لأدوات المنطق الرياضياتي بعيدا عن كل تجريد لا يخدم الممارسة الفعلية للرياضيات عند التلميذ.

حول استعمال تكنولوجيات الإعلام الاتصال:

يحدّد بالتفصيل الوسيلة المستعملة في النشاط أو الأنشطة المقترحة، كما يحدّد الهدف من استعمال هذه الوسيلة بالضبط(حاسبة علمية، حاسبة بيانية، مجدول، ....) ويشير إلى إمكانية استعمال وسائل أخرى ويقترح خطوطا عريضة لتوظيف الوسيلة المستعملة.

حول حلّ مسألة إدماجية:

يخدم هذا المقطع واحدة من الركائز التي تقوم عليها المقاربة بالكفاءات وهي "إدماج المكتسبات" أي مكتسبات التلميذ التي تحصّل عليها خلال تطرقه إلى هذا الباب.لذا اقترح في هذا المقطع مسألة ـ مرفقة بحل ـ يحتاج التلميذ لحلّها إلى تجنيد مكتسباته بصفة عامة، هذه المسألة ليس مقعّدة بالنسبة للتلميذ ولكنها مركبة، قد تكون ذات طابع نظري وقد تكون مسألة مرتبطة بالواقع.

تمارين ومسائل:

يشير هذا المقطع إلى التمارين المتشابهة وتمارين التدريب وتمارين تعميق الفهم ويقترح تمارين للحلّ في القسم وأخرى للتحضير في البيت وتمارين التقويم (لمعالجة النقائص) ولأخرى للتدعيم. بوّبت كل مجموعة من هذه التمارين بعناوين تعبر عن المضامين المعرفية التي تتماشى مع فقرات الدرس أملا منا في أن يكون ذلك عاملا مساعدا للأستاذ على اختيار ما يريده لتلاميذه في مرحلة معيّنة من مراحل تقدمه في معالجة الباب المعني.

4- مبررات تدعم الاختيارات

لماذا هذه الهيكلة؟

جاءت الهيكلة المطروحة في هذا الكتاب من حيث أبوابه التسعة نتيجة للتقسيم المعتمد لمضامين البرنامج إلى أربعة محاور وهي:

- الأعداد والحساب ويتكفل بها الكتاب في بابيه الأول والثاني.
- الدوال وتتكفل به ثلاثة أبواب من الكتاب وهي الأبواب الثالث والرابع والخامس.
- الهندسة وتتكفل به ثلاثة أبواب وهي السابع والثامن والتاسع.
- الإحصاء ويتكفل به الباب السادس.

إنّ هذا التبويب يأخذ بعين الاعتبار عدّة أبعاد منها:

- التعليم الحلزوني.
- ترابط المواضيع ببعضها وضرورة معالجة مفهوم قبل آخر.
- أهمية ومكانة كل موضوع في البرنامج.
- الجانب الاستعمالي للكتاب من قبل كل من الأستاذ والتلميذ.

أما فيما يتعلّق بهيكلة كل باب والتي تتراوح بين سبعة وثمانية مقاطع فقد ارتكزت على :

- المقاربة بالكفاءات
- بناء التعلّمات
- إدماج المكتسبات
- التقويم جزء من الثنائية التعليم/التعلّم
- البعد التكنولوجي في تكوين التلميذ
- نتائج الأبحاث الحديثة في تعليمية الرياضيات

وجاءت لتساعد على تحقيق مجموعة من الأهداف منها:

- ممارسة مختلف مراحل تعلّم مفهوم رياضياتي.
- بناء فكر موضوعي ونقدي.
- تغيير علاقة التلميذ بالمعرفة.
- ممارسة فعلية للرياضيات من طرف التلميذ.
- أخذ أخطاء التلميذ بعين الاعتبار في بناء تعلّماته.

- تفريد التعلّم لدى التلميذ.
- مواكبة التطور السريع لتكنولوجيات الإعلام والاتصال.
- تسهيل عمل الأستاذ أثناء إعداده لدرسه بإعطائه عدّة اختيارات متنوعة.
- اعتبار البعد التاريخي للمادة.

ماذا تمثل الرياضيات؟

الرياضيات هي نتاج لنشاط العقل البشري، ارتبط نموها وتطورها بتطور العقل البشري عبر حقب زمنية متسلسلة منذ فجر البشرية ولم تكن في يوم من الأيام حكرا على جماعة من البشر دون أخرى. تتم ممارسة الرياضيات عن طريق حل المشكلات ولحل المشكلات، وفق خطوات مترابطة تحكمها قواعد التسلسل المنطقي الذي يخضع لمبدأ الاستنباط. تتصف الرياضيات بمعالجتها لمواضيع من الواقع سرعان ما تنحوا منحنا نظريا بحتا يُرصّف بمفاهيم وعلاقات وقوانين تُكون صرح الرياضيات.

لماذا ندرّس الرياضيات؟

ونظرا لمكانة الرياضيات في المعرفة الإنسانية كمحرك أساسي للعقل وكمجال خصب لممارسة نشاط عقلي ترتبط مواضيعه أساسا بظواهر من الواقع يسعى الإنسان أحيانا إلى وصفها وإلى التعبير عنها وفق أنماط معيّنة ، كما يسعى في أحيان أخرى إلى حل مشكلات مستقاة من هذا الواقع، فإنّنا نجد أنّ تدريسها في كل مدارس العالم لا يتم كاختصاص مقتصر على مجموعة من التلاميذ، أو حكرا على نخبة معيّنة منهم بل يغطي جميع التلاميذ إلى غاية نهاية التعليم الثانوي مع معرفتنا المسبقة بأن معظم هؤلاء التلاميذ سوف لن يختصوا في دراسة الرياضيات أو في تعلم الهندسة أو حتى القيام بأبحاث متصلة بالرياضيات . ويعود الانتشار في تدريسها إلى أسباب كثيرة منها :

- الاقتناع بعدم إمكانية تصور عالم خال من العدد، ذلك أنّ عالما من هذا القبل لاشك أنّه يفتقر إلى أدنى أساسيات فهم الأشياء ناهيك

عن التعامل معها كما هو الحال اليوم عند استعمال النسب المؤوية أو الإحصاء أو التمثيلات البيانية.

- الاقتناع بأنّ الرياضيات تمثل بحدّ ذاتها أسلوبا و وسيلة في معالجة المشكلات سواء من حيث طرحها أو من حيث حلّها، ويكون ذلك بالانطلاق من المعطيات المتوفرة لاستنباط النتائج الممكنة لها أو بالانطلاق من النتائج المتاحة و البحث عن الأسباب التي يمكن أن تؤدي إليها. وفي كلتا الحالتين من البحث يتأرجح تفكير المرء بين التخمين و التجريب و محاولات التدليل على النتائج وهذا هو صلب ما نتوخاه من تدريس الرياضيات.

⇦ تجسيد الأفكار أعلاه؟

وبالنتيجة جاء هذا الكتاب ليجسد هذه الأفكار من خلال مختلف مقاطع الباب الواحد حيث تتضافر جميع مقاطعه لخدمة كفاءة حل المشكلات من مختلف جوانبها انطلاقا من الوعي بقصور المعرفة المتوفرة إلى الوعي بضرورة حصول عليها إلى هيكلتها وتصنيفها وامتلاكها ثمّ توظيفها، وتجدر الإشارة هنا إلى أنّ البعد التاريخي للمفهوم قد تمّ التكفل به من خلال المقطع الذي يقدم للباب و من خلال الأنشطة المختارة وبعض التمارين المقترحة.
ولا شك أنّ التخلي عن نظرية المجموعات ومقاربة المفاهيم انطلاقا من مكتسبات التلميذ المتعلقة بمحيطه وبمعارفه المدرسية واعتبار المفاهيم كأدوات لحلّ مشكلات يعتبر إحدى الركائز الأساسية التي بني عليها البرنامج وعمل مؤلفو هذا الكتاب على احترامها وتجسيدها فيه.
إنّ التطرق إلى المنطق الرياضي في هذا الكتاب صار ملازما للتدريب على الاستدلال وتعلّم البرهنة والتحرير الرياضي. وهي كلها أمور يمارسها التلميذ تدريجيا وعبر مختلف المواضيع والميادين بما ينأى به عن تلك الدراسة النظرية الموغلة في التجريد لموضوع المنطق، إلى الحدّ الذي تفوّت فيه وفي كثير من الأحيان على كل من التلميذ والأستاذ فرصا مناسبة لتطبيق مفاهيم المنطق بشكل دائم وعفوي وبسيط.
إنّ إدراج تكنولوجيات الإعلام والاتصال في التعليم هو الواجهة التي يجيب بها هذا الكتاب على التوجيهات الرسمية لوزارة التربية الوطنية في هذا

الشأن والتي تهدف إلى تكوين جيل قادر على فهم محيطه أكثر والتحكم في انفجار المعرفي الذي يشهده العالم اليوم، كما تعدّه للمساهمة في التعامل مع التكنولوجيات الجديدة. لذلك أفرد هذا الكتاب في معظم أبوابه ـ ماعدا باب الهندسة الفضائية ـ مقطعا خاص بتعلّم الرياضيات باستعمال الحاسبة العلمية و/أو البيانية وكذا الإعلام الآلي.
مساعدة الأستاذ على اختيار الوضعيات التعليمية الملائمة بتنويع محتوى كلّ باب.

ماذا يعني التدريس بالنسبة لنا؟

يعتبر التدريس مهنة ذات قيمة أدبية وأخلاقية عالية بالنظر إلى الغايات المرجوة منه كجزء من العملية التربوية التي يمثل مصب جمع روافدها. وإذا نظرنا إلى التعقيد المتزايد في حياة البشر وما يحتاج إليه الإنسان من كفاءات وقدرات لتسيير حياته وللرقي بها إلى مدارج التقدم والرفاهية، نجد أنّ المدرسة تحتل الصدارة في أداء الدور الذي يحقق الحد الأدنى لما يصبوا إليه مجتمع ما. ولاشكّ أن النجاح في ذلك مرتبط بعوامل كثيرة منها نوعية القائمين على تكوين جيل الغد، وفي مقدمتهم المعلم باعتباره الحلقة التي تعطي للعمل التربوي صورته الواقعية من خلال سعي هذا الأخير و تلاميذه إلى تجسيد الأهداف المسطرة.
فللمعلم إذن دور حيوي اتجاه تلاميذه فهو قبل أن يلتقي معهم، أي عند إعداد درسه، يقرر مجموعة من القرارات التي ينفذها فيما بعد. فبعضها ينفذه مع تلاميذه وبعضها قبل أن يلتقي بهم والبعض الآخر بعد أن يلتقي بهم، ثمّ فوق ذلك يقرر ما هي الأشياء التي سينفذونها بمفردهم خارج قاعة الدرس. وعلى سبيل المثال فهو يقرر ماذا يعلّم؟ وما هي أهدافه من وراء ذلك؟. ما هي الأنشطة التي يعالجها مع تلاميذه ؟ وكيف يرتّبها؟. ما هي النقط المهمّة في هذا الدرس؟ وما هي الصعوبات المحتملة لدى تلاميذه؟ وكيف السبيل إلى تذليلها؟. كيف يسيّر الحصة؟ وما هو نموذج التدريس الذي يسلكه في هذه الحصة؟.
إنّ سيل القرارات هذا لا يتوقف عند الإعداد فقط بل يبقى قائما حتى والأستاذ في قاعة الدرس مع تلاميذه ينفّذ ما قرره سابقا، ليجد نفسه يقرر

طرح سؤال لم ينتبه إليه من قبل أو يقرر أن يختار ذلك التلميذ للإجابة أو يقرر صياغة سؤال ما على نحو يحقق ما استجدّ له في تعامله للتوّ مع تلاميذه، كما يقرر مدى تحقيقه للهدف الذي عمل من أجل تحقيقه. ثمّ يمتدّ اتخاذ هذه القرارات إلى ما بعد الانتهاء من إنجاز الحصة، أي إلى التقويم...إلى الإعداد لحصّة جديدة وهكذا....

إنّ اتخاذ قرارات إيجابية وأقرب ما تكون إلى الصواب اتجاه تساؤلات من هذا النوع بالنسبة لمعلّم الرياضيات يحتاج منه إلى معرفة ودراية بأربعة عناصر كحد أدنى من الإلمام هي بمثابة ركائز يقوم عليها الفعل التعليمي/التعلّمي عنده وهي:

- المعارف الرياضياتية.
- المعارف السيكولوجية الخاصة بمعاملة الطفل و المراهق.
- المعارف الخاصة بطرائق التدريس.
- المعارف الخاصة بتعليمية الرياضيات.

إنّ المعلم وهو يمارس مهامه التربوية لاشك أنّه يتخذ قراراته بناء على معارفه المتعلقة بالعناصر الأربعة المذكورة أعلاه، و بقناعاته بالأفكار التي تُمِدُّه بها دون أن ننسى ما لخبرته وتجربته من تأثير في قبول هذه الأفكار والمعارف و أجرأتها خاصة. و لنا أن نتصّور مقارنة بين نوعين من التدريس من حيث قيمة كل منهما عند معلمين، أحدهما ملم بالحدّ الأدنى من المعارف السابقة ويسعى إلى توظيفها بينما الآخر لم يسعفه الحظ في الحصول على هذا الحدّ. الجواب واضح ولا يختلف عليه اثنان فالاستفادة من نتائج الأبحاث في حقل التربية خاصة طرائق التدريس التي لا غنى لأي معلم عن ممارستها بصفة أو بأخرى وهي ما سنتطرق إلى نماذج منها على الوقوف على ايجابيات وسلبيات في كل منها.

طرائق التدريس

- النموذج التلقيني:

يستند هذا النموذج إلى اعتبار رأس التلميذ فارغا يمكن ملؤه بما نشاء من المعارف حينما ننقلها إليه. إذ يكفي أن يقوم المعلّم بإلقاء المعارف

على مسامع التلاميذ في حين يكونون هم في حالة من الاستماع و التركيز على ما يقوله. وهنا يتضح أنّ دور المعلّم هو عرض المعارف بوضوح ودور التلميذ هو الانتباه لما يقوله المعلّم. فالمعلّم إذن هو المصدر الوحيد للمعرفة والتلميذ مستهلك لها.

إنّ هذا النموذج يوافق الدرس إلقائي بحيث عندما ينتهي المعلّم من عرض المعارف ينتقل إلى تقديم تمارين تطبيقية وأخرى تعميقية ليقرر بعدها إن تمكن التلاميذ من استيعاب ما درّسه لهم أم لا. ويعتبر مصدر الخطاء عند التلميذ في هذا النموذج إمّا قلّة الانتباه عند التلميذ وإمّا سوء الشرح من قبل المعلّم.

إنّ هذا النموذج لا يعطي أهمية كافية للصعوبة الذاتية للمفهوم الذي هو موضوع الدرس، كما لا يحمل عناء التمحيص والتدقيق في طبيعة التواصل بين المعلّم والتلاميذ إذا يختصرها في ثنائية بسيطة هي الإلقاء/الاستماع. ومع ذلك فهو يتمتّع ببعض المزايا التي كتبت له البقاء والثبات في مسيرة التعليم، منها إمكانية تدريس عدد كبير من الأشخاص في آن واحد - كما هو الحال الجامعة - وهذا يسمح بربح بعض الوقت.

- نموذج البيهافيوريزم :(الخطوات الصغيرة)

يفترض هذا النموذج أنّ التلميذ يستطيع أن يتعلّم عندما يكتشف المعرفة عبر خطوات بسيطة ومتسلسلة دون أن يقع في الأخطاء. لذلك تجزؤ المعرفة إلى عناصر بسيطة متتالية يُفترض أن التلميذ قادر على تخطيها. ولتجسيد هذه الفكرة جاءت الأنشطة الاستكشافية التي يحاول المعلّم من خلالها تمكين التلميذ من اكتشاف معرفة ما، حيث تصاغ نصوص هذه الأنشطة بكيفية تهدف إلى تجنيب التلميذ الوقوع في الأخطاء. ولأجل هذا لابد من إرشاده عن قرب كما يحدث في التعليم بمساعدة الحاسوب أو في التدريس بالأهداف.

نلاحظ في هذا النموذج أنّ تركيز المعلّم ينصب على التلميذ حتى يتمكّن من تحقيق الفعل المطلوب، وأنّ التلميذ ينجح في اجتياز تلك الخطوات الصغيرة المقترحة في النشاط، مادامت قد وضعت لهذا الغرض. وهذا ما يؤدي بنا إلى التساؤل الآتي : هل النجاح في اجتياز الخطوات الصغيرة سيؤدي إلى النجاح أمام وضعيات جديدة؟ هذا أمر غير مضمون

لأنّ المعرفة المقصودة أرقى وأعلى مستو من تلكم الخطوات الصغيرة المتتالية. ويكون التلميذ في هذه الحالة كمن يستطيع التنقل في أي شارع من شوارع مدينة ما، لكنه لا يستطيع الإحاطة بمعالم هذه المدينة ولا بمرافقها الحيوية التي يقضي فيها حاجاته اليومية، فهو لا يعرف أين يتجه حين يسير في شوارعها، ولا يستطيع أن يدلّ شخصا ما عن مرفق من مرافقها. وبتعبير آخر فإنّ حظوظ التلميذ تتضاءل أمام الوضعيات المركبة.

- النموذج البنائي :

يعتبر النموذج البنائي حديث بالمقارنة مع النموذجين السابقين، فهو يستند إلى خلفيات سيكولوجيو وابستيمولوجية وأخرى تعليمية. تسمح بوضع تصور جديد للتدريس يرتكز على أربع فرضيات هي :

- **يتحقق اكتساب المعرفة عن طريق الممارسة.**
- **عقل التلميذ غير فارغ فهو يحمل تصورات سابقة، و يبني تصورات جديدة** نسميها تمثيلات وإدراك للمفاهيم التي ندرسها له. بعض هذه التمثيلات والمدارك هي أصل الأخطاء التي تظهر بتواتر كبير عند التلميذ، إنّها تحول دون التعلّم لذا سميت **عوائق التعلّم**.
- **لا يتمّ التعلّم بتراكم المعرفة**، ذلك أنّ عدم إدراك التلميذ أنّ معارفه غير كافية اتجاه مفهوم ما يجعله يستنكف عن توظيف معارف جديدة قدمت له ويكتفي بما لديه من معارف كأدوات يوظفها عند الحاجة. لهذا نأخذ في بعض الأحيان انطباعا بأنّ التلاميذ قد اكتسبوا معرفة ما وبعد فترة من ذلك نلاحظ عودة نفس الأخطاء السابقة التي كنا نعتقد أنّهم تجاوزوها.
- **لا يعطي التلميذ معنى للمعرفة إلاّ إذا بدت بالنسبة إليه كأداة لا غنى له عنها لحلّ مشكلة تملّكته.**

إنّ هذه الركائز تقتضي من المعلّم أن يتجنّب بعض التعابير الموجّهة للتلميذ من مثل : عليك أن تفعل كذا... أن تفكر في كذا، مادام هذا الأخير لم يدرك بعد قصور معرفته أو عدم تلاؤمها اتجاه وضعية ما. لهذا يبدأ التعلّم عند التلميذ حينما نجعله يتحصّل في ـ وضعية مقترحة عليه ـ على تناقض بين النتائج التي يتوصّل إليها انطلاقا من معارفه وتفنيد لهذه النتائج توفره الوضعية نفسها أو يأتيه من الآخرين.

إنّ هذا التصور للفعل التعليمي/التعلّمي يتجه بنا إلى البحث عن وضعيات تستجيب في تسييرها مع التلاميذ إلى ثلاث فترات زمنية متعاقبة هي :

- الفترة الأولى : يستثمر التلاميذ في هذه الفترة مكتسباتهم أي تمثيلاتهم وبالتالي سيرتكبون أخطاء مرتبطة بالعوائق التي تعترضهم. في هذه الفترة لا يتدخل المعلّم في عمل التلاميذ حتى يعطي لهم فرصة البحث بشكل فردي في المشكلة المطروحة.
- الفترة الثانية : في هذه الفترة يدرك التلاميذ أنّ هذه المكتسبات غير كافية لحل المشكل لأنّها أدّت بهم إلى أخطاء معروفة لديهم. في هذه الفترة لا يتدخل المعلّم في عمل التلاميذ حتى يعطي لهم فرصة إدراك أخطائهم، غير أنّه يمكن أن يطلب منهم مقارنة نتائجهم وإجراءات حلولهم في ثنائيات أو ضمن أفواج.
- الفترة الثالثة : في هذه الفترة يبني التلاميذ معرفة جديدة وطبعا هنا يكون للمعلّم دور المساعد على هذا البناء.

إنّ هذا التقسيم يستجيب للمراحل الرئيسية في تعليم مفهوم جديد ولاشكّ أنّ تسيير حصة بهذه المراحل الثلاث أمر حاسم في حمل الفرضيات الأربع أعلاه على محمل الأجرأة. فترك الوقت الكافي للتلاميذ ليدركوا أنّ معارفهم قاصرة لا يعني ترك المزيد من الوقت ـ أي ترك الحبل على الغارب ـ فمعظم التلاميذ تَهِنُ عزائمهم وتفتر هِمَمُهُم عن مواصلة البحث مما قد يؤدي بهم إلى خمود رغبتهم في الاكتشاف و التعلّم بصفة عامّة. لذلك يلجأ المعلّم بعد فترة البحث الفردي إلى حث التلاميذ على مقارنة الاقتراحات التي وضعوها للحلّ أو الإجراءات التي اتبعوها أو النتائج التي توصّلوا إليها وهذا قبل المرحلة الأخيرة التي تتمثّل في وضع حل مشترك متفق عليه من طرف التلاميذ.
يبدوا واضحا في هذا النموذج أنّ ما يقترح على التلاميذ هو وضعية سيخطئون في حلّها أو لا يستطيعون حلّها أصلا. وأنّ اكتشافهم واعترافهم بهذه الأخطاء وهو نقطة الانطلاق لاكتساب معارف جديدة، أي نقطة ارتكاز لتعلّم جديد. وهو ما يشكل نقطة الاختلاف الرئيسية مع تصورات النموذج البيهافيورزمي الذي لا يُقِرُ بحتمية الخطأ في التعلّم.

وإذا كانت قيمة الوضعية المطروحة وكيفية تسييرها هما اللتان تقرران مدى نجاح التعلّم وفق النموذج البنائي، فإنّ الصعوبة في تطبيق هذا الأخير لا تكمن في تسيير القسم، رغم ما يقتضيه هذا التسيير من تعقيد و ما يتطلّبه من وقت أطول، بقدر ما تكمن في إيجاد الوضعيات المناسبة لمعالجة بعض المفاهيم.

بين المشكل المغلق والمشكل المفتوح

نقدم في هذه الفقرة مثال عن نشاط حول الدوال نقترح له صياغتين مختلفتين إحداهما تجعله مشكلا مغلقا و الأخرى تجعله مفتوحا. وهذا حتى يأخذ المعلّم فكرة تساعده على اختيار الأنشطة أو محاولة بنائها حسب الهدف المسطر.

❶ مشكل مغلق :

ليكن Γ ربع دائرة محدّد النصفي القطرين $[AB]$ و$[AC]$ ذوي الطولين $6cm$. ولتكن M نقطة متحركة على قطعة المستقيم $[AB]$.

نعتبر المستطيل $AMDE$ حيث $D \in \Gamma$ و $E \in [AC]$.

1- أنجز الشكل.

2- نرمز للطول AM بالرمز x. عبّر بدلالة x عن الطول MD.
استنتج أنّ مساحة المستطيل $AMDE$ هي : $f(x)$ حيث
$f(x) = x\sqrt{36-x^2}$.

3- أتمم الجدول الآتي:

x	0	1	2	3	3,5	4	4,5	5	6
$f(x)$									

4- ارسم منحنى الدّالة f في معلم متعامد تكون الوحدة فيه على محور الفواصل $1\ cm$ وعلى محور التراتيب $0,5\ cm$.

5- تحقق أنّه من أجل كل عدد x، لدينا: $(f(x))^2 = 324 - (x^2-18)^2$.

6- برهن أنّه من أجل كل x، $(f(x))^2 \leq 324$.

ماهي قيم العدد x التي يكون من أجلها $(f(x))^2 = 324$؟
بماذا يمتاز المستطيل $AMDE$ في هذه الحالة؟

ملاحظة حول هذا النشاط :
نلاحظ أنّ السؤال الثاني يجعل من تغير المساحة أمرا بديهيا (وهذا غير مقبول لدى كل التلاميذ)

❷ **مشكل مفتوح** :

ليكن Γ ربع دائرة محدد النصفي القطرين $[AB]$ و$[AC]$ ذوي الطولين $6cm$. ولتكن M نقطة متحركة على قطعة المستقيم $[AB]$. نعتبر المستطيل $AMDE$ حيث $D \in \Gamma$ و $E \in [AC]$. أنجز الشكل الموافق.

بعدما ينجز التلاميذ الشكل يبدأ الأستاذ في بناء الأسئلة شيئا فشيئا انطلاقا من إجاباتهم متّبعا المراحل التالية:

1- المرحلة الأولى : هل تتغير مساحة المستطيل؟ (تخمين التلاميذ)
2- المرحلة الثانية : يطلب حساب مساحة المستطيل من أجل عدّة قيم للطول AM ثمّ عرض النتائج في جدول.(ملاحظة مثلا أنّ الأطوال غير مرتبة تصاعديا ولا تنازليا)
3- المرحلة الثالثة : نظرا لتنوع النتائج تظهر ضرورة البحث عن قاعدة أو قانون يسمح لنا بإيجاد هذه النتائج، فتبدأ عملية البحث عن الدستور المناسب. (تظهر ضرورة الترميز فيستعمل الرمز x للتعبير عن الطول AM)
4- المرحلة الرابعة : استعمال الحاسبة لعرض نتائج الحساب في جدول (يحجز الدستور وتعطى بعض القيم للحرف x فتظهر قيم $f(x)$، يعتبر هذا العمل بالنسبة للتلاميذ أوّل تعامل مع الحاسبة البيانية في ميدان الدوال)
5- المرحلة الخامسة : حساب المساحات لمستطيلات ناتجة من تغيّر قيمة الطول x وفق تزايد منتظم لقيمه حسب خطوات تتضاءل شيئا فشيئا وهذا يسمح لنا بإجراء بحث عن القيمة العظمى للدّالة.(تسمح هذه المرحلة بملاحظة التزايد و/أو التناقص في المساحة تبعا لتزايد قيم x)

6- المرحلة السادسة : استعمال المنحنى الذي تظهره الحاسبة لإجراء بحث عن القيمة العظمى للدّالة (النتائج لا تكون دقيقة في كل الحالات ولكنها تسمح للتلاميذ بتخمين مجال تواجد قيمة x التي تعطي القيمة العظمى للدّالة، كما تسمح على صعيد التعرّف على الحاسبة باستعمال الطلبيتين **TRACE** و **ZOOMS**)
7- المرحلة السابعة : الملاحظة والاتفاق على خصوصية المستطيل الذي له أكبر مساحة.
8- المرحلة الثامنة : العمل على إثبات النتائج المتوصل إليها في المرحلتين السابقتين (ظهور الحاجة إلى البرهان الرياضياتي بالاعتماد على الوسائل الهندسة والجبرية)

تعليق حول هذا النشاط :

يمكن أن يستغرق إنجاز هذا النشاط حوالي ساعة ونصف، وهو يسمح بتناول أولي لمفهوم الدّالة حيث يبرز ضرورة الدستور(الجانب الجبري)، يسمح بملاحظة التغيرات، ومفهوم القيم العظمى ويعطي نظرة أوّلية على الإمكانيات التي توفرها الحاسبة البيانية في إبراز بعض المفاهيم.

5- كيفيات لمعالجة مشكلات

لا يحتاج نشاط حل المشاكلات إلى تبرير دوره وأهميته في سيرورة امتلاك المعارف الرياضية من طرف التلاميذ في كل مراحلها (البناء، التدعيم، إعادة الاستثمار، التقويم). وعلى هذا الأساس، ينبغي أن يأخذ هذا النّشاط من عمل التلميذ جزء متناسبا مع أهميته، ويدرج في جميع فتراته، وأن يتم اختياره بحيث:

- يسمح لكل التلاميذ بالإنطلاق في العمل، وبالتالي نتجنب اقتراح مسائل تحتوي على تعليمات معقدّة، فإن وجدت فهي تقتضي مرافقة التلاميذ لتذليلها والتأكد من فهمهم المهمة المطلوبة منهم.
- يثير تخمينات لدى التلاميذ.
- مرتبط معارف مكتسبة من قبل التلاميذ تمكّنهم من الشروع في المحاولات لإثبات هذه التخمينات أو العدول عنها.
- تمنح للتلاميذ، كلما أمكن ذلك، فرصا لمراقبة نتائجهم وتساعد على إثراء معارفهم ومكتسباتهم.

ونلخص مراحل نشاط حلّ مسألة فيما يلي:

- قراءة نص المسألة.

- تحديد خطة أو إستراتيجية حلّ.
- تنفيذ هذه الخطة أو الإستراتيجية، وبناء حلّ.
- مراقبة النتيجة أو النتائج المتحصل عليها.

فيما يلي نقترح بعض الصور الممكنة لمعالجة التمارين مع التلاميذ:

من الباب السابع: الهندسة الفضائية

التمرين 53 من الصفحة 205

نص التمرين: الشرط الكافي لكي يكون مستقيم عموديا على مستو.

اثبت أنه إذا كان مستقيم عموديا على مستقيمين متقاطعين من مستو فإنّه عمودي على كلّ مستقيمات هذا المستوي (أي عمودي على المستوي).

تعليق حول نص التمرين

يحمل نص التمرين الهدف منه كعنوان له، وهو تنويع في أسلوب طرح المسائل فجاء النص وكأنه إجابة عن السؤال: ما هو الشرط الكافي لكي يكون مستقيم عموديا على مستو؟ والنص تعبير لغوي خال من أي تعبير رمزي، وهو ما يصادفه التلاميذ كثيرا في النظريات والخواص (أنظر نص المبرهنة1 من عنصر الدّرس تعامد المستقيمات والمستويات).

مبرّرات اختيار التمرين

ينصّ التمرين على المبرهنة1 من مقطع الدّرس: "تعامد المستقيمات والمستويات"، وهي مبرهنة صعبة الإثبات نسبيا على التلاميذ، واكتسابها من قبلهم يعد أكثر من ضروري فهي تمثل أنسب مفتاح حل المسائل المتعلقة بتعامد المستقيمات والمستويات.

الأهداف

تهدف معالجة هذا التمارين مع التلاميذ إلى تدريبهم على:

- قراءة وتحليل نص لغوي لمسألة وترجمته إلى رموز وأشكال.
- توظيف خواص هندسية أساسية لإثبات مبرهنة في الهندسة الفضائية.

فترة اقتراح التمرين

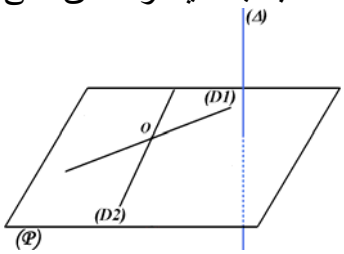
يقترح هذا التمرين بعد تقديم عنصر تعامد المستقيمات والمستويات، وذلك لإثبات صحة المبرهنة1.

الحجم الساعي: 30 دقيقة.

توجيهات بيداغوجية : يمكن تسيير الحصة في ثلاث مراحل هي:

المرحلة الأولى

تخصص لقراءة وتحليل النص وإنجاز شكل مناسب جماعيا، والاتفاق على ما يأتي أو ما يشبهه:



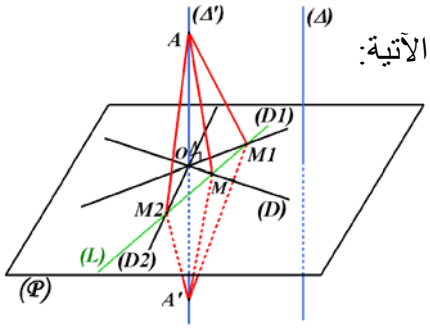
ليكن (D_1) و (D_2) مستقيمين من المستوي (P) متقاطعين في النقطة O، والمستقيم (Δ) عموديا على كلّ منهما، وليكن (D) مستقيم من (P).
لنبيّن أنّ (Δ) عمودي على (D).

المرحلة الثانية

هي مرحلة البحث عن إثبات مناسب، ويستحسن أن تتم ضمن ثنائيات.
أول إشكالية تطرح هي كيفية اختيار المستقيم (D) ، ومبررات الشروع بحالة المستقيم (D) يشمل النقطة O، والرجوع إليها في حالة المستقيم (D) لا يشمل النقطة O، وبمجرد تخطي هذه الإشكالية تظهر فكرة استعمال المستقيم (8') الموازي للمستقيم (8) الذي يشمل النقطة O.
يصعب على التلاميذ الاهتداء إلى استعمال نقطتين من (8') متناظرتين بالنسبة إلى O، فيعمل الأستاذ على تقديم بعض الإرشادات المساعدة لتذليل هذه الصعوبات.
كذلك بالنسبة إلى المستقيم (L) الذي يقطع المستقيمات الثلاثة (D1) و (D2) و (D) في النقط M1 و M2 و M على التّرتيب.

المرحلة الثالثة

تخصص لعرض ما توصل إليه التلاميذ وحوصلته لبناء إثبات كامل.
وحسب ما تقدم فإنّ مجهوداتهم تظهر في إثبات أنّ المثلّث AMA' متساوي السّاقين، واستخلاص أنّ (D) عمودي على (AA') (أي (8'))
ومنه (8) عمودي على (D).



ثمّ معالجة حالة (D) لا يشمل النقطة O، بالكيفية الآتية:
يوجد في (P) مستقيم (D') يشمل النقطة O ويوازي (D). إنّ (8) عمودي على (D') حسب ما سبق، ومنه (8) عمودي على (D).

التمرين 108 من الصفحة 243

نص التمرين

ABCDمربّع ، M ، N نقطتان من ضلعيه [AB] و[BC]
على التّرتيب حيث AM = BN ، H نقطة تقاطع [DM] و [AN].
أ) بيّن أنّه يوجد دوران يحوّل [DM] إلى [AN].
ب) استنتج طبيعة المثلّث AHD.
ج) ما هي مجموعة النّقط H عندما M تمسح [AB] ؟
د) ما هي مجموعة النّقط S منتصف [MN] عندما M تمسح [AB] ؟

تعليق حول نص التمرين

واضح أنّ نص التمرين فيه توجيه إلى الحلّ لوجود الفرعين (أ) وَ (ب) ، كان بالإمكان طرح السؤال المتعلق بالنقطة H كالآتي:"ABCD مربّع ، M ، N نقطتان من ضلعيه [AB] و[BC] على التّرتيب حيث AM = BN ، H نقطة تقاطع [DM] و [AN]. ما هي مجموعة النّقط H عندما M تمسح [AB] ؟". وفي هذه الحالة يصبح السؤال مفتوحا نسبيا، وتزداد درجة صعوبته، الأمر الذي تجنبناه في الجزء المتعلق بالنقطة H ليسهل على التلاميذ الشروع في البحث عن حل، وتعمدنا طرحه في الجزء التعلق بالنقطة S إذ ننتظر من التلميذ إضافة المراحل المساعدة بمحاكاة ما تعلّمه فيما سبق.

مبرّرات اختيار التمرين

ينص المنهاج فيما يتعلق بالتحويلات النقطية في عمود الكفاءات القاعدية على استعمال التحويلات النقطية وخواص الأشكال الهندسية المألوفة لحل مسائل، كما يوجه إلى إمكانية حل مسائل حول محال هندسية وإنشاءات هندسية. وفي ضوء هذا قدمنا في فقرة طرائق وتمارين محاولة استعمال الدّوران لإثبات أنّ نقطا في استقامية، كما وظفنا في فقرة تعلّم البرهنة التناظر المحوري في إنشاء هندسي، ويمكن إدراج هذا التّمرين لتدريب التلميذ على استعمال التحويلات النقطية وخواص الأشكال الهندسية المألوفة للبحث عن المحل الهندسي لنقط تحقق بعض الشروط.

الأهداف

يهدف التمرين إلى تدريب التلاميذ على:

- البحث عن تحويل نقطي (دوران) وتعريفه انطلاقا من نقط وصورها.
- استعمال التحويلات النقطية وخواص الأشكال الهندسية المألوفة للبحث عن المحل الهندسي لنقط تحقق بعض الشروط.

فترة اقتراح التمرين

يقترح هذا التمرين بعد تقديم فقرة تعلّم البرهنة، والتأكد من أن التلاميذ قد تعلموا كيفية البحث عن مجموعة نقط من المستوي تحقق شروطا معينة.

الحجم الساعي: ساعة و 30 د (يمكن توزيعها على حصتين)

توجيهات بيداغوجية : يعالج هذا التمرين في حصتين:

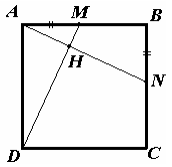
الحصة الأولى

تتم في ثلاث مراحل هي: مرحلة البحث، مرحلة العرض والحوصلة، مرحلة تحرير الحل.

مرحلة البحث

يقترح التمرين على التلاميذ، ويطلب منهم العمل في أفواج (تلميذان أو أربعة تلاميذ في كل فوج).

يمر الأستاذ بين الأفواج لتنشيط النقاش، يوجه في البداية إلى قراءة النص بهدف الفهم، وترجمته إلى شكل مناسب، وإلى التركيز على البحث عن الدّوران الذي يحوّل [DM] إلى [AN].

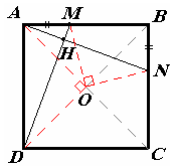


التلاميذ الذين حاولوا في التمارين 104 و 105 و 106 و 107 أو مروا بوضعيات مشابهة يسهل عليهم تحديد استراتيجية لإيجاد جواب للسؤال(أ)، وقد يشرعون في البحث عن نقطة متساوية المسافة عن النقطتين A و D وكذلك عن النقطتين M و N (أي مركز الدوران)، مستعملين في ذلك معلوماتهم المخزنة لديهم في الذاكرة طويلة المدى والمبنية على تجربتهم الدراسية والناتجة عن:

- المسائل التي حلّها التلميذ سابقا.
- بعض إجراءات الحلول التي تعلّمها.
- بعض قواعد العقد التعليمي، مثل: "لحل مسألة يلزم استعمال كل معطياتها" أو "لحل مسألة مقترحة نستعمل آخر المعارف المدروسة" أو "لحل مسالة في الهندسة

نقتصر على عناصر شكل مناسب" ... إلخ. إن هذه القواعد كما هي مساعدة فهي في الحقيقة مصدر لبعض الصعوبات والعوائق والأخطاء.
أما البقية فإنهم يقفون عند تأويل السؤال.

يمكن نقل العمل إلى السبورة لمدّة 05 دقائق لجعل التلاميذ يتفقون حول معنى السؤال "بيّن أنّه يوجد دوران يحوّل [DM] إلى [AN]." كيف نجد دورانا؟ ماذا نعيّن ... كي نقول أننا وجدنا دورانا؟ ... إلخ



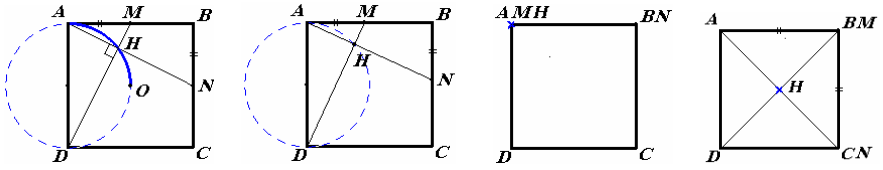
يلاحظ التلاميذ أن الدّوران الذي مركزه النقطة O مركز المربع ABCD وزاويته °90 في اتجاه عقارب الساعة يحوّل النقطة D إلى النقطة A، وقد يجدون صعوبة في إثبات أنّ نفس الدوران يحوّل النقطة M إلى النقطة N، عندها يمكن إرجاعهم إلى الكيفيات الممكنة لإنشاء صورة نقطة بدوران، أو إلى خاصية التقايس (حفظ المسافات).

يتواصل العمل ضمن الأفواج وفي هذه المرحلة نترك التلاميذ ينهون محاولاتهم حتى تحديد مجموعة النّقط H.

مرحلة العرض والحوصلة

يتم في هذه المرحلة العمل جماعيا على السبورة، بدعوة التلاميذ إلى التبادل فيما بينهم حول ما تم التوصل إليه في كل فوج (الأفواج التي أنهت عملها)، وفيها:

- تحدد عناصر الدوران الذي يحوّل [DM] إلى [AN].
- استنتاج طبيعة المثلث AHD.
- تحديد مجموعة النّقط H عندما M تمسح [AB] : وعادة ما يقتصر التلاميذ في هذه المرحلة خاصة على تبيين أنّ مجموعة النّقط H هي جزء من الدائرة التي قطرها [AB]، ويهملون دراسة العكس لاستخلاص مجموعة النّقط المطلوبة.



- معالجة الأخطاء التي قد تظهر من حين إلى آخر في مقترحات التلاميذ، على أن تكون بمشاركة زملائهم في تصويبها.

مرحلة تحرير الحل

وفي هذه المرحلة يطلب من كل فوج تحرير الحل الذي تمت حوصلته في ورقة كبيرة باستعمال قلم لباد، ليتم عرضها على جدار السبورة وقراءتها وتحليلها بمعية التلاميذ، وإقرار ما ينبغي إقراره وتصويب ما يتطلب ذلك.

إنّ دراسة العكس الذي عادة ما يهملها التلاميذ تبرز جلية في مرحلة تحرير البرهان، عندما يتأكد للتلاميذ أنّ تمّ إثباته هو أن مجموعة النقط H هي جزء من الدائرة التي قطرها [AD]، وأنّه لإثبات أنّ هذه المجموعة هي القوس $\overset{\frown}{AO}$ ينبغي لإضافة شيء آخر.

الحصة الثانية

وتتم على مرحلتين هي: مرحلة عمل خارج حجرة الدراسة، مرحلة عرض حال ما قدّم.

مرحلة العمل خارج القسم

وفيها يُطلب من التلاميذ مواصلة البحث جماعيا في الجزء(د) من المسألة، وتحرير حل له على ورقة كبيرة.

يعلم التلاميذ مسبقا على أنّه ستخصص فترة لعرض الأعمال المنجزة، حيث تعلّق هذه الأعمال ويتولى أحد عناصر الفوج الذي يعيّن عشوائيا من قبل الأستاذ (حتى نضمن المشاركة الفعلية لجميع عناصر الفوج) شرح الحلّ وتسيير النقاش.

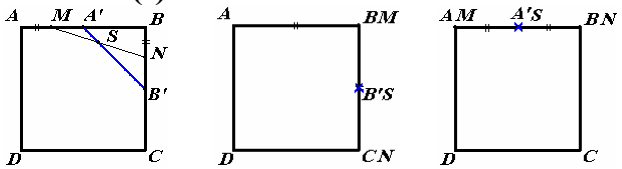
مرحلة عرض حال العمل المنجز خارج القسم

بعد التذكير بنص المسألة، تعرض الأعمال المقدمة على جدار السبورة، ويطلب من أحد عناصر الفوج تقديم معلّقته، ويحرص الأستاذ خلال هذه الفترة على تسيير النقاش بين التلاميذ، للشرح والتوضيح والإقرار والتصويب ... إلخ.

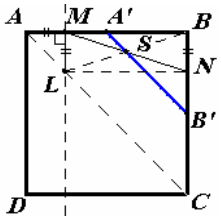
ملاحظة

يمكن الاحتفاظ بالأعمال التي هي في المستوى المطلوب معلقة داخل حجرة الدراسة، والمؤكد أن التلاميذ سيعودون إليها من حين إلى آخر، وقد يُدعى زملاء لهم من أقسام أخرى للإطلاع عليها.

صعوبات قد تعترض التلاميذ أثناء البحث عن حل للجزء(د):



بعد التحقق من أن مجموعة النقط S ليست خالية، فهي تشمل النقطة 'A منتصف [AB] عندما تنطبق النقطة M على النقطة A، وكذلك تشمل النقطة 'B منتصف [BC] عندما تنطبق النقطة M على النقطة B، ما يساعد التلاميذ على التخمين الآتي: "عندما M تمسح [AB] فإنّ مجموعة النقط S منتصف [MN] هي ['A'B]" . ولكن لإثبات هذا المخمنة تظهر صعوبة إيجاد الخاصة المناسبة التي تحققها النقطة S. ينبغي عندئذ شد انتباه التلاميذ إلى محاولة إثبات أنّ للمستقيم (A'S) منحى ثابت من أجل أيه نقطة M من [AB]، كأن نعمل على إثبات أنّ (A'S)//(AC)



يلاحظ التلاميذ من الشكل وبتوظيف خاصة مستقيم المنتصفين أن (A'B')//(AC) فتظهر لهم (A'S)//(AC) بسهولة، ولكن التحقق من صحتها ليس بالضرورة كذلك بالنسبة إليهم. يمكن إرشادهم إلى استعمال نفس الخاصة في مثلث (يطلب تعينه) تكون النقطتان 'A ، S منتصفي ضلعين فيه.

عادة ما يقتصر التلاميذ على الشكل القاعدي الذي تمّ رسمه باستعمال معطيات المسألة، ولا يبادروا بإضافات تساعدهم على إثبات تخميناتهم، وهذه كفاءة عالية المستوى ينبغي العمل على جعلهم يكتسبونها ويطورونها.

يمكن توجيه التلاميذ إلى البحث عن الخاصة التي تحققها النقطة S بالنسبة إلى [BL] حيث L نقطة تقاطع العمودي على (AB) الذي يشمل النقطة M مع (AC).

ملاحظة :

تجدر الإشارة إلى أنّه في مثل هذه التمارين يمكن استغلال برمجيات الهندسة الديناميكية لما تقدّمه هذه البرمجيات من إمكانيات تساعد على التجريب والملاحظة والتخمين والاستكشاف، وتمهّد للإثبات وإقامة الدليل.

من الباب التاسع: الحساب الشّعاعي والهندسة التّحليلية

التمرين 47 من الصفحة 270

نص التمرين:

A و B نقطتان متمايزتان. الهدف من التّمرين هو إنشاء النّقطة M المحققة للعلاقة $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ في حالة $\alpha=2$ و $\beta=3$.
أ) بيّن أنّه إذا كان $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ فإنّ $\overrightarrow{MA}$ و $\overrightarrow{MB}$ مرتبطان خطيا.
ب) هل للشعاعين $\overrightarrow{MA}$ و $\overrightarrow{MB}$ نفس الاتجاه ؟ وهل لهما نفس الطويلة ؟
جـ) عبّر عن $\overrightarrow{AM}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ ، ثمّ أنشئ النّقطة M .

تعليق حول نص التمرين

يُلاحظ أنّ نص التمرين مبني على إنشاء النّقطة M المحققة للعلاقة $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ ولكن في حالة خاصة هي من أجل $\alpha=2$ و $\beta=3$ ، وطرح المسألة بهذه الصيغة له أهداف عدّة، من بينها تدريب التلاميذ تدريجيا على العمل في حالات عامة. كما أنّ الأسئلة المرحلية التي تمهد إلى إنشاء النّقطة M هي لتدريب التلاميذ على كيفية لجمع المعلومات اللاّزمة والكافية حول النقطة M وإنشائها.

مبرّرات اختيار التمرين

جاء في المنهاج في عمود توجيهات وتعاليق وأنشطة، فيما يتعلّق بضرب شعاع بعدد حقيقي، أنّه يمكن اقتراح أنشطة من النوع: "إنشاء النقطة التي تقسم قطعة مستقيم وفق نسبة معطاة". وفي ضوء هذه التوجيهة يمكن تناول هذا التمرين وكذا التمرين 48.

الأهداف

إن تناول هذا النوع من التمارين مع التلاميذ يهدف إلى تدريبهم على:
- البحث عن نقطة (أو نقط) انطلاقا من علاقة شعاعية (حل معادلة شعاعية).
- استعمال الأشعة كوسيلة لتعليم النقطة التي تقسم قطعة مستقيم وفق نسبة معطاة، وإنشائها.

فترة اقتراح التمرين

يمكن اقتراح هذا التمرين عند تقديم عنصر الارتباط الخطي لشعاعين والمبرهنتين المتعلقتين بالتوازي والاستقامية، وذلك بعد مناقشة النشاطين 3 و 4 من الفقرة طرائق وتمارين محلولة.

الحجم الساعي: ساعة واحدة.

توجيهات بيداغوجية

يمكن تسيير الحصة في مرحلتين هما: مرحلة البحث، مرحلة العرض والحوصلة.

مرحلة البحث

يُطلب من التلاميذ في البداية قراءة وتحليل نص المسألة فرديا خلال مدة من 5 إلى 10 دقائق، حتى يُكوّن كلّ منهم فكرة شخصية حولها، ثمّ يتواصل العمل ضمن أفواج مؤلفة من 2 إلى 4 تلاميذ حتى ينهي جل الأفواج محاولاتهم.

في هذه الفترة يحرص الأستاذ على تنشيط البحث ضمن الأفواج بحسن تكفله بالأسئلة التي قد تطرح مع الحرص على عدم الإجابة عنها أو الإيحاء بطريقة ما، كما يمكنه طرح أسئلة لإثارة النقاش داخل الفوج.

عادة ما يشرع التلاميذ في الإجابة عن الأسئلة الفرعية (أ) ، (ب) ثمّ (ج) دون تصوّر إجمالي للمسألة، ما قد يجعل أعمالهم – وإن كانت صحيحة – أقرب إلى الآلية وردود الأفعال منه إلى التخطيط وبناء حلّ للمسألة المفروضة، وقد يعجزون في نهايتها عن الحوصلة واستخلاص المطلوب، وعليه يمكن أن نطلب من التلاميذ صياغة جديدة للمشكلة المطروحة، أو تلخيص العمل المنتظر إنجازه ... وعندها فقط تظهر لهم على سبيل المثال:

- أهمية استخلاص إستقامية النّقط A و B و M من الجزء (أ).
- ضرورة تحديد موضع النقطة M بالنسبة إلى النقطتين A و B ، والنسبة بين الطولين MA و MB.

هام جدا: خلال هذه الفترة وأثناء مروره بين الأفواج يسجل الأستاذ الأخطاء المرتكبة وأصحابها ليبدأ باستدعائهم إلى السبورة أثناء مرحلة العمل الجماعي.

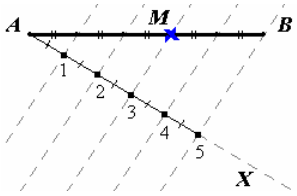
مرحلة العرض والحوصلة

تعطى الأولوية لتلاميذ من الأفواج التي لاحظ الأستاذ أنها ارتكبت أخطاء لعرض محاولاتهم، وتصويب الأخطاء المرتكبة جماعيا.

تعرض طرائق الحلّ عنصرا عنصرا، وتثبت العوامل المشتركة بينها، وبمشاركة جميع تلاميذ القسم تحسن حتى تأخذ أنسب شكل لها.

يحرص الأستاذ خلال هذه المرحلة على تنشيط الحوار بين التلاميذ، وتوجيههم إلى ما يلزم تدوينه على السبورة لتحرير الحلّ المتفق عليه.

قد يغفل التلاميذ في الأخير عن استخدام ما تعلّموه في نظرية طاليس حول تقسيم قطعة مستقيم إلى عدد من القطع المتجاورة والمتقايسة، فيلفت الأستاذ انتباههم إلى ذلك، ومنه يتم إنشاء النقطة M.



6-

تقديم كتاب الأستاذ

عناصر التقديم

تمّ في هذا الكتاب تقديم كل باب من أبواب كتاب التلميذ عبر العناصر التالية:

- ☑ **مقدمة** تشرح طبيعة موضوع الباب ومكانته ضمن مواضيع البرنامج وتحدّد الرؤية إليه من حيث تناوله لمفاهيم سابقة بالنسبة للتلميذ أو تناوله لمفهوم جديد، فتؤكد ذلك وتبرز أهميّة هذا المفهوم، وتشير أيضا إلى إدراج أدوات عمل جديدة تساعد على التعلّم كما هو الحال بالنسبة إلى الحاسبة العلمية أو البيانية. و تقترح في أغلب الأحيان خطوطا عريضة لكيفية استغلال مكتسبات التلميذ ولكيفية تناول مفهوم جديد أو استغلال تكنولوجيات الإعلام والاتصال.
- ☑ **تذكير** سرد الكفاءات المستهدفة في هذا الباب كما جاءت في البرنامج
- ☑ **هيكلة الباب** وهي فقرة تتناول بالتفصيل كل مقطع من مقاطع الباب الواحد وتنتهي بجدول استخلاصي تحت عنوان "ترابط لمقاطع" يصف الترابط الموجود بين ثلاثة مقاطع على الأقل في الباب الواحد هي: الأنشطة، الدّرس، طرائق وتمارين محلولة. نهدف من خلال هذا الجدول إلى مساعدة الأستاذ في وضع ترتيب لتناول مختلف مضامين المقاطع التي يتشكل منها كل باب، وذلك عند التحضير لأي نشاط سينجزه مع تلاميذه.
- ☑ فقرة حُلّت فيها بالتفصيل بعض التمارين المختارة من سلسلة التمارين و المسائل في بعض الأبواب من كتاب التلميذ وقد تمّ اقتراح طريقة لتسييرها كنشاط في القسم.

كيف يستعمل الأستاذ كتاب التلميذ؟

إنّ الهيكلة "التقنية" التي يتمتع بها هذا الكتاب تجعل من التساؤل حول كيفية استغلاله أمرا حيويا خاصة في ظل برنامج جديد و تناول جديد لكثير من المفاهيم الرياضياتية. ولاشك أنّ بعض النصوص الواردة في كل من البرنامج والوثيقة المرافقة له قد أعطيا جزءا من الإجابة على هذا السؤال حينما تطرقا إلى الممارسات في القسم، كما أنّ تناول كل باب على حدة وبالتفصيل في هذا الكتاب هو أيضا عنصر من عناصر الإجابة المنتظرة.

غير أنّنا نضيف إلى ذلك بعض الأفكار العملية التي نبدؤها بإعادة صياغة السؤال السابق على شكل سلسلة من الأسئلة الجزئية كما يلي:
كيف يتم تناول مقاطع كل باب؟ هل نبدأ بمقطع الأنشطة أم بمقطع الدّرس؟
هل يتم تناول هذه المقاطع بشكل خطي؟ أم لا؟
كيف يتم تناول المقطع الواحد في كل باب؟
للإجابة عن هذه الأسئلة وأمثالها نذكر أوّلا بأنّ الاختيارات التي يقوم عليها برنامج السنة الأولى جذع مشترك علوم تكنولوجيا، خصوصا المقاربة بالكفاءات والطريقة البنائية اقترحت علينا هذه الهيكلة "التقنية" لكتاب التلميذ والتي نحسب أنّها تساعد على أجرأة مختلف الأفكار النظرية الواردة في البرنامج، وهذا عبر ممارسات فعلية للثنائية تعليم/تعلّم. ومن هذه الأفكار التي جاءت في البرنامج: أنّ تعلّم مفهوم رياضياتي لا يبدأ بالتعريف فالمثال ثمّ النظرية ...إلخ. بل ينطلق من معالجة أنشطة تقرّب المفهوم الرياضياتي المستهدف من جوانب مختلفة، يوظف فيها التلميذ مكتسباته ليدرك بعد حين أنّ هذه الأخيرة غير كافية لحل المشكل المطروح أمامه، وهنا يدرك ضرورة وأهمية البحث عن مفهوم جديد ويكون على استعداد لتعلّمه. ومن هنا يتضح لنا أنّ تناول مقطع الأنشطة في بداية معالجة أي باب تبدوا ضرورية مع التوضيح على أنّ هذا التناول لا يكون خطيا بحيث لا ننتقل إلى مقطع الدّرس إلاّ بعدما ننتهي من مقطع الأنشطة. بل كل نشاط (في بعض الأحيان أكثر من نشاط) وضع لخدمة فقرة من مقطع الدّرس، وبالتالي نقترح أن يتم التطرق إلى هذه الفقرة مباشرة بعد الانتهاء من معالجة هذا النشاط باعتبارها امتدادا له. ومن ثمّ يمكن للأستاذ أن يتنقل بالتلميذ إلى مقطع "طرائق وتمارين محلولة" لينتقني النشاط المناسب لما قدّمه لحدّ الآن. ثمّ يختار نشاطا- إن كان ذلك ممكنا - من مقطع"استعمال تكنولوجيات الإعلام الاتصال".إنّ إتباع هذا التسلسل في الانتقال من مقطع إلى آخر يعتبر ضروري في لبناء التعلّمات وفقا لممارسات جديدة تتطلّب وقتا أطول يصرفه التلميذ في البحث (أي ممارسة فعلية للرياضيات).
يمكن للأستاذ أن يختار من مقطع "تمارين ومسائل" بعض الأسئلة ليطلب من التلميذ حلّها في البيت أو في القسم مباشرة بعد تناول فقرة معيّنة من الدّرس أو بعد تناول بعض الأسئلة الواردة في مقطع "طرائق وتمارين

محلولة" خاصة وأنّ سلسلة التمارين والمسائل مرتبة بشكل يتوافق مع العناوين الجانبية للدّرس.
أمّا فيما يخص مقطع "حلّ مسألة إدماجية" فإنّ تناوله لا يتمّ إلاّ بعد الانتهاء من تناول ثلاثة مقاطع على الأقل لكل باب وهي: الأنشطة، الدّرس، طرائق وتمارين محلولة، وفي بعض الأحيان نحتاج إلى الانتهاء من تناول المقطع الخاص "بتعلّم البرهنة". هذا المقطع الذي تترك مبادرة ترتيب إدراجه للأستاذ حسب ظروف تقدّمه في الإنجاز مع تلاميذه وحسب تقديره لضرورة معالجته كنشاط رياضياتي في فترة ما من التعلّم. ونشير هنا إلى أنّ ممارسة تعلّم البرهنة لا يمكن أن تكون بمناسبة التطرق إلى هذا المقطع فقط، بل يجب أن تستمر وتتطوّر على امتداد السنة الدراسية. وما الأنشطة الواردة في هذا المقطع سوى أمثلة نهدف من ورائها إإلى خدمة البرهان والتحرير الرياضياتي بإعطاء حلّ نطمح إلى أن يستفيد منه التلميذ للفهم بعض مفاهيم المنطق، وكنموذج يساعده على بناء برهانه بأدواته اللغوية والعقلية الخاصة ومن ثمّ بأدوات المنطق الرياضياتي. والمطلوب من الأستاذ في هذه الحال أن يتدبر الأمر ببناء أنشطة أو اختيارها من مقطع التمارين والمسائل لخدمة هذه الكفاءات.
خلاصة الإجابة على التساؤلات السابقة هي، لا تناول خطي للمقاطع لكنه تناول حلزوني يأخذ أكثر من حصة. المقاطع (الأنشطة ـ الدّرس ـ طرائق وتمارين محلولة ـ استعمال تكنولوجيات الإعلام والاتصال) تعالج مترافقة مع بعضها. أنشطة مقطع "تعلّم البرهنة" هي نماذج يبني الأستاذ أمثال لها ولا يكتفي بها، يعالج بها مفاهيم المنطق دون تعمق في التجريد.مقطع "تمارين ومسائل" يستغل في تقويم التعلّمات و/أو تدعيمها. أنشطة مقطع "حلّ مسألة إدماجية" هي أيضا نموذج يساعد الأستاذ على بناء مثله.

عرض تفاصيل الأبواب

1. الأعداد والحساب

تعتبر التعلّمات المتعلقة بميدان الأعداد والحساب مناسبة ليتوقف التلميذ على مكتسابته في المرحلة المتوسطة ويتوسع فيها. لا يكون تدريس هذا الموضوع في شكل مراجعة وإعادة لمعارف التلميذ القبلية في هذا الميدان، بل يكون بالتعمّق في المجوعات المختلفة للأعداد وبالتأكيد على العلاقة الموجودة بينها. كما يتم إدخال الحاسبة العلمية و/أو البيانية ليستعملها التلميذ بشكل معقول وفعّال ويتعرّف على بعض حدودها دون إنتقاص من أهمية الحساب غير الأداتي الذي ينبغي أن يتحكّم التلميذ فيه في هذا المستوى. كما يعمل هذا الأخير على استعمال الكتابة العلمية وتقدير النتائج بما يسمح له بمراقبة الحسابات التي يجريها سواء باليد أو بالحاسبة.

- **الكفاءات المستهدفة**
  - التمييز بين مختلف أنواع الأعداد.
  - التحكم في الحساب على الكسور وعلى الجذور التربيعية والقوى الصحيحة.
  - تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية و استعماله.
  - التعرف على أولية عدد طبيعي.
  - تحويل من و إلى الكتابة العشرية، الكتابة العلمية، الكتابة باستعمال القوى الصحيحة للعدد 10.
  - تدوير عدد عشري إلى 10^{-n}، $n \in \mathbf{N}$
  - تحديد رتبة مقدار عدد.
  - التمييز بين عدد وإحدى قيمه المقربة.
  - استخدام الحاسبة العلمية لتنظيم وإجراء حساب.
- **هيكلة الباب**
  - **الأنشطة**

رقم النشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	التمييز بين مختلف أنواع الأعداد.	الأعداد المقترحة مكتوبة على أشكال مختلفة (حواصل قسمة، جداءات، قوى، جذور تربيعية،...). لتصنيفها، يستعمل التلميذ مكتسباته في ميدان الأعداد ويكتشف العلاقة بين مختلف المجموعات العددية كما يستعمل الترميز الخاص بنظرية المجموعات. نشير إلى تصحيح التسمية المتداولة والمتعلقة بالمجموعة Z، فنقول مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.
2	إنشاء أعداد.	نقبل بأنّ مجموعة الأعداد الحقيقية هي مجموعة

3		فواصل نقط مستقيم مزوّد بمعلم. يتعلق الأمر في النشاطين1، 2 بإنشاء أعداد ناطقة وأعداد صماء وهي مناسبة ليجنّد التلميذ بعض الأدوات الرياضية المكتسبة في المرحلة المتوسطة مثل مبرهنتي طالس وفيثاغورس. من الضروري أن يدرك التلميذ بوجود أعداد حقيقية غير قابلة للإنشاء.
4	التمييز بين الحساب المضبوط والحساب التقريبي.	الهدف من النشاط هو جعل التلميذ يدرك الفرق بين الحساب المضبوط والحساب التقريبي وضرورة استعمال الحساب المضبوط في البرهان. للبرهان إن كان المستقيمان (AB)، (DC) متوازيين، نستعمل المبرهنة العكسية لطالس فنقارن القمتين المضبوطتين للنسبتين $\frac{OA}{OD}$ ، $\frac{OB}{OC}$ ونجدهما مختلفتين ونستنتج أنّ المستقيمين غير متوازيين.
5	تمييز العدد الناطق العشري.	يتعلّق الأمر بالخاصية المميّزة للعدد الناطق. يتمّ تقديم هذه المبرهنة بعد التطرّق إلى التحليل إلى عوامل أوليّة.
6	تعيين قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 100.	لانجاز هذا النشاط، يعطي في البداية تعريف العدد الأولي. ولتعيين قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 100، نعتمد غربال اراطوستان. تعطى هذه التسمية للطريقة التي تسمح بتعيين كلّ الأعداد الأولية الأصغر من عدد طبيعي مفروض n أو المساوية له. وتتمثل في كتابة قائمة الأعداد من 1 إلى n ثمّ الشطب المتوالي لمضاعفات 2 (باستثناء 2)، 3 (باستثناء 3)،...

- **الدّرس**

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

1. المجموعات الأساسية للأعداد
2. القوى الصحيحة
3. الجذور التربيعية
4. القيمة المضبوطة والقيم التقريبية

5. الأعداد والحاسبة
6. الأعداد الأولية

تعتبر أغلبية هذه العناصر من المكتسبات القبلية للتلميذ في المرحلة السابقة، لكن ذلك لا يعني أنّ الموضوع يُقدم في شكل مراجعة.

تكون البداية بالتذكير بالمجموعات العددية الأساسية والعلاقة الموجودة بينها من خلال حلّ الأنشطة التحضيرية المرتبطة بها. نشير هنا إلى ضرورة استعمال التعابير والترميز الخاص بالمجموعات (الانتماء، الاحتواء، ...) والتي اكتسبها التلميذ في المرحلة السابقة قصد التدقيق والتعبير عن هذه العلاقات.

إنّ معظم العناصر المتعلقة بالحساب المضبوط والحساب التقريبي واستعمال الحاسبة جديدة بالنسبة إلى التلاميذ حيث أنّ برامج الرياضيات للطور الثالث من التعليم الأساسي لا تتكفّل بهذه الجوانب، ينبغي إذن أن يدرك الأستاذ أهمية هذا الموضوع سواء بالنسبة إلى المادة أو المواد الأخرى ويجعل التلاميذ يميّزون الحساب المضبوط والحساب التقريبي. في مرحلة أولى ولتقريب نتيجة حساب، نعتبر مدوّر عدد 10^{-p} ونستعمل الكتابة العلمية ورتب مقدار لتقدير نتيجة حساب.

من المستجدات التي أتى بها البرنامج الجديد، استعمال الحاسبة العلمية أو البيانية. لم يعد الأمر اليوم في التساؤل عن جدوى إدخال هذه الأداة، بل ينبغي التفكير في كيفية استعمالها بوجاهة وذلك باقتراح أنشطة خاصة بتوظيفها والوعي بحدودها.

بالنسبة إلى الأعداد الأولية، نقبل بالمبرهنة المتعلقة بالتحليل إلى عوامل أولية. في مرحلة انتقالية، يدعّم هذا الجزء بخوارزميات حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين أو لعدة أعداد طبيعية.

- **طرائق وتمارين محلولة**

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	الأعداد الناطقة	الانتقال من الكتابة العشرية لعدد ناطق إلى كتابته الكسرية.	يتميّز العدد الناطق بكتابة عشرية تتضمّن دورا. للحصول على الكتابة الكسرية لعدد ناطق انطلاقا من الكتابة العشرية الدورية له، نبدأ بكتابة العدد كمجموع جزأيه الصحيح والعشري ونفرض x الجزء العشري. بالضرب في 10^n حيث n عدد أرقام الدور، نحصل على معادلة ذات المجهول x . نحلّ المعادلة ونعوّض x في المجموع ونجد الكتابة الكسرية المطلوبة.
2	الأعداد الأولية	إختبار أولية عدد طبيعي	ترتكز الطريقة المتعلقة باختبار أولية عدد طبيعي على الاستلزام العكسي للاستلزام:

3		تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية.	(n ليس أوليا) يستلزم (يوجد p أولي)(p يقسم n و $p^2 \leq n$)
4		استعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية.	تخصّ الأنشطة الأخرى الاستعمالات المختلفة لتحليل عدد إلى عوامل أولية.
5	الأعداد العشرية	معرفة إن كان عدد ناطق عشريا.	يتعلّق الأمر بالمبرهنة الآتية: يكون عدد ناطق عشريا إذا وفقط إذا كان تحليله إلى جداء عوامل أولية لا يشمل إلا قوى 2 أو 5.
6	رتب مقدار	استعمال رتب مقدار لمراقبة نتيجة حساب.	الغرض من هذا النشاط هو تعويد التلميذ عل مراقبة معقولية الحسابات التي يجريها بالحاسبة باستعمال رتب مقدار.

- **تعلّم البرهنة**

تخصّ الوثيقة الأولى لتعلّم البرهنة طرائق البرهان على صحّة مساواة:

- ننطلق من أحد طرفي المساواة المعطاة ونحوّل كتابته ضمن عدد معيّن من المراحل المتتابعة لنفضي إلى الطرف الآخر.
- نحوّل كتابتي طرفي المساواة المعطاة لنفضي إلى نفس العبارة.
- نبرهن أنّ فرق طرفي المساواة المعطاة معدوم.

- **استعمال التكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال**

يقترح في هذا الجزء نشاطان، يتعلق الأوّل باستعمال الحاسبة التي تعدّ أداة قوية للحساب العددي. فهي تسمح، بالإضافة إلى تجنيب التلميذ إجراء حسابات طويلة ومملّة ، بالتحقق من نتيجة أو التجريب قصد وضع تخمينات. إلا أنّ استعمالها بوجاهة يتطلب أحيانا الحيطة والوعي بحدودها.

قبل الشروع في حلّ التمارين المقترحة في هذا الجزء، يكتشف التلميذ الحاسبة ويتعرّف على مختلف اللمسات والوظائف.

التمرين الأوّل:

الهدف منه هو تنظيم حساب باستعمال حاسبة ولتحقيق ذلك نجعل التلميذ يكتب الحسابات الموافقة لبرامج معطاة والعكس.

عند معالجة التمرين، يذكّر بأولوية العمليات.

التمرين الثاني:

عند حجز العدد $\frac{11}{13}$، تظهر الحاسبة قيمة مقربة له. الهدف من التمرين هو استرجاع الأرقام العشرية المخزنة في ذاكرة الحاسبة.

التمرين الثالث:
الهدف من التمرين في أجزائه الثلاثة هو جعل التلميذ يعي بحدود الحاسبة. فهي في بعض الحالات تعطي نتائج خاطئة يمكن تفسيرها بقدرة استظهارها (التي تتغير من آلة إلى أخرى) وبكونها تظهر قيما تقريبية لبعض الأعداد المحجوزة.
ويتعلق النشاط الثاني بحساب القاسم المشترك الأكبر لعددين باستعمال مجدول أو حاسبة بيانية.

- **معالجة وضعية إدماجية**

يقترح النشاط وضعية لاستعمال مختلف أنواع الأعداد ، بالخصوص الجذور والقوى، فى سياق هندسي.

- **ترابط لمقاطع من الباب**

الدرس	الأنشطة	رقم النشاط في مقطع الطرائق والتمارين المحلولة
1. المجموعات الأساسية للأعداد 2. القوى الصحيحة 3. الجذور التربيعية	1،2، 3	- الانتقال من الكتابة العشرية لعدد ناطق إلى كتابته الكسرية.
4. القيمة المضبوطة والقيم التقريبية 5. الأعداد والحاسبة	4	- استعمال رتبة مقدار عدد للتحقق من نتيجة
6. الأعداد الأولية	5، 6	- اختبارأولية عدد طبيعي - تحليل عدد إلى عوامل أولية - استعمال التحليل إلى عوامل أولية - معرفة إن كان عدد ناطق عشريا

2. الترتيب، المجالات، القيمة المطلقة

الغرض من هذا الدرس هو تناول المفاهيم المرتبطة بالترتيب، حيث يشكّل تمثيل الأعداد الحقيقية بنقاط على المستقيم العددي سندا أساسيا لكلّ هذه التعلّمات. يسمح ذلك للتلاميذ بتصور هذه المجموعة ويعطي معنى للعمل على المتباينات ويجنبهم الإفراط في التجريد.
وتتمثل الأهداف في:
- تدقيق القواعد المتعلقة بالعمليات والمتباينات.
- العمل على الانتقال بين المتباينات والمسافات والانتماء إلى مجالات.
- استخلاص طرائق لمقارنة عددين أو ترتيب عدة أعداد و طرائق لحصر عدد حقيقي.

- **الكفاءات المستهدفة**

- إختيار معيار لمقارنة عددين.
- إيجاد حصر لعدد حقيقي.
- حصر عبارة جبرية.
- حصر عبارة تتضمن مقلوبا.
- حصر مجموع وجداء عددين حقيقيين.
- كتابة عبارة تشتمل رمز القيمة المطلقة على شكل عبارة مكافئة لها بدون رمز القيمة المطلقة.
- التعبير عن جزء متصل من $\mathbb{R}$ بإحدى الصيغ الأربعة: بمجال أو بحصر أو بمسافة أو باستعمال القيمة المطلقة.

- **هيكلة الباب**
  - **الأنشطة**

رقم النشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	مقارنة وترتيب أعداد	يتعلق الأمر في النشاط الأول بمقارنة وترتيب أعداد، دون الاستعانة بحاسبة، في سياق هندسي. تتمثل هذه الأعداد في محيطات ومساحات أشكال مألوفة. في النشاط الثاني، نجعل التلميذ يكتشف بعض خواص المتباينات وقواعد المقارنة.
2		
3	حصر عدد حقيقي	نتحقق في البداية من أنّ ارتفاع الماء y في

		الحوض هو $y=\frac{6V}{ab}$. وانطلاقا من حصر الأعداد a وb وV وحصر الجداء $a\times b$، نعيّن حصرا للعدد y .
4	المسافة	الغرض من هذا النشاط هو الوقوف عند مكتسبات التلميذ للمرحلة المتوسطة فيما يتعلق بمفهوم المسافة قصد استعماله في ادخال مفهوم القيمة المطلقة.

- **الدرس**

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

1. الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية.
2. الترتيب والعمليات.
3. قواعد المقارنة.
4. المجالات.
5. القيمة المطلقة والمسافة.
6. القيم المقربة لعدد حقيقي.

- **طرائق وتمارين محلولة**

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	الترتيب في $\mathbb{R}$	مقارنة عددين.	يتعلق الأمر في النشاط المقترح باستخراج طرائق لمقارنة عددين تبعا لاختيار طبيعة العددين المطلوب مقارنتهما (أعداد عشرية، كسور، أعداد تتضمن جذورا، قوى،...).
2	القيم المقربة لعدد حقيقي	إيجاد حصر لعدد.	لإيجاد حصر لمجموع أو فرق،...، تستغل المبرهنات المتعلقة بالترتيب والعمليات وكذا قواعد المقارنة.
3	القيمة المطلقة	حلّ معادلات أو متراجحات تتضمن رمز القيمة المطلقة.	لحلّ معادلة أو متراجحة تتضمن قيما مطلقة، نكتب المعادلة أو المتراجحة بالتعبيرعن القيم المطلقة بعبارات المسافة على المستقيم العددي ونترجم المساويات أو المتباينات بعبارات المسافة بين نقطتين.

- **تعلّم البرهنة**

يُقترح في الوثيقة الثانية لتعلّم البرهنة نشاطان:

- يتعلق الأوّل بالاستلزام، حيث تقدم نماذج لأمثلة من مجالات مختلفة في القالب: إذا كان...، فإنّ....نجعل التلميذ يميّز الفرضية والنتيجة في كلّ منها.

وهكذا يكون المطلوب في التمرين الأوّل، هو التعرّف على الفرضية والنتيجة في النصوص المقترحة ثمّ كتابة هده النصوص في الصيغة إذا كان...، فإنّ.... وفي التمرين الثانية، تبيان إن كانت النصوص المقترحة صحيحة أم خاطئة.

- يتعلق الثاني بالتكافؤ، حيث نجعل التلميذ يكتشف من خلال أمثلة أنّ القول P وQ متكافئان يعني P يستلزم Q وQ يستلزم P. ويتعرّف التلميذ على الصيغ الأخرى للتكافؤ، مثل " P إذا وفقط إذا Q".

في إعادة الاستثمار، يكتشف التلميذ أنّ "M منتصف $[AB]$" يعني " $M \in (AB)$ و $AM = MB$ ".

وأنّ " $AM = \frac{1}{2}AB$ " شرط غير كاف حتى يكون "M منتصف $[AB]$".

- **استعمال التكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال**

الغرض من النشاط هو تقريب جذر تربيعي بطريقة هيرون Héron والتحقق منها باستعمال الوسائل الجديدة مثل الحاسبة أو المجدول.

في الترجمة الهندسية لهذه الطريقة، إنّ الغرض من استعمال الوسط الحسابي للبعدين L وℓ والحفاظ على نفس المساحة هو تقليص الفرق بين طول وعرض المستطيل والاقتراب، بتكرار ذلك عدة مرّات، من شكل مربع مساحته تساوي $30\ cm^2$ وبالتالي يكون ضلع هذا المربع هي قيمة مقربة للعدد $\sqrt{30}$ بالدقة المفروضة.

بالتحقق بحاسبة نجد:

المستطيل رقم	L (كسر)	ℓ (كسر)	L (مدور إلى 10^{-6})	ℓ (مدور إلى 10^{-6})
1	15	2	15,000 000	2,000 000
2	$8,5$	$\frac{30}{8,5}$	$8,5$	$3,529412$
3	$\frac{102,3}{17}$	$\frac{510}{102,3}$	$6,017647$	$4,985337$
...	...	...	...	...

وباستعمال مجدول اكسال (Exel) مثلا، نستطيع أن نجري العمليات السابقة بسرعة وذلك بحجر الدستور $=\frac{1}{2}(A2+B2)$ في الخلية $A3$ والدستور $=30/A3$ في الخلية $B3$ ثمّ السحب نحو الأسفل.
نجد، عند المرحلة السابعة، استقرار البعدين L و ℓ عند القيمة $5,47722557505166$ بالدقة المفروضة. وهذا ما يؤكد الملاحظة المسجلة في الترجمة الهندسية، باقتراب الشكل إلى شكل مربع.

- **معالجة وضعية إدماجية**

يتعلق الأمر في هذه الوضعية بطريقة تعتمد التكرار لتحسين حصر العدد $\sqrt{2}$. فمن أجل كلّ قيمة مقربة a للعدد $\sqrt{2}$، يمكن أن نعطي قيمة مقربة له تكون أفضل من التقريب الأول هي الوسط الحسابي $\frac{1}{2}\left(a+\frac{2}{a}\right)$.

- **ترابط لمقاطع من الباب**

الدّرس	الأنشطة	رقم النشاط في مقطع الطرائق والتمارين المحلولة
1.الترتيب في $\mathbb{R}$ 2. الترتيب والعمليات. 3.قواعد المقارنة.	1 2 3	مقارنة عددين حقيقيين.
4. المجالات. 5.القيمة المطلقة والمسافة. 6.القيم المقربة لعدد حقيقي.	4	- إيجاد حصر لعدد حقيقي. - حلّ معادلات أو متراجحات تتضمن رمز القيمة المطلقة.

3. عموميات على الدوال

يتمثل الرهان في هذا الباب في إدخال مفهوم الدالة. سبق أن قدمت للتلميذ مقاربة لهذا المفهوم الصعب في المرحلة المتوسطة في الحالة الخاصة للدوال الخطية والتآلفية. كما سبق إدخال الكتابة $x \mapsto ax$ لبعض القيم الخاصة للعدد a وارتباطا بموضوع التناسبية. ونفس الشيء بالنسبة للكتابة $f(x)$ حيث تم إدخالها من أجل بعض قيم المتغيّر وتعرض التلميذ بذلك لوضع آخر للقوسين والذي يختلف عن الوضع المعتاد والمتعلق بالضرب.

الهدف من هذا الباب هو جعل التلميذ قادرا على التعرّف في وضعية معطاة على علاقة بين مقدارين وترجمة هذه العلاقة بدالة. كما يتعلق الأمر أيضا بتدريبه على إرفاق بدالة تمثيلها البياني في معلم معيّن ووصف سلوك دالة باستعمال التعبير الرياضي المناسب.

وهكذا يكون بناء وتناول مفهوم الدالة باعتبار ثلاثة جوانب هي: الجانب الحسابي والجانب البياني والجانب الجبري. وفي هذا الإطار تدرج الحاسبة البيانية والمجدولات لأهميتها وفائدتها في تحقيق هذه الأهداف.

- **الكفاءات المستهدفة**

- تحديد دالة (متغيرها، مجموعة تعريفها، مجموعة قيمها)
- تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور.
- الربط بين دستور وجدول قيم وتمثيل بياني.
- توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور.
- وصف سلوك دالة معرفة بمنحن باستعمال التعبير الرياضي المناسب.
- استنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقا من تمثيلها البياني.
- إرفاق جدول تغيرات معطى بتمثيل بياني ممكن.
- استعمال الحاسبة البيانية لإيجاد القيم الحدية لدالة على مجال.
- التعرّف على شفعية دالة انطلاقا من تمثيلها البياني أو بالاعتماد على التعبير الجبري للخاصية.

- **هيكلة الباب**
  - **الأنشطة**

رقم النشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	ترجمة وضعية من الحياة اليومية بدالة ودراستها.	تمثل هذه الوضعية أحد الأمثلة الملموسة لدوال يمكن مصادفتها في الحياة اليومية.يكمل التمثيل البياني المعطى بتمثّيل القيم حيث ترفق بكلّ مسافة مقطوعة x ، $x \in [0;400]$ ، قيمة معينة وحيدة، هي عدد النبضات في الدقيقة ونصل بين كلّ نقطتين لنحصل على التمثيل البياني للدالة المفروضة. بعد ذلك، المطلوب هو استغلال التمثيل التمثيل البياني بقراءة وترجمة بعض الاحداثيات.
2	ترجمة وضعية هندسية بدالة ودراستها.	هذه المقاربة المرتكزة على سند هندسي من شأنها أن تسهل للتلاميذ إيجاد علاقة بين مقدارين متغيرين ($A(x), AM = x$) وترجمة الوضعية بدستور (مساحة الرباعي $AINM$)، الأمر الذي يتطلب تجنيد بعض المعارف في الهندسة. وترمي الأسئلة المطروحة إلى إرساء مفهوم الدالة بملاحظة تغيّر $A(x)$ بتغيير $AM = x$ وإدخال المجال العددي (إتمام الجدول). وعند توفر لوجسيال للهندسة الديناميكية، فإنّ استعماله سيسمح بجمع الجانبين السابقين وإضافة جانب آخر له أهميته كذلك هو الجانب البياني لهذه الدالة.

3	اكتشاف بعض خواص الدالة " ln " باستعمال حاسبة بيانية.	الهدف من هذا النشاط هو استعمال حاسبة علمية أو بيانية لاكتشاف دالة معروفة سيدرسها التلميذ مستقبلا واكتشاف مجموعة تعريفها وبعض خواصها. يتعلق الأمر بالدالة اللوغاريتم النيبيري.
4	التعرّف على شفعية دالة.	انطلاقا من التمثيل البياني لدالة في معلم متعامد، نتعرّف على شفعية الدالة بحيث يكون بيان الدالة الزوجية في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متناظرا بالنسبة إلى محور التراتيب.
5	استغلال التمثيل البياني لدالة تآلفية.	نعلم أنّ التمثيل البياني لدالة تآلفية $x \mapsto f(x) = ax + b$ في معلم هو المستقيم (D) الذي معامل توجيهه a ويشمل النقطة $B(0;b)$. وإنّ $y = ax + b$ هي المعادلة المبسطة للمستقيم (D). بعد تعليم، في معلم متعامد $(O; I , J)$ للمستوي، النقطتين $A(0 ; 32)$ و $B(100 ; 212)$ ورسم المستقيم (AB)، نعيّن، بيانيا، المقابل في سلّم درجات فاهرنهايت لكلّ من الدرجتين 37 °C، 40 °.

- **الدّرس**

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

1. مفهوم الدالة
2. التمثيل البياني لدالة
3. تغيرات دالة معرفة على مجال
4. القيم الحدية لدالة
5. شفعية دالة
6. حلّ معادلات ومتراجحات بيانيا
7. الدالة التآلفية
8. التمثيل البياني وإشارة دالة

▪ طرائق وتمارين محلولة

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	مفهوم الدالة	تعيين مجموعة تعريف دالة.	لتعيين مجموعة التعريف لكل من الدوال المقترحة، نتمعن في الدستور المعطى لكل منها ونجد نوعين من القيم الممنوعة، أي القيم التي يكون من أجلها حساب الصورة غير ممكن: - القيم التي تعدم المقام، حالة الدالة $f : x \mapsto \frac{2x+1}{x(x+1)}$. - القيم التي تجعل المقادير تحت الجذر سالبة، حالة الدالتين $g : x \mapsto \sqrt{x+1}$ ، $h : x \mapsto \sqrt{x} + \frac{1}{x}$.
2		حساب صورة أو سابقة.	• القيمة $x = -2$ هي قيمة ممنوعة بالنسبة إلى الدالة المفروضة، الحاسبة البيانية تظهر في جدول قيم هذه الدالة ومقابل هذه القيمة العبارة error التي تعني "خطأ". • لتعيين سوابق العدد 3 بالدالة f ، نحلّ المعادلة $f(x)=3$ حيث x عنصر من مجموعة تعريف الدالة. لدينا $f(x)=3$ تكافئ $\frac{x}{x+2}=3$ أي $x = 3x + 6$. نجد $x = -3$ و x عنصر من مجموعة تعريف الدالة. العدد 3 يقبل -3 كسابقة وحيدة بالدالة f .
3		استعمال التمثيل البياني لدالة.	نستعمل التمثيل البياني للدالة لقراءة صورة عنصر أو سوابق عنصر مباشرة على الرسم.

4		دراسة اتجاه تغير دالة.	عند دراسة اتجاه تغيّر الدالة نستعمل النتائج المتعلقة بالمتباينات وقواعد مقارنة عددين حقيقيين.
5	الدالة التآلفية	إيجاد الدالة التآلفية المعرفة بعددين وصورتيهما.	لإيجاد الدالة التآلفية المعرفة بعددين وصورتيهما، نحسب معامل التوجيه والترتيب إلى المبدأ أو نحلّ جملة معادلتين.
6		تمثيل دالة تآلفية.	لتمثيل دالة تآلفية، نستعمل نقطتين أو نقطة ومعامل التوجيه.

- **تعلّم البرهنة**

يتعلق الأمر في هذه الوثيقة بمعنى التكافؤ المنطقي والتمييز بين الاستلزام واستلزامه العكسي. لتجسيد ذلك، نعتبر، مثلا، الخاصية المميزة للدوال التآلفية:

تكون دالة f تآلفية، إذا وفقط إذا كانت، النسبة $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ثابتة من أجل كلّ عددين حقيقيين مختلفين x وx'.

قبل البرهان، نعيد صياغة الخاصية في شكل استلزام واستلزام عكسي:

الاستلزام: إذا كانت الدالة f تآلفية فإنّ النسبة $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ثابتة.

الاستلزام العكسي: إذا كانت f دالة من $\mathbb{R}$ في $\mathbb{R}$ حيث $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}=a$ ، فإنّ هذه الدالة تآلفية.

ونتأكد من أنّ التكافؤ المنطقي (الخاصية المميزة للدوال التآلفية) يعني تحقق الاستلزام واستلزامه العكسي في آن واحد.

في إعادة الاستثمار، تعمدنا اختيار وضعية يتحقق فيها الاستلزام ولا يتحقق الاستلزام العكسي وبالتالي يكون التكافؤ المنطقي غير صحيح.

- **استعمال التكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال**

الهدف من هذا النشاط هو التدرّب على استعمال الحاسبة البيانية لحجز دالة، تمثيلها بيانيا وحلّ معادلة بيانيا.

- **معالجة وضعية إدماجية**

الوضعية المقترحة تتطلب ترجمة بواسطة دالة، هي مناسبة ليقف التلميذ عند مكتسباته حول هذا الموضوع.

بدراسة تغيرات الدالة f المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بالشكل: $f(x)=x+\frac{900}{x}$ ،
نجد طول السلك الضروري لإحاطة الحقل هو L : $60m$.

- **ترابط لمقاطع من الباب**

الدرس	الأنشطة	طرائق وتمارين محلولة
مفهوم الدالة		- حساب صورة أو سابقة وفق دالة.
التمثيل البياني لدالة		- استعمال التمثيل البياني لدالة.
تغيرات دالة معرفة على مجال القيم الحدية لدالة		- دراسة اتجاه تغير دالة.
شفعية دالة		
حلّ معادلات أو متراجحات بيانيا		
الدالة التآلفية		- ايجاد الدالة التآلفية المعرفة بعددين وصورتيهما. - تمثيل دالة تآلفية.
التمثيل البياني وإشارة دالة		

4- الدوال المرجعية

الهدف الرئيسي من معالجة الدوال المرجعية يتلخص في استعمالها لدراسة أمثلة في الدوال و بصفة عامة لتحضير موضوع التحليل.

- **الكفاءات المستهدفة**
- تحديد اتجاه التغير و التمثيل البياني لكل من الدوال : $x \mapsto \sqrt{x}$ ، $x \mapsto \frac{1}{x}$ ، $x \mapsto x^2$
- استعمال الدوال المرجعية لمقارنة أعداد أو لحصرها.
- توظيف الدوال المرجعية لدراسة بعض الدوال الآخرى.
- استعمال الدوال المرجعية في حل المشكلات.
- معرفة تحويل الدرجة إلى الرديان و الرديان إلى الدرجة .
- تعليم نقطة على الدائرة المثلثية.
- معرفة العددان $\cos x$ و $\sin x$.
- تحديد اتجاه تغير الدالة "جيب تمام" و الدالة "جيب" على مجال معطى.
- تمثيل الدّالة "جيب تمام" و الدالة "جيب" على مجال معطى.
- **هيكلة الباب**

▪ **الأنشطة**

رقم النشاط	الأهداف	إرشادات حول الإنجاز و الحلّ
1	تحديد اتجاه التغير و التمثيل البياني لدالة مرجعية	- مجموعة تعريف الدالة ليست R لأن x عدد موجب لا يفوق طول صلع المربع. - دالة متزايدة تحافظ على الترتيب في حين دالة متناقصة تعاكس الترتيب. - جدول القيم وحده لايعيّن الدالة. - ننشئ المنحني بعناية.
2	-جيب تمام و جيب زاوية في مثلث قائم.	يجند التلميذ مكتسباته في حساب المثلثات.
3	- جيب تمام و جيب زاوية في ربع دائرة.	

4	زوايا وأقواس على الدائرة.	- تحويل من الدرجة ألى الرديان و من الرديان إلى الدرجة. - تقاس زاوية مركزية و القوس التي تحصرها بنس العدد (بالرديان).
5	ارفاق كل عدد حقيقي بنقطة من الدائرة المثلثية.	M نقطة من المستقيم (D) فاصلته x في المعلم الخطي $(I\ ;\ A)$. نقوم بلّف (D) على الدائرة المثلثية (C) و M تنطبق على نقطة m من (C) و لاحظ أن طول القوس $\overset{\frown}{\text{Im}}$ هو AM أي $\lvert x\rvert$

- **الدّرس**

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

1. الدالة « مربع".
2. الدالة " مقلوب".
3. الدالة " الجذر التربيعي ".
4. الدالة «جيب"، الدالة " جيب تمام " .

يمكن توظيف الدوال المرجعية لمقارنة أعداد $\left(x, x^2, \sqrt{x}, \frac{1}{x}\right)$ أو لإستنتاج اتجاه تغير دوال أخرى و تمثيلاتها البيانية بواسطة تحويلات النقطية (انسحابات أو تناظرات).

درس التلميذ في مرحلة المتوسطة حساب المثلثات في مثلث قائم و لقد تمت صيانة هذه المكتسبات في ميدان الهندسة. أدخل في هذه السنة مفهوم الدائرة المثلثية و الدالة $\cos$ هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\cos x$ و الدالة $\sin$ التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\sin x$ (أعطي تعريف $\cos x$ و$\sin x$ كفاصلة و ترتيب نقطة من الدائرة المثلثية) .

- **طرائق و تمارين محلولة**

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	الدّالة "مربّع"	- إيجاد حصر للعدد x^2 انطلاقا من حصر للعدد x . - حل معادلات و متراجحات	- نقرأ حصر العدد $f(x)$ على التمثيل البياني ونلاحظ

		باستعمال التمثيل البياني للدالة $f : x \to x^2$. - دراسة تغيرات الدّوال من الشّكل $f : x \to (x+a)^2 + b$	تطابق النتائج مع تلك التي تحصلنا عليها بقواعد ترتيب الأعداد. - لدراسة تغيرات الدالة: نعين مجموعة تعريفها ثم نخمن النتيجة وبعدها نبرهن المخمّنة باستعمال خواص المتباينات واتجاه تغير الدّالة المرجعية ("مربع" أو "مقلوب" حسب الوضعية).
	الدّالة " مقلوب "	- إيجاد حصر $\frac{1}{x}$ انطلاقا من حصر للعدد x . - دراسة تغيرات الدّوال من الشّكل $f : x \to a + \frac{b}{x+c}$.	
	الدّالة "الجذر التربيعي"	مقارنة x و x^2 و x^3 و $\sqrt{x}\ (x \geq 0)$	
2 3 4 5	الدالتان "جيب التمام" و"جيب"	- تحويل الرديان إلى الدرجة و الدرجة إلى الرديان . - وضع نقط على الدائرة المثلثية. - جيب تمام و جيب قيم شهيرة . - جيب تمام و جيب لقيم مستنتجة من قيم شهيرة	- x درجة يقابله $\frac{\pi \times x}{180}$ رديان . - نراعي إتجاه الحركة على الدائر(أي إشارة x) وعندما $\lvert x \rvert > 2\pi$ ، نستعمل القسمة الإقليدية لتحديد عدد الدورات. - معرفة جيب تمام و جيب لقيم شهيرة أمر ضروري

- **نرابط لمقاطع من الباب**

الدرس	الأنشطة	طرائق وتمارين محلولة	تعلم البرهنة	ت.إ.ا
1. الدالة " مربّع".	1	-إيجاد حصر للعدد x^2 انطلاقا من حصر للعدد x . - حل معادلات و متراجحات باستعمال التمثيل البياني للدالة $f : x \to x^2$. - دراسة تغيرات الدّوال	حل مسألة وجود بيانيا.	استعمال حاسبة بيانية لتخمين نتيجة.

2.الدالة " مقلوب ". 3.الدالة "الجذرالربيعي ".		من الشّكل - $f:x\to(x+a)^2+b$ إيجاد حصر $\frac{1}{x}$ انطلاقا من حصر للعدد x. - دراسة تغيرات الدّوال من الشّكل ▪ $f:x\to a+\frac{b}{x+c}$ مقارنة x و x^2 و x^3 و $\sqrt{x}$ من أجل $x\geq 0$		
4.الدالة «جيب"، الدالة " جيب تمام "	2، 3، 4، 5	- تحويل الرديان إلى الدرجة و الدرجة إلى الرديان . - وضع نقط على الدائرة المثلثية. - جيب تمام وجيب قيم شهيرة . -حيب تمام وجيب لقيم مستنتجة من قيم شهيرة.		

نماذج مختارة من سلسلة التمارين والمسائل

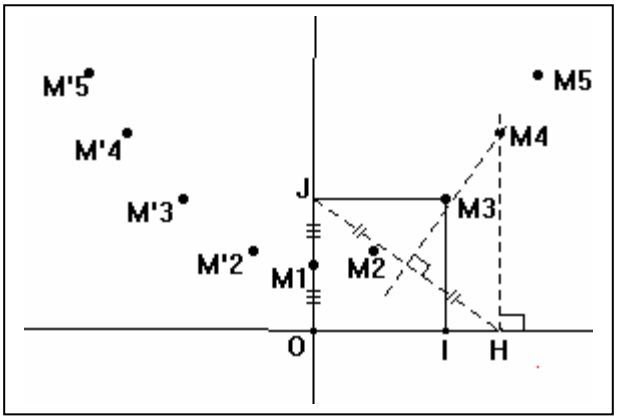
حل للتمرين 20 :

نسمي (Γ) المجموعة المطلوبة.

1) يحاول التلميذ إنشاء أوضاع مختلفة للنقطة M بهدف تخمين النتيجة.

ملاحظات:

- يمكن استعمال برمجية للهندسة الحركية لتخمين النتيجة بسرعة.



- الأوضاع M'2، M'3، M'4، M'5 للنقطة M هي نظائر النقط M2، M3، M4، M5 بالنسبة للمستقيم (OJ) .
- مجموعة النقط M المتساوية البعد عن نقطة ثابتة J و مستقيم ثابت (Δ) هو قطع مكافئبؤرته J،دليله (Δ).
- كل نقطة M من (Γ) هي تقاطع المستقية الذي يعامد (Δ) في H و محور القطعة [JH] .

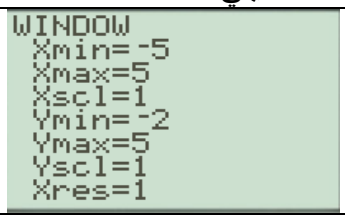
يلاحظ التلميذ أنه لا يستطيع رسم (Γ) بالمسطرة أو بالمدور،ويتذكر التمثيلات البيانية للدوال التي درسها.

2)إذا كانت M(x;y) تنتمي إلى (Γ) فإنها تنتمي إلى التمثيل البياني (C) للدالة f(x) = y ⟼ x و $f(x)=0,5x^2+0,5$ أي (Γ) محتواة في (C)....(1).
ثم نتأكد أن إذا كانت M(x;y) تنتمي إلى(C) فإنها تنتمي إلى (Γ) أي (C) محتواة في (Γ)....(2).
من (1) و (2) نستنتج أن (Γ) = (C) .
يمكن إنشاء (Γ) باستعمال الحاسبة البيانية أو بتعيين جدود تغيرات الدالة (انظر الصفحة) و جدول بعض القيم للدالةf .
ملاحظة1 : يمكن أن نجد تلاميذ يعالجون هذه الوضعية دون المرور بـ 1).
ملاحظة2 : ننشئ (Γ) باستعمال الحاسبة البيانية كالآتي:

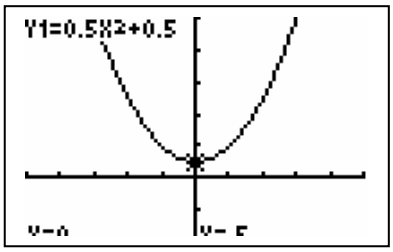
ننقر على ENTER	GRAPH	Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=.5X²+0.5 حجز	Y=

و يظهر (Γ).

يمكن ضبط هذا الشكل كما يلي:

		ننقر على

وتظهر الشاشة:



حل للتمرين40

- من بين الأخطاء التي يمكن أ يرتكبها التلميذ : " $-x$ عدد سالب ".
  يجب استغلال كل الفرص لمعالجة الأخطاء
- يجب أن يدرك كل تلميذ أن مجموعة تعريف هذه الدالة هي $\mathbb{R}^-$.
- يوظف التلميذ مكتسباته و نجد هنا فرصة لاستعمال الحاسبة البيانية أو مجدول.

أ) x_1 و x_2 عنصران من $\mathbb{R}_-$ حيث $x_1 < x_2$.
بماأن $x_1 < x_2 \leq 0$ أي $-x_1 > -x_2 \geq 0$ فإن $-2x_1 > -2x_2$
وبالتالي $\sqrt{-2x_1} > \sqrt{-2x_2}$ أي $f(x_1) > f(x_2)$.
الخلاصة: من أجل كل x_1 و x_2 من $\mathbb{R}_-$ حيث $x_1 < x_2$، لدينا $f(x_1) > f(x_2)$
إذن f متناقصة على $\mathbb{R}^-$.

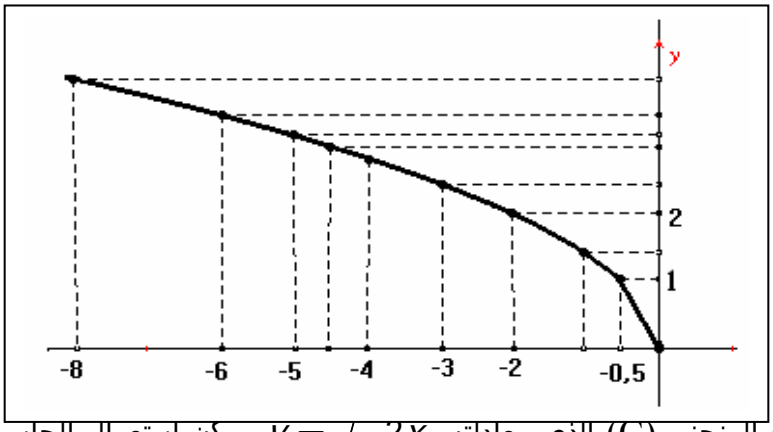
جدول تغيرات f :

x	$-\infty$		0
f		↘	
			0

ب) ننشئ التمثيل البياني للدالة f باستعمال جدول تغيراتها و جدول بعض قيمها (x ينتمي إلى $[-8;0]$) .

جدول بعض قيم f :

x	-8	-6	-5	-4,5	-4	-3	-2	-1	-0,5
$f(x)$	4	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{10}$	3	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	2	$\sqrt{2}$	1



ملاحظة1: لإنشاء المنحني (C) الذي معادلته $y=\sqrt{-2x}$ ،يمكن استعمال الحاسبة البيانية (أنظر التمرين 20) أو مجدول (انظر الملاحظة2) أو برمجيات أخرى..

ملاحظة2 : إنشاء (C) باستعمال المجدول إكسال (Excel).

- في العمود A :نحجز قيم لـ: x

في الخلية A2 نكتب [-8] و في الخلية A3 نحجز [=A2+0,5] ثم نسحب الفأرة من A3 إلى A18كي نتحصل على قيم لـ: x (القيمة الأولى: 8- ؛الخطوة: 0,5).

- في العمود B :نحجز قيم لـ: $f(x)$

في الخلية B2 نحجز [=RACINE(-2*A2)] ثم نسحب الفأرة من B2 إلى B18 كي نتحصل على قيم $f(x)$.

- نحدد الخلايا من A2 إلى B18 ثم: Graphique.. ← Nuages de points ← ← Terminer

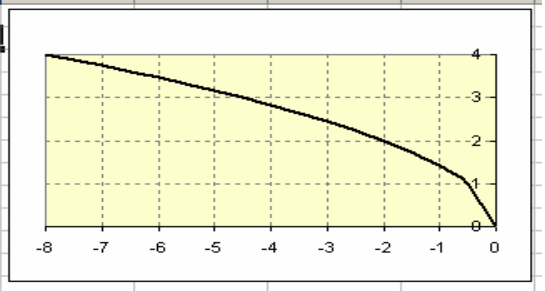
ننقرعلى على ثم نضغط على اللمسة Supp (أو Del) Série1

.

نتحصل، بعد ضبط الرسم ،على ما يلي:

B2 =RACINE(-2*A2)

	A	B	C	D	E	F
1	x	f(x)=racine(-2*x)				
2	-8	4				
3	-7,5	3,872983346				
4	-7	3,741657387				
5	-6,5	3,605551275				
6	-6	3,464101615				
7	-5,5	3,31662479				
8	-5	3,16227766				
9	-4,5	3				
10	-4	2,828427125				
11	-3,5	2,645751311				
12	-3	2,449489743				
13	-2,5	2,236067977				
14	-2	2				
15	-1,5	1,732050808				
16	-1	1,414213562				
17	-0,5	1				



حل للتمرين 51:

- تدريب التلاميذ حول استعمال الدائرة المثلثية أمر ضروري.
- المطلوب في هذا التمرين هو وضع صورة عدد معطى على الدائرة المثلثية .
- نجد هنا فرصة للتطرق إلى: كل عدد حقيقي α يقبل صورة وحيدة M و M هي صورة كل الأعداد الحقيقية من الشكل $\alpha+2k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$).
- يمكن أن يجد بعض التلاميذ صعوبات ناتجة من الإشارة "– " (ناقص) .

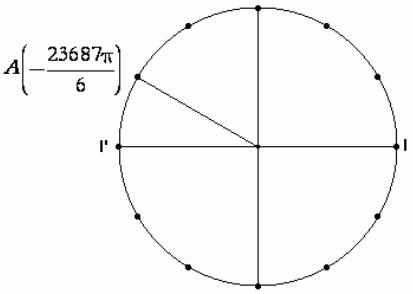
M نقطة متحركة على الدائرة المثلثية، انطلاقا من النقطة $I(1;0)$. نسمي A صورة $-\frac{23687\pi}{6}$.

A هي وضعية من وضعيات M .

العدد $-\frac{23687\pi}{6}$ سالب، إذن M تحركت في الإتجاه غير المباشر و قطعت قوسا طوله $\frac{23687\pi}{6}$.

لدينا $\frac{23687\pi}{6}=3947\pi+\frac{5\pi}{6}$ والعدد 3947π يعبر عن "1973 دورة ونصف دورة ".

بعد 1973 دورة ونصف دورة ، M تنطبق على النقطة $I'(-1;0)$ ويبقى لها قطع القوس التي $\overset{\frown}{AI'}$ طولها $\frac{5\pi}{6}$.



حل للتمرين 62

أ) f متناقصة على $\mathbb{R}_-^*$ و متناقصة على $\mathbb{R}_+^*$ (انظر الصفحة) .

ب) يلاحظ التلميذ أن الحاسبة لا تفيده هنا.

السؤال أ) يجعل السؤال ب) في متناول جميع التلاميذ.

نضع : $\alpha = 0,99199199199199199199199$ و $\beta = 0,991991991991991991991993$.

لدينا $x = \frac{3+\alpha}{\alpha}$ أي $x = 1+\frac{3}{\alpha}$ أي $x = f(\alpha)$ و $y = \frac{3+\beta}{\beta}$ أي $y = 1+\frac{3}{\beta}$ أي $y = f(\beta)$.

α و β ينتميان إلى $\mathbb{R}_+^*$ و $\alpha > \beta$ إذن $f(\alpha) < f(\beta)$ لأن f متناقصة على $\mathbb{R}_+^*$.

نستنتج أن $x < y$.

ملاحظة : يمكن معالجة السؤال ب) دون اللوجؤ إلى اتجاه تغير دالة.

5- المعادلات والمتراجحات

سبق أن تعرّض التلميذ في المرحلة المتوسطة إلى حلّ معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى أساسا. في السنة الأولى ثانوي، تتوسع دراسة هذا المجال بتناول المعادلات والمتراجحات التي يؤول حلّها إلى حلّ معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى وكذا المعادلات من الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq 0$.

يتّم تناول هذا الموضوع بعلاقة وطيدة مع العبارات الجبرية، حيث سبق للتلميذ أن تعرض لوضعية البحث عن جميع قيم "الحرف" التي من أجلها يكون لعبارة جبرية قيمة معلومة. كما تعرض للبرهان أنّ العبارة الجبرية من الدرجة الأولى تنعدم من أجل قيمة وحيدة. لهذا، يكون الغرض من هذا الموضوع هو إبراز العلاقة بين المعادلات والدوال قصد استعمال المعارف المكتسبة حول الدوال لحلّ معادلات أو متراجحات من جهة، ومن جهة ثانية الوقوف عند الأدوات المستعملة من طرف التلميذ لحلّ معادلات أو متراجحات جبريا.

- **الكفاءات المستهدفة**

- التعرّف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة، صيغة محللة، .....).
- تحويل كتابة عبارة (نشرها، تحليلها، اختصارها) واختيار الصيغة المناسبة تبعا للهدف المنشود.
- كتابة العبارة ax^2+bx+c على الشكل النموذجي $(a\neq 0)$.
- تحليل العبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$.
- استعمال المميّز لحلّ المعادلة: $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$
- توظيف المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية لحلّ مشكلات.
- استعمال جدول الإشارات لحلّ متراجحة.
- حلّ،جبريا، معادلات ومتراجحات من الشكل:

$$f(x)=g(x) \quad ، \quad f(x)=k \quad ، \quad f(x)<g(x) \quad ، \quad f(x)<k$$

- **هيكلة الباب**
  - **الأنشطة**

رقم النشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	التعرّف على الأشكال المختلفة لعبارة جبرية.	يتعلق الأمر في هذا النشاط بترجمة وقراءة عبارة جبرية بألفاظ أو رموز وتعيين

		الشروط التي يكون من أجلها لعبارة جبرية معنى والتعرّف على مجاميع وجداءات وحواصل قسمة.
2	استعمال المتطابقات الشهيرة لتحويل كتابة عبارة جبرية.	للتحقق من صحة المطابقات، يمكن استعمال مساحات الأشكال الهندسية المقترحة وذلك بالتعرّف على مقابل كلّ حدّ من حدود العبارات المشكلة لها. في الجزء الثاني من النشاط، المطلوب هو إبراز أهمية الحساب الحرفي عند إجراء حساب.
3	حلّ معادلات بطريقة الخوارزمي.	الغرض من هذا النشاط هو الاهتمام بالبعد التاريخي للمادة حيث يعرض طريقة الخوارزمي لحلّ المعادلات بالاعتماد على سند هندسي. عند الإنجاز، يترجم النصّ التاريخي بالعبارات الرياضية المألوفة كما يطلب تبرير النتائج في البرهان.
4	توظيف المعادلات من الدرجة الثانية لحلّ مشكلات.	من بين الكفاءات الأساسية المستهدفة بهذا الموضوع نجد تلك المتعلقة بترجمة مشكلة وحلّها باستعمال معادلات أو متراجحات. إنّ النشاط يقترح وضعية من الحياة وهي مشكلة اهتم بها الرياضيون منذ القدم وتتمثّل في هرم خوفو لاكتشاف ما يجعل منه إحدى العجائب السبعة. لحلّ هذه المشكلة، يبدأ التلميذ بترييض الوضعية بترجمتها بمعادلة من الدرجة الثانية، المجهول فيها هو $\phi = \frac{SI}{OI}$ ويحصل على المعادلة $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ التي يكتب طرفها الأوّل على شكله النموذجي ويجد المعادلة المكافئة $\left(\phi - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$ التي تقبل العدد الذهبي، المذكور في الدرس الأوّل، حلا لها.

- **الدّرس**

1. العبارات الجبرية.
2. قواعد الحساب الجبري.
3. تحويل عبارة جبرية.
4. الدّوال والعبارات الجبرية.
5. المساويات والمعادلات.
6. المتراجحات.
7. العبارة ax^2+bx+c حيث $a \neq 0$

- **طرائق وتمارين محلولة**

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	العبارات الجبرية	نشر وتبسيط عبارة جبرية.	يتعلق الأمر في هذا النشاط بإعطاء معنى لكلّ من العبارات: تبسيط، ترتيب، تحليل وتمييزها.
2		تحليل عبارة جبرية.	لتحليل عبارة جبرية، يمكن أن نتعرّف فيها على عامل مشترك أو نطبق مباشرة إحدى المتطابقات الشهيرة أو نستعمل الشكل النموذجي لها في حالات أخرى.
3		حلّ متراجحة.	لحل المتراجحتين، ندرس في الحالة الأولى إشارة الجداء $(2x-3)(2x-1)$ وفي الحالة الثانية، ندرس إشارة حاصل القسمة $\frac{2x}{(2x-1)^2}$ بعد تعيين القيم الممنوعة للعبارة.
4		اختيار الصيغة الأنسب لعبارة جبرية تبعا للعمل المطلوب.	تبعا للعمل المطلوب، تختار الصيغة الأنسب للعبارة. لحساب $E(0)$، نستعمل الصيغة المنشورة للعبارة ولحلّ المعادلات نختار الصيغة الأنسب من بين الصيغة المفروضة أو المنشورة أو المحللة وذلك حسب الطرف الثاني

			للمعادلة.
5	الدوال والعبارات الجبرية	ايجاد ترابط الدوال المرجعية الموافق لدالة معطاة.	هذا النشاط يمهّد لموضوع تركيب الدوال. لإيجاد الترابط الموافق، نكتفي بمقارنة الإجراءات المقترحة وملاحظة ضرورة الأخذ بعين الاعتبار الترتيب الذي نجري فيه العمليات لحساب الصورة.
6		حلّ معادلة من الدرجة الثانية.	لا تثار أية دراسة نظرية حول ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية بل نكتفي بالتركيز على تقنيات توظيف المتطابقات الشهيرة لكتابة الشكل النموذجي أو تحليلها لحل معادلات من الدرجة ثانية.
7	المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$	ترجمة مشكلة وحلّها باستعمال معادلات.	المقصود بترييض مشكلة اعتماد المنهجية المتمثلة في: - اختيار المجهول. - ترجمة المشكلة بمعادلة أو متراجحة. - حلّ المعادلة أو المتراجحة. - الاستخلاص. في الوضعية المقترحة، نعتبر المجهول $MJ = x$ حيث $0 \leq x < 5$. وباستعمال مبرهنة فيثاغورس نجد المعادلة $2x^2 + 82 = 100$. وضمن شروط المشكلة نجد الحلين أي النقطتين اللتين تحققان المطلوب

- **تعلّم البرهنة**

يتعلق الأمر في هذه الوثيقة بإنجاز استدلالات تتدخل فيها استلزامات أو تكافؤات أو تحليلها. الغرض من ذلك ليس دراسة المعادلات الصماء، التي تعتبر خارج برنامج السنة الأولى، لكن هو الوصول إلى استدلال تتدخل فيه استلزامات أو تكافؤات.
هذا العمل ،الذي يتطلب معارف هي من مستوى التلميذ وتتعلق بالأعداد والترتيب وحلّ معادلات أو متراجحات، يبرز الترابط الموجود بين مختلف خطواته وفق استلزامات أو تكافؤات ويرمي إلى جعل التلميذ يميّز بين استلزام وتكافؤ ويأخذ بذلك بعين الاعتبار عند تحرير أو تحليل عمل مماثل.

يقترح النشاط في جزئه 1) خطوات حلّ المعادلة $\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-4}$ والأدوات التي يتطلبها هذا الحلّ. في الجزء 2) منه، المطلوب حلّ المعادلة المماثلة (نفس الاستدلال والأدوات) $\sqrt{x-2}=\sqrt{13-2x}$.
في الجزء 3) من النشاط، أعطي حلّ تلميذ للمشكلة المفروضة:" عيّن مجموعة النقط المشتركة للمنحني (C) الذي معادلته $y=\sqrt{2(x+51)}$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y=9-x$". المطلوب هو تحليل استدلال هذا التلميذ.
نجعل التلميذ يلاحظ أنّ الترجمة المقترحة في الحلّ بالجملة
$\begin{cases} y=9-x \\ y=\sqrt{2(x+51)} \end{cases}$ صحيحة، لكن الاستدلال غير صحيح باعتبار انتقال التلميذ لتعيين الجمل المكافئة باستعمال العبارة " أي" التي تعني بالنسبة إليه " يكافئ". ولابراز ذلك يكفي تعيين المجموعة المرجعية للجملة كما هو مبيّن في الجزء الأوّل من النشاط وملاحظة عدم وجاهة استعمال العبارة " أي" بين الجمل.

- استعمال التكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتّصال

الهدف من النشاط هو تحليل عبارة جبرية باستعمال مجدول.
في الجزء الأوّل من العمل، المطلوب تعيين ترابط الدوال المألوفة الذي يسمح بكتابة العبارة: $f(x)=-(x-3)^2+1$. نجد ما يلي:

$$x \xrightarrow{-3} x-3 \xrightarrow{x^2} (x-3)^2 \xrightarrow{-x} -(x-3)^2 \xrightarrow{+1} -(x-3)^2+1$$

في الجزء الثاني منه، المطلوب ،انطلاقا من جدول القيم المعطى، اكتشاف ترابط الدوال المرجعية الممكن لكتابة عبارة $f(x)$. لذلك نعتمد النتائج المحصل عليها حول هذه الدوال والمتمثلة فيما يلي:

- للتعرّف على دالة تآلفية، يمكن التفكير في استعمال الخاصية المميزة.
- للتعرّف على دالة المربع ودالة المقلوب، يمكن التفكير في استعمال شفعية كلّ منهما وأثر ذلك على جدول قيمها على مجال متناظر.

هكذا نجعل التلميذ يكتشف الدوال $x \xrightarrow{g} x^2$ ؛ $x \xrightarrow{k} \frac{1}{x}$ ؛ $x \xrightarrow{h} 2x-3$
ولإيجاد عبارة الدالة f، يمكن تجريب التركيبات المختلفة للدوال h ، g ، k.

- **معالجة وضعية إدماجية**

الوضعية المقترحة هي مناسبة للوقوف عند كفاءة التلميذ المتعلقة باستعمال الحاسبة البيانية التي تمنح له امكانيات عديدة لدراسة الدوال.
بعد حساب قيم العبارتين من أجل بعض قيم الحرف x ، يضع التلميذ التخمين الآتي: العبارتان متساويتان.

وباعتبار الامكانيات التي توفرها الحاسبة البيانية، يحجز التلميذ العبارتين ويطلب جدول القيم لهما، يلاحظ أنّ العبارتين لا تأخذان نفس القيمة من أجل كلّ قيم x ويستنتج أنهما مختلفتان.
كما يمكن التحقق من ذلك بطلب المنحنيين الذين معادلتيهما $y_1 = x^3 - 1$ ، $y_2 = x^3 - x^2 - (x+1)(x-1)^2$ ويلاحظ أنّ المنحنيين يشتركان في ثلاث نقاط فقط فواصلها 0 ، 1، -1 .

- **تمارين ومسائل**

- **ترابط لمقاطع من الباب**

الدرس	الأنشطة	طرائق وتمارين محلولة	تعلم البرهنة	ت.إ.ا
- العبارات الجبرية - قواعد الحساب الجبري - تحويل عبارة جبرية	1 2	- نشر وترتيب وتبسيط عبارة جبرية. - تحليل عبارة جبرية. - اختيار الصيغة الأنسب لعبارة تبعا للعمل المطلوب.		
الدوال والعبارات الجبرية	3	إيجاد ترابط الدوال المرجعية الموافق لدالة معطاة.		
- المساويات والمعادلات. - المتراجحات. - العبارة $ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0$	4	- حلّ متراجحة - حلّ معادلة من الدرجة الثانية. - ترجمة مشكلة وحلّها باستعمال معادلة.		

7- الإحصاء

الإحصاء يوفر فرص عديدة لممارسة الحساب العددي و للتحكم فيه أكثر و لكنه لا نطلب هذه الحسابات إلاّ عندما تخدم الهدف أي عندما تسمح لنا بفهم خصوصية السلسلة الإحصائية التي ندرسها.

يحتوي الكتاب على بعض العناصر عولجت في مرحلة المتوسط و الهدف هو صيانة المكتسبات و إعادة استثمارها في وضعيات من واقع التلميذ و التعمّق أكثر في بعض المفاهيم.

يتطرق برنامج هذه السنة إلى موضوع جديد يتلخص في:

- تذبذب التوترات في وضعيات بسيطة .
- محاكاة تجارب بسيطة باستعمال الحاسبة أو الكمبيوتر.

الإختيار البيداغوجي هنا هو المرور من التجريب إلى النظري و ليس العكس أي ليس إدراج مصطلحات الإحتملات و ثم ملاحظة توافق نتائج التجارب مع تلك التي وجدناها نظريا .

- **الكفاءات المستهدفة**

- التمييز بين الميزتين الإحصائيتين المنفصلة والمستمرة.
- تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مؤشر موقع.
- خواص الوسط الحسابي واستعمالها.
- إنشاء تمثيلات بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو مستمرة.
- محاكاة تجربة.
- تذبذب عينات.
- استقرار التواترات.

- **هيكلة الباب**

- **الأنشطة**

رقم النشاط	الأهداف	ارشادات حول الإنجاز و الحلّ
1	• التمييز بين الميزتين الإحصائيتين المتقطعة والمستمرة.	• يجنّد التلميذ مكتسباته . • نقصد بالتكرار : التكرار المطلق و التوتر: التكرار النسبي.

2	• صيانة المكتسبات و إعادة أستثمارها: - القراءة البيانية . - التوزيعات التكرارية. - مؤشرات الموقع. - التمثيلات البينية.	• نقصد بالتوزيعات التكرارية ، توزيعاات التكرارات أو توزيعات التوترات.
3	التعامل مع النسب المئوية	• نجد هنا فرصة لصيانة مفهوم التناسبية • النسب المئوية تعبر عن التوترات
4	• خواص الوسط الحسابي. • حساب الوسط الحسابي إنطلاقا من التوترات	نعطي للتلاميذ الوقت اللزم للبحث و المحاولة و نستغل الفرصة لمعاجة النقائص المحتملة في الحساب العددي.
5		
6	• تذبذب التوترات . • المحاكاة .	• ينجز كل التلاميذ نفس العملية و في نفس الظروف ،لكن كل النتائج تكون مختلفة. • عند ما يكبر عدد السحبات فإن النتئاج تؤول إلى الإستقرار (النشاط 7) .
7		

- **الدرس**

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

1 .مفردات الإحصاء .

2.مؤشرات سلسلة.

3.التمثيلات البيانية.

4.تذبذب العينات.

إن أغلبية هذه العناصر من المكتسبات القبلية للتلميذ في المرحلة السابقة، ماعدا خواص الوسط الحسابي و المدى و المحاكاة.

في الوقت الحالي، لا يشكل حساب الوسط الحسابي $\bar{x}$ لسلسلة إحصائية بتصنيف القيم وفق فئات، نشاطا هاما لأن الكمبيوتر يحسب $\bar{x}$ للآلاف قيم بالسرعة و لكن معرفة حساب $\bar{x}$ انطلاقا من أوساط حسابية جزئية أو فهم خطية الوسط الحسابي تبقى من الممارسات المفيدة في الإحصاء.

يبدأ التلميذ هذه السنة بإجراء محاكاة لبعض التجارب العشوائية البسيطة و ذلك بملاحظة تغير التوترات عندما نكرر نفس التجربة عدة مرات في نفس الظروف و استقرار هذه التوترات كلما يكبر مقاس العينة و ذلك يمهد دراسة الاحتمالات.

وللعلم فإن استعمال المجدول و الحاسبة العلمية و الحاسبة البيانية في حساب مؤشرات الموقع و المدى و في التمثيلات البيانية، يعتبر من الكفاءات التي يعمل الأستاذ و التلميذ لتحقيقها .

- **طرائق وتمارين محلولة**

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	التمثيلات البيانية	- إنشاء المخطط بالأعمدة . - إنشاء مضلع التكرارات . - إنشاء مضلع التواترات . -إنشاء مخطط دائري. - إنشاء مدرج التكرارات(الفئات متساوية الطول). - إنشاء مدرج التكرارات(الفئات مختلفة الطول).	رغم ما توفره الجداول الإحصائية من معلومات عن الظاهرة محل الدراسة إلاّ أنّها لا تزودنا بسرعة بفكرة واضحة ومختصرة و شاملة عن هذه الظاهرة، لذلك غالبا ما نلجأ إلى تمثل هذه الجداول تمثيلا بيانيا . ▪ نستعمل المخطط بالأعمدة في حالة طبع إحصائي متقطع. ▪ نستعمل المدرج التكراري عندما يتعلق الأمر بقيم مصنفة في فئات. ملاحظة هامة: يجب مراعاة تناسبية التكرارات و التواترات مع مساحات المستطيلات (أو القطاعات الزاوية).
2			
3			
5			

1	مؤشرات سلسلة إحصائية	▪ الوسط الحسابي - حساب الوسط الحسابي. -استعمال خواص الوسط الحسابي. - حساب الوسط الحسابي إنطلاقا من أوساط حسابية جزئية.	▪ يمكن حساب الوسط الحسابي $\bar{x}$ لسلسلة ▪ بمعرفة التوتر f_i لكل قيمة x_i (دون معرفة تكرارها و التكرار الكلي): $\bar{x} = \sum_{i=1}^{i=n} x_i f_i$ ▪ $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي لسلسلة. عندما نضيف نفس العدد الحقيقي a (أو عندما نضرب في نفس العدد الحقيقي b) كل قيمة من قيّم السلسلة،نتحصل على سلسلة أخرى وسطها الحسابي $\bar{x}'$: $\bar{x}' = \bar{x} + a$ (أو سلسلة أخرى وسطها الحسابي $\bar{x}''$ في حالة الضرب في b : $\bar{x}'' = \bar{x} \times b$). ▪ $\bar{X}$ هوالوسط الحسابي لسلسلة تكرارها الكلي n . إذا كان $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي لـ: p قيمة من هذه السلسلة و $\bar{x}'$ هو الوسط الحسابي لـ: k قيمة أخرى منها حيث $p + k = n$ فإن: $\bar{X} = \frac{p\,\bar{x} + k\,\bar{x}'}{n}$
4		▪ الوسيط و المنوال - تعيين الوسيط و المنوال في حالة متغير إحصائي	▪ في حالة متغير إحصائي متقطع: نعيّن الوسيط باستعمال شفعية التكرار الكلي كما ورد في الدرس.
5		متغير إحصائي	▪ في حالة متغير إحصائي مستمر:

1		متقطع. - تقدير الوسيط في حالة متغير إحصائي مستمر باستعمال مدرج التكرارات. ▪ إختيار مؤشر موقع لتلخيص سلسلة إحصائية.	<table><tr><td></td><td>الوسط الحسابي</td><td>الوسيط</td><td>المنوال</td></tr><tr><td>يتأثر بكل القيم</td><td>نعم</td><td>لا</td><td>لا</td></tr><tr><td>له معنى "ملموس"</td><td>لا</td><td>نعم</td><td>نعم</td></tr><tr><td>حسابه سهل</td><td>نعم</td><td>نعم</td><td>نعم</td></tr></table>نعيّن أولا الفئة المنوالية و نعتبر أن القيّم موزعة في هذه الفئة بانتظام و نستعمل تناسبية مساحات المستطيلات مع التكرارات لتقدير الوسيط. يمكن تلخيص بعض خواص مؤشرات الموقع
6	تذبذب العينات	تذبذب العينات. - مشاهدة تغير	▪ عندما نعيد نفس التجربة(تجربة عشوائية) n مرة في نفس الظروف نجد عينة أخرى

7		التوترات. - إنجاز محاكاة.	مقاسها n تختلف عن الأولى. تسمى هذه الظاهرة تذبذب العينات . ▪ كل تلميذ ينجز التجربة n ثم نجمع نتائج عدة تلاميذ ثم نتائج كل القسم كي نتحصل على عينات مقاساتها "كبيرة" التي تسمح لنا بمشاهدة ميول التوترات إلى الإستقرار. ▪ مثال: - التجربة: رمي قطعة نقدية. - نقوم بهذه التجربة n مرة وتتحصل على عيّنة مقاسها n . - نختار نموذجا : للوجهين نفس الحظوظ للظهور (القطعة النقدية متوازنة). بماأن المحاكاة تبنى على أساس نموذج فإنها لا تتلخص أهميتها في التأكد من هذا النموذج. تؤكد المحاكاة الحساب (الإحتمالي) أو دحضه ويمكن أن تعوّضه عندما لانعرف كيفيةإنجازه (نجد،في هذه الوضعية،تقديرا للنتيجة). ▪ لنسمي f تواتر الظهر (أوالوجه)عندما نرمي زهر النرد n مرة . إذا كان $\left\|f-\frac{1}{2}\right\|<\frac{1}{\sqrt{n}}$ يمكن أن نعتبر أن القطعة النقدية متوازنة.

- **ترابط لمقاطع من الباب**

الدّرس	الأنشطة	طرائق وتمارين محلولة	ت.إ.ا
1. لمفردات الإحصاء	1،2،3	التوزيعات التكرارية	• استعمال المجدولات.
2. مؤشرات سلسلة إحصائية	4،5	- حساب الوسط الحسابي. - استعمال خواص الوسط الحسابي. - حساب الوسط الحسابي انطلاقا من أوساط حسابية جزئية. - تعيين الوسيط و المنوال في حالة	• استعمال الحاسبة البيانية.

	متغير إحصائي متقطع. - تقدير الوسيط في حالة متغير إحصائي مستمر باستعمال مدرج التكرارات. -اختيار مؤشر لتلخيص سلسلة إحصائية.		
3. التمثيلات البيانية	- إنشاء المخطط بالأعمدة ومضلع التكرارات و مضلع التواترات. - إنشاء مخطط دائري. - إنشاء مدرج التكرارات في حالة طبع إحصائي مستمر (الفئات متساوية الطول أو مختلفة الطول).	1،2،3	
4. تذبذب العينات	- مشاهدة تغير عينات. -ا لمحاكاة (إنجاز محاكاة).	6،7	

النشاط4

- في حالة ارتكاب الخطأ " معدّل القسم هو $\frac{5+8,5}{2}$ " ،يطاب الأستاذ معنى هذه العملية.

هل،مثلا،المعدّل الفصلي لتلميذ هو مجموع علاماته في كل المواد ؟
عدد المواد

- G_1، G_2، ..... ،G_{20} هي علامات الأولاد . معدّل الأولاد هو

$$M_G = \frac{G_1+G_2+....+G_{20}}{20} \quad ...(1)$$

F_1، F_2، ..... ،F_8 هي علامات البنات. معدّل البنات هو

$$M_F = \frac{F_1+F_2+....+F_8}{8} \quad ...(2)$$

معدّل القسم هو $M=\frac{(G_1+G_2+....+G_{20})+(F_1+F_2+....F)}{28}$ ...(3)

من (1) و(2) و(3) نستنتج أن $M=\frac{20M_G+8M_F}{28}$.

نجد $M=\frac{20\times5+8\times8,5}{28}$ أي $M=6$.

ملاحظة:

يمكن للأستاذ استغلال هذا النشاط لبناء أنشطة جديدة تخدم أهداف أخرى(في دروس أخرى).

مثال1:يعطى معدّل البنات :8,5 ومعدّل الأولاد:5 ومعدّل القسم:6 وعدد تلاميذ القسم:28.

يطلب عدد البنات و عدد الأولاد.

يمكن أن تكون الأهداف هنا: ترييض مشكل، حلّ جملة خطية جبريا أو بيانيا.....

مثال2: يعطى معدّل البنات :8,5 ومعدّل الأولاد:5 ومعدّل القسم:6 .

يطلب عدد البنات و عدد الأولاد.

يمكن أن تكون الأهداف هنا: ترييض مشكل، حلّ معادلة خطية لمجهولين جبريا أو بيانيا.....

النشاط5

- السؤال الأول الذي يمكن أن يطرحه التلميذ هو: " كيف نحسب معدل القسم والتكرارات مجهولة؟"
- إذا كان التكرار الكلي N معروف،يمكن حساب التكرار n_i كل علامة x_i و معدل القسم.

العلامة x_i	5	7	13	15	17
التواتر f_i $\left(f_i=\frac{n_i}{N}\right)$	0,2	0,3	0,15	0,2	0,15
التكرار n_i $(n_i=f_i\times N)$	$0,2N$	$0,3N$	$0,15N$	$0,2N$	$0,15N$

معدل القسم هو $\overline{X}$ حيث:

$$\overline{X} = \frac{(5\times 0{,}2N)+(7\times 0{,}3N)+(13\times 0{,}15N)+(15\times 0{,}2N)+(17\times 0{,}15N)}{N}$$

أي

$$\overline{X} = \frac{N\left[(5\times 0{,}2)+(7\times 0{,}3)+(13\times 0{,}15)+(15\times 0{,}2)+(17\times 0{,}15)\right]}{N}$$

أي

$$\overline{X} = (5\times 0{,}2)+(7\times 0{,}3)+(13\times 0{,}15)+(15\times 0{,}2)+(17\times 0{,}15)$$

بصفة عامة $\overline{X} = \sum_{i=1}^{k} x_i f_i$.

نرى أنه يمكن حساب معدّل القسم بمعرفة العلامات و تواتر كل علامة (دون معرفة التكرارات).

نماذج مختارة من سلسلة التمارين والمسائل

حل للتمرين 15 :

- من بين الأخطاء المنتظرة ،يمكن ذكر "النسبة المئوية للمصوتين بـ:نعم هي $\frac{47+54}{2} = 50{,}5$ لأن 50,5%"،

إذن نتيجة هذا الإستفتاء هي : نعم".

يمكن معالجة الأخطاء حول العمليات على النسب المئوية باقتراح وضعيات لها دلالة بالنسبة للتلميذ (مثلا: ازدياد x بـ: 70% ثم بـ: 50% لا يعني ازدياد x بـ: 120%).

- جواب:

النسبة المئوية للمصوتين بـ:نعم في البلد:

$$\frac{(14074728\times 0{,}47)+(234588\times 0{,}54)}{14074728+2345788}\approx\frac{41{,}05}{100}$$

(انظر الدّرس حول الوسط الحسابي). نستنتج أن نتيجة الإستفتاء هي: لا.

شرح :

عدد المصوتين بـ :نعم في المنطقة الشمالية:

$$N=14074728\times 0{,}47=6615122{,}2$$

عدد المصوتين بـ :نعم في المنطقة الجنوبية:

$$S=234588\times 0{,}54=126677{,}52$$

عدد المصوتين بـ :نعم في البلد: $N+S=6741799{,}72$

عدد الناخبين في البلد: $T=14074728+2345788=16420516$

النسبة المئوية للمصوتين بـ :نعم في البلد هي بالتقريب 41,05% لأن

$$\frac{N+S}{T}=\frac{6741799{,}72}{16420516}\approx 0{,}4105$$

ملاحظة:

يكون النشاط "مغلقا" أي لا نترك أي مبادرة للتلميذ،عندما نجزئ السؤال كما يلي:

1) ماهو عدد المصوتين بـ :نعم في المنطقة الشمالية؟
2) ماهو عدد المصوتين بـ :نعم في المنطقة الجنوبية؟
3) ماهو عدد المصوتين بـ :نعم في البلد؟
4) ماهو عدد الناخبين في البلاد؟
5) احسب النسبة المئوية للمصوتين بـ :نعم.
6) ماهي نتيجة الإستفتاء؟اشرح.

حل للتمرين 33 :

في حالة ارتكاب الخطأ : " السرعة المتوسطة هي $\overline{V}$ حيث $\overline{V}=\frac{V_1+V_2+V_3+V_4+V_5+V_6}{6}$ "، يجب الرجوع إلى معنى السرعة المتوسطة $\overline{V}$.

السرعة المتوسط $\overline{V}$ هي : $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{مجموع المدد}}$

أي $\bar{v}=\dfrac{6d}{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5+t_6}$

وبماأن $t_i=\dfrac{d}{v_i}$ فإن $\bar{v}=\dfrac{6d}{\frac{d}{v_1}+\frac{d}{v_2}+\frac{d}{v_3}+\frac{d}{v_4}+\frac{d}{v_5}+\frac{d}{v_6}}$

نجد $\bar{v}=\dfrac{6}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}+\frac{1}{v_4}+\frac{1}{v_5}+\frac{1}{v_6}}$

ويمكن أن نكتب : $\dfrac{1}{\bar{v}}=\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{v_1}+\dfrac{1}{v_2}+\dfrac{1}{v_3}+\dfrac{1}{v_4}+\dfrac{1}{v_5}+\dfrac{1}{v_6}\right)$.

ملاحظة : $\bar{v}$ هي الوسط التوافقي لـ: v_1، v_2، v_3، v_4، v_5، v_6.

التمرين57

أ) تحصل تلميذ على الجدول التالي:

النتائج الممكنة	0	1	2	3	4	5	6	7
التكرارات n_i	2	2	1	0	1	3	1	0
التواترات f_i $f_i=\frac{n_i}{10}$	0,2	0,2	0,1	0	0,1	0,3	0,1	0

ملاحظة: النتائج التي يتحصل عليها كل تلميذ تكون مختلفة (رغم أن كل تلميذ يكرّر نفس التجربة 10مرّات).

يتحصل التلاميذ على عينات (مقاس كل كل واحدة 10)؛ نسمي هذه الظاهرة :" تذبذب العينات".

ب) يتم توليد أعداد عشوائية تنتمي إلى المجموعة $\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$بواسطة الحاسبة البيانية كما يلي:

← PRB ← MATH ← ENTER ← int(← NUM ← MATH

ENTER ← rand

ثم نكتب 8) و يظهر على الشاشة int(rand8) .

كل نقر على ENTER أحد الأعداد: 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7.

ننقر 10 مرّات على ENTER فتظهر الشاشة:

جـ) نحجز في الخلية A2 الطلبية : =8-ENT(ALEA()*8+1) .

ننقر على اللمسة ENTREE ويظهر في A2 احد الاعداد: 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7.

نسحب الفأرة من A2 إلىA11 كي نتحصل على عينة مقاسها 10 :

	A
1	عينة مقاسها 10
2	6
3	4
4	6
5	5
6	0
7	1
8	1
9	0
10	3
11	7

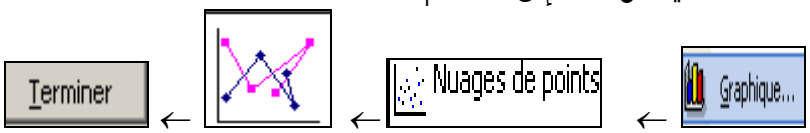
ملاحظة: كل نقر على اللمسة F9 يولد عينة أخرى مقاسها 10.

ننشئ مضلع التواترات كما يلي:

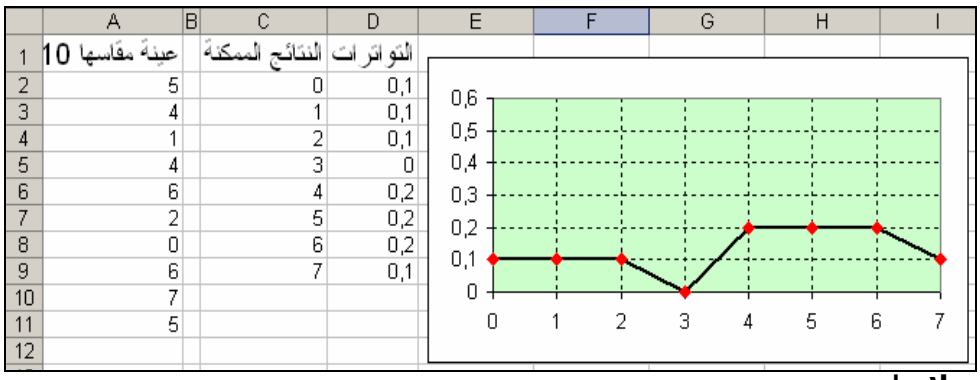
- في العمود C : في الخلايا من C2 إلى C9 نكتب النتائج الممكنة : 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7.
- في العمود D : نحسب تواتر كل نتيجة من النتائج : 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7 كالآتي:

نحجز في الخلية D2 الطلبية =NB.SI($A$2:$A$11;C2)/10 و ننقر على ENTREE، ثم نسحب الفأرة من D2 إلى D9 .

- نحدد الخلايا من C2 إلى D9 ثم :



بعد ضبط الرسم، نتحصل على الشاشة الآتية:



	A	B	C	D
1	عينة مقاسها 10		النتائج الممكنة	التواترات
2	5		0	0,1
3	4		1	0,1
4	1		2	0,1
5	4		3	0
6	6		4	0,2
7	2		5	0,2
8	0		6	0,2
9	6		7	0,1
10	7			
11	5			
12				

ملاحظة :

يرى التلميذ على الشاشة بوضوح "تذبذب العينات" عندما ينقر عدّة مرّات على اللمسة F9 .

تمديد للتمرين 57

درسنا في التمرين 57 عينة مقاسها 10.

لنعتبر الآن عينات مقاساتها 50، 100، 8000 بهدف مشاهدة تذبذب التواترات وميولها نحوالإستقرار كلما كبرت مقاساتها و يمكن هكذا تقدير احتمال كل نتيجة من النتائج : 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7 (و هي متساوية الإحتمال).

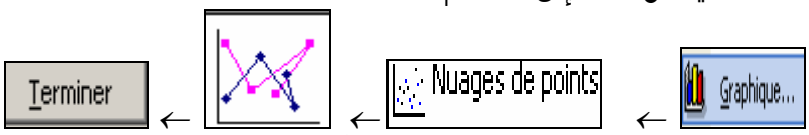
- نحجز في الخلايا من A2 إلى D2001 أعداد عشوائية تنتمي إلى {0;1;2;3;4;5;6;7} كما يلي:
  - نكتب في الخلية A2 : =8-ENT(ALEA()*8+1) ثم ننقر على ENTREE .
  - نحدد A2 و نسحب الفأرة من A2 إلى D4 و ثم مباشرة من D4 إلى D2001 .
- نحجز في الخلايا من H1 إلى O1 النتائج الممكنة : 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7.

- نحجز تواترات النتائج الممكنة في عينة مقاسها 50 كالآتي:
نكتب في H2 =NB.SI($A$2:$A$51;H1)/50 ثم ننقرعلىENTREE
ونسحب الفأرة منH2 إلى O2.

- نحجز تواترات النتائج الممكنة في عينة مقاسها 100 كالآتي:
نكتب فيH3 =NB.SI($A$2:$A$101;H1)/100 ثم ننقرعلى ENTREE
ونسحب الفأرة من H3إلىO3.

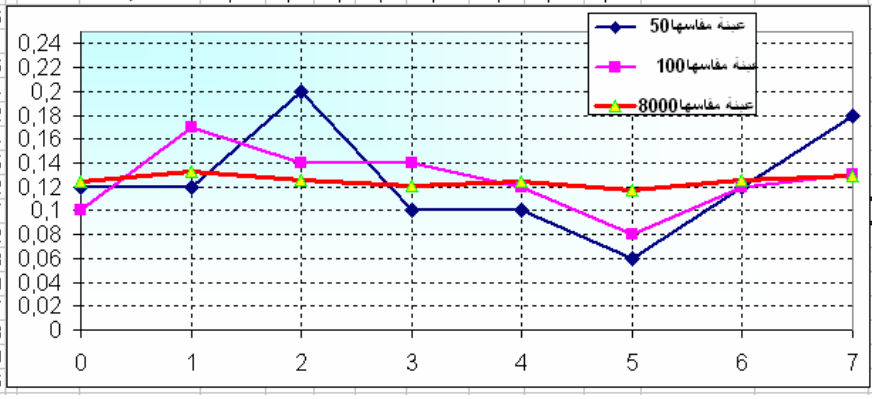
- نحجز تواترات النتائج الممكنة في عينة مقاسها 8000 كالآتي:
نكتب في H4 =NB.SI($A$2:$D$2001;H1)/8000 ثم ننقرعلى
ENTREEونسحب الفأرة منH4إلى O4.

- نحدد الخلايا من G1 إلى O4 ثم :



بعد ضبط الرسم، نتحصل على الشاشة الآتية:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	أعداد عشوائية						النتائج الممكنة	0	1	2	3	4	5	6	7		
2	7	1	1	1		التواترات	عينة مقاسها50	0,12	0,12	0,2	0,1	0,1	0,06	0,12	0,18		
3	6	5	7	7			عينة مقاسها100	0,1	0,17	0,1	0,14	0,12	0,08	0,12	0,13		
4	7	2	2	4			عينة مقاسها8000	0,124	0,13	0,1	0,12	0,125	0,12	0,126	0,129		
5	6	4	6	6													
6	3	7	4	1													
7	7	3	2	6													
8	5	5	5	4													
9	0	1	4	2													
10	1	1	6	4													
11	7	3	7	5													
12	7	5	2	2													
13	3	1	3	7													
14	2	1	5	2													
15	6	7	0	3													
16	7	1	7	0													
17	3	0	5	7													
18	5	4	3	3													
19	4	1	1	0													
20	0	1	3	6													



ملاحظة: في العينات التي مقاسها 8000 التواترات تتروح بين 0,12 و 0,14
(الإحتمال هو 0,125).

7- الهندسة الفضائية

كما هو الشأن في التّعليم المتوسّط فإنّ موضع الهندسة الفضائية يقدّم في ضوء التّعامل مع محيط التّلميذ، والارتكاز عليه لبناء المفاهيم الرّياضياتية تدريجيا، وذلك من خلال وضعيات جلها حقيقية، ومألوفة لدى التّلاميذ بهدف تكفل فعلي ببناء المفاهيم الرّياضياتية، قصد تذليل بعض الصّعوبات التّي قد تظهر من ناحية، وربط هذا الموضوع بالوسط الذي يتواجد فيه التّلميذ من ناحية أخرى.

تكون الانطلاقة من إنشاء تصاميم لمجسّمات مألوفة كالمكعّب، ومتوازي المستطيلات، واسطوانة الدّوران، . . . إلخ، ورسم تمثيلات لها باعتماد تقنية التّمثيل بالمنظورالمتساوي القياس، يليها استغلال هذه التّصاميم والتّمثيلات في إجراء حسابات على أطوال، أو مساحات، أو حجوم.

ويكون التّوسع بدراسة المستوي والمستقيم وأوضاعهما النسبية، وذلك بتقديم بديهيات الوقوع والتّرتيب والخواص المتعلقة بالتّوازي والتّعامد في الفضاء، وهذا من خلال أنشطة ووضعيات تأخذ بالاعتبار مكتسبات التّلاميذ وقدراتهم العقلية. كما يقتضي التّوسع في الباب اقتراح وضعيات متنوعة ومتدرجة للتوظيف والتّطبيق والتّمرن وإعادة الاستثمار.

- **الكفاءات المستهدفة**

يعمل التّلميذ في هذا الباب من أجل اكتساب كفاءات تمكّنه من تصور الأشكال في الفضاء، وإنشاء مثيلات لها على سطوح مستوية، وتسمح له بحل مسائل تتعلق بالهندسة في الفضاء، وهي:

الكفاءات	تعاليق
• التّعامل مع المجسمات (تجسيدها يدويا وتمثيلها).	من خلال الممارسة اليدوية، يكون العمل على اكتساب مهارات مرتبطة **بإنشاء** تصاميم لمجسّمات مألوفة كالمكعّب، ومتوازي المستطيلات، واسطوانة الدّوران، . . . إلخ، **وإنجاز مثيلات لها**، وكذا **رسم تمثيلات لها** باعتماد تقنية التّمثيل بالمنظورالمتساوي القياس. *(Perspective Cavalière)*
• حساب الأطوال والمساحات والحجوم.	بهدف ممارسة العمليات الحسابية، وتطبيق قواعد متعلقة بالأطوال والمساحات والحجوم على مجسمات مألوفة.
• التّعرف على الأوضاع النسبية	يتم تناول هذه الكفاءات في ضوء التّوسّع

لمستقيمين.	في المعارف والمكتسبات، وذلك بتقديم بديهيات الوقوع والتّرتيب والخواص المتعلقة بالتّوازي والتّعامد في الفضاء، باستعمال وتوظيف المجسمات المألوفة ، والانطلاق منها كلّما كان ذلك ممكنا.
• التّعرف على الأوضاع النسبية لمستقيم ومستو.	
• التّعرف على الأوضاع النسبية لمستويين.	

- **هيكلة الباب**

  - **الأنشطة**

بُني كلّ نشاط من الأنشطة السبعة المقترحة في هذه الفقرة على شكل مسألة، منها ما يمهّد لمعرفة جديدة، وكلها يأخذ بالاعتبار مكتسبات التلاميذ بحيث يمكنهم الشروع فيها بسهولة، وهي مرتبة حسب ترتيب تناول المفاهيم في الدرس.

رقم النشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	◎ حساب الأطوال والمساحات والحجوم.	تستغل مكتسبات التّلاميذ حول المساحات والحجوم، ويمكن ترجمة الوضعية إلى معادلة من الدرجة الأولى، انطلاقا من كون مجموع حجمي الهرم ومتوازي المستطيلات يساوي $660cm^3$، فنجد $x=9cm$. بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على مثلثات قائمة في الشكل نحسب الأطوال المطلوبة. نجد كل منها يساوي $5\sqrt{3,13}\ cm$
2	◎ التّعامل مع المجسمات (إنجاز تصاميم ومماثلات)	هذا النوع من الأنشطة يسمح بالممارسة اليدوية، ويمثل فرصة مناسبة لاكتساب مهارات مرتبطة بإنشاء تصاميم لمجسّمات مألوفة كالمكعّب مثلا، كما يسمح بتطوير قدرات التّصور في الفضاء.
3		
4	◎ حساب الأطوال والمساحات والحجوم.	يلاحظ التّلميذ أثناء الانجاز بعض الخصائص المميّزة لتمثيل المجسم المقترح في هذا النشاط، ويعتمد عليها لحساب كل من المساحة والحجم.
5	◎ التّعرف على الأوضاع النسبية لمستقيمين.	**يسمح** هذا النّوع من الأنشطة بالانطلاق من مكتسبات التّلاميذ حول المجسمات المألوفة، **ويمكّن** من اعتمادها لتقديم بديهيات الوقوع والتّرتيب والخواص المتعلقة بالتّوازي والتّعامد في الفضاء، **ويمهّد** للتوسع الرّياضياتي في المفاهيم المستهدفة.
6	◎ التّعرف على الأوضاع النسبية لمستقيم ومستو.	

7	◎ التّعرف على الأوضاع النسبية لمستويين	

- **الدّرس**

لقد تناول التّلميذ في التّعليم المتوسط المجسمات (متوازي المستطيلات القائم، الموشور القائم وأسطوانة الدّوران، الهرم ومخروط الدّوران، الكرة)، ومارس عليها عمليات الوصف، والتّصميم، والصّنع، ورسم مثيلات لها باستعمال تقنية التمثيل بالمنظور المتساوي القياس، وحسب مساحات وحجوم، ولكن دون توسع نظري، كما عمل على بعض المقاطع المستوية لمجسمات.

يعتبر هذا الموضوع، بما يقدّم فيه من عناصر الدّرس، التوسع النظري المنطقي لما درس في التعليم المتوسط، لذا فإنّ الانطلاقة في أي عنصر من عناصر الدّرس تكون من مكتسبات التلميذ، ثمّ العمل معهم للوصول إلى بناء رياضياتي دقيق للمفاهيم المستهدفة، والتدرب على صياغة تعاريف لها، واستخلاص بعض الخواص والنتائج المتعلقة بها، واستعمال مبرهنات وإثبات صحة بعض منها.

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

التّمثيل بالمنظور متساوي القياس.

المستقيم والمستوي في الفضاء.

الأوضاع النسبية لـ: مستويين - مستقيم ومستو - مستقيمين.

التّوازي في الفضاء.

- المستقيمات المتوازية في الفضاء.
- المستويات المتوازية.
- المستقيمات والمستويات المتوازية.

التّعامد في الفضاء.

- تعامد المستقيمات في الفضاء.
- تعامد المستقيمات والمستويات.
- تعامد المستويات.
- المستوي المحوري لقطعة مستقيم.

الحجوم (تذكير)

- **طرائق وتمارين محلولة**

نقدم هنا من خلال ثمانية تمارين محلولة جملة من الطرائق التي ننتظر من التلاميذ اكتسابها لتكون لهم مفاتيح يستعملونها لحل مسائل مشابهة، أو محاكاتها لإيجاد طرائق حلّ مناسبة عندما يتعلق الأمر بمسائل من نوع جديد.

رقم النشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
.1	المستقيمات والمستوي في الفضاء.	• تعيين مستو بعدّة طرائق.	نجعل التلميذ يبرّر باستعمال البديهيات والتعاريف التي تعلّمها.
.2	التمثيل بالمنظور المتساوي القياس و الوضع النسبي لمستقيمين ومستقيم ومستوي	• توظيف بعض خواص التمثيل بالمنظور المتساوي القياس في التبرير. • إثبات أنّ مستقيمين غير متقاطعين. • إثبات أنّ مستقيما محتوى في مستو.	1. يلاحظ التلميذ أنّ إحدى الخواص غير محققة، ويعتمدها لتبرير جوابه. 2. نعتمد البرهان بالخلف، وذلك بدعوة التلاميذ إلى التفكير فيما يحدث لو كان المستقيمان*(AC)* و*(BD)* متقاطعين، ثمّ الاستنتاج.
.3	الأوضاع النسبية: مستقيمات ومستويات	• تحديد الوضع النّسبي لمستقيمات ومستويات.	1. تساعد بعض خواص متوازي المستطيلات التي يعرفها التلميذ من التعليم المتوسط في وضع التخمينات المناسبة، وتبريرها. 2. يستخلص التلميذ بعض الطرائق تكون مفاتيح لحلّ مسائل مشابهة.
.4	التّوازي: مستقيمات ومستويات	• كيف نبيّن أنّ مستقيمات أومستويات متوازية.	نجعل التلميذ يستغل بعض خواص متوازي المستطيلات في التبرير.
.5		• كيف نبيّن وحدانيّة وجود مستقيم يحقق خاصة معينة.	1. تطبيق خواص ونتائج الهندسة المستوية، لأنها تبقى صحيحة في أي مستو. 2. التأكيد بأنه ينبغي التحقق أولا من أنّ العناصر المطبق عليها من المستوي نفسه.
.6	التّعامد: مستقيمات	• كيف نبيّن أنّ مستقيما عمودي	لتبيين أنّ مستقيما عمودي على مستو نبيّن أنّه عمودي على

		على مستو.	مستقيمين متقاطعين في هذا المستوي، ويبقى العمل على تدريب التلاميذ على الكيفيات الآنجع والأنسب لاختيار هذين المستقيمين.
.7	ومستويات	• كيف نبيّن أنّ مستقيما عمودي على مستقيم في الفضاء.	كطريقة يمكن الاستفادة مما تعلّمه التلميذ من التمرين السابق، وبالتالي يعمل على إثبات أنّ أحد المستقيمين عمودي مستوي يشمل الآخر.
.8		• كيف نبيّن أنّ مستقيما عمودي على مستو.	وضعية شهيرة، وطريقة أخرى لإثبات أنّ مستقيما عمودي على مستو.

- **تعلّم البرهنة**

نقترح هذا النشاط على التلاميذ بهدف تمكنيهم من اكتساب كيفية للبرهان على الوجود والوحدانيّة واستعمال البرهان بالخلف.

- ينبغي أنّ تدرس عناصر التفكير حول الحلّ المدرجة أو ما يشبهها مع التلاميذ أثناء مرحلة التحليل، وأن نعمل على جعلهم يدركون أهميتها في البحث عن حلّ وتحريره.
- تستغل مثل هذه التمارين لتدريب التلاميذ على استعمال البرهان بالخلف، انطلاقا من نفي المطلوب.

- **حلّ مسألة إدماجية**

المسألة المعالجة مؤلّفة من جزأين مستقلين عن بعضهما، وهو اختيار تجنّبنا به طول النص. الجزء الأول منها يدمج جلّ المفاهيم التي تمّ تناولها في الدّرس، وأما الثاني فقد حرصنا على أنّ نبرز فيه الحسابات بمختلف أنواعها من أطوال ومساحات وحجوم إلى زوايا ونسب مثلثية.

إنّ معالجة هذه المسألة من قبل التلاميذ تمكنهم من تقييم مكتسباتهم المرتبطة بالكفاءات المستهدفة ودعمها وتعزيزها، كما أنها تمثل أحد المراجع التي يمكنهم العودة إليه كلما دعتهم الضرورة إلى ذلك.

▪ إرشادات وإجابات مختصرة للتمارين والمسائل

أصحيح أم خاطئ ؟

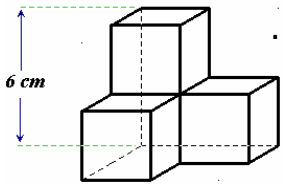
1. أ) صحيح. ب) خطأ. ج) خطأ. د) خطأ.

2. صحيح **3.** صحيح **4.** خطأ. **5.** صحيح **6.** خطأ.
7. صحيح **8.** صحيح **9.** خطأ. **10.** صحيح **11.** صحيح

12. خطأ. **13.** صحيح. **14.** صحيح.

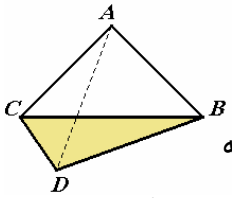
15. أ) خطأ. ب) صحيح. ج) خطأ. د) صحيح.

16. تمثيل الجزء الآخر للمكعب.

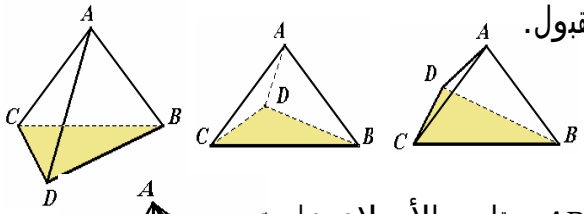


17. أ) خطأ. ب) خطأ. ج) صحيح. د) صحيح.

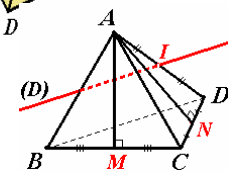
التّمثيل بالمنظور متساوي القياس



18.
أ. الحرف [*AD*] غير مرئي من قبل النّاظر، وجزء منه يخفيه المستوي *(BCD)*.
ب. بما أنّ الوجه *(ABC)* يقع في مستوي الواجهة، يكفي التحقق من أنّ: *AB=AC* و *BAC* قائمة.
ج. كلّ من التّمثيلات الآتية مقبول.

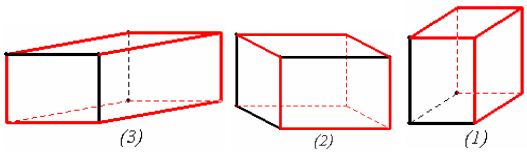


19.
أ. يمكن التحقق من أنّ المثلّث *ABC* متقايس الأضلاع على الرسم.
ب. رسم المستقيم *(D)* الموازي *(BD)* الذي يشمل *I*.

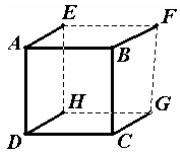


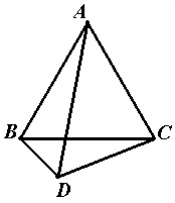
ج.
1. في المثلث *ABC* المستقيم *(AM)* هو متوسط، ومنصّف، وارتفاع.
2. في المثلث *ACD* المستقيم *(AN)* هو متوسط، ومنصّف، وارتفاع.

20. إكمال الشّكل.

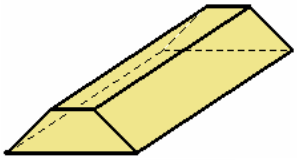


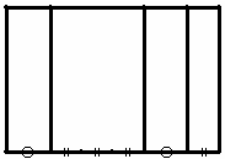
21.
الأخطاء المرتكبة في تمثيل:
المكعب: رسم $[EF]$ و $[FG]$ متقطعة، رسم $[DH]$ غير متقطع،رسم (BF) و (AE) غير متوازيين، رسم (EH) و (FG) غير متوازيين.
رباعي الوجوه: رسم كلّ من $[AD]$ و $[BC]$ بخط غير متقطع.



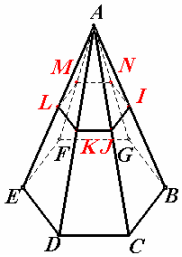


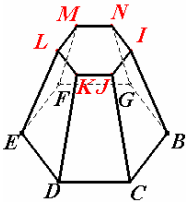
22.
أ. الجزء المقطوع يمثّل موشورا قائما قاعدته شبه منحرف متساوي السّاقين.
ب. القاعدة هي التي تقع في مستوي الواجهة.
ج. التّمثيل والتّصميم:



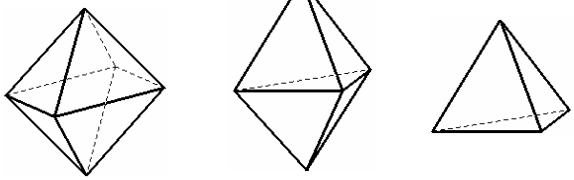


23. المجسم $BCDEFGIJKLMN$ هو





24.



(3) (2) (1)

الأوضاع النسبية: لمستقيم ومستو - لمستقيمين - لمستويين

25.
أ. المستقيم (MN) محتوى في المستوي (BCF)، لأنّ كلّ من النقطتين M ، N تنتمي إلى المستوي (BCF).
ب. المستقيم (MN) والمستوي $(ABFE)$ متقاطعان في النّقطة N، لأنّ المستوي (BCF) يشمل نقطة من المستقيم هي النّقطة N ولا يشمل النّقطة M.

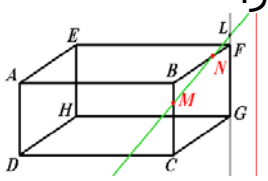
ج. المستقيم (MN) والمستوي $(ADHE)$ متوازيان لأنّ المستقيم (MN) محتوى في المستوي $(ADHE)$ الموازي للمستوي $(ADHE)$.

د. المستقيم (MN) والمستقيم (CG) متقاطعان، لأنهما من نفس المستوي (BCF) وغير متوازيين .

هـ. المستقيم (EB) والمستقيم (HC) متوازيان، لأنّ $EBCH$ متوازي أضلاع(فيه ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوازيان).

و. المستوي (NBM) والمستوي (BEH) متقاطعان في المستقيم (BC)، لأنّهما يشتركان في (BC)، كما أنه توجد نقطة على الأقل تنتمي إلى أحدهما ولا تنتمي إلى الآخر(أي أنهما غير متطابقين)

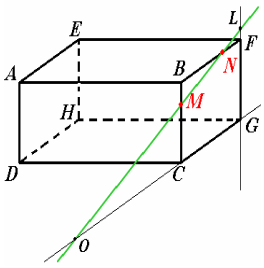
ز. المستوي (NBM) والمستوي (AEH)متوازيان، لأنّه يوجد في أحدهما مستقيمن متقاطعين كلّ منهما يوازي المستوي الآخر.



26. المستقيمان (MN) و(AB) ليسا من نفس المستوي، لأنّهما غير متقاطعين(المستقيم (AB) يقطع المستوي (BCF) الذي يشمل (MN) في النّقطة B التي لا تنتمي إلى (MN))، وغير متوازيين.

27. المستقيمان (MN) و(EF) ليسا من نفس المستوي، لأنّهما غير متقاطعين (المستقيم (MN) يقطع المستوي (EFG) الذي يشمل (EF) في النّقطة L التي تنتمي إلى (FG) ولا تنتمي إلى (EF))، وغير متوازيين.

28.

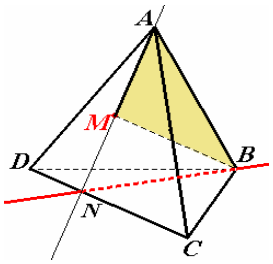


أ. (MN) و(ABE) متقاطعان في النّقطة N.

ب. (MN) و(DCH) متقاطعان في النّقطة O (حيث O هي تقاطع (MN) و (CG)) لأنّ (CG) محتوى في المستوي (DCH).

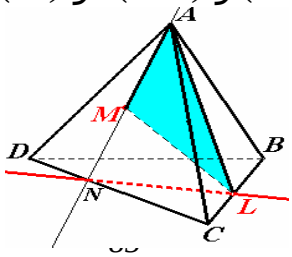
ج. (MN) و(EFG) متقاطعان في النّقطة L (حيث L هي تقاطع (MN) و (FG)) لأنّ (FG) محتوى في المستوي (EFG).

29.

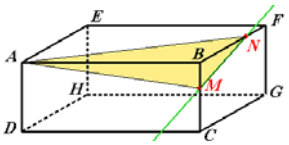


أ. (AM) يقطع (DC) في النّقطة N . ومنه تقاطع المستويين (BDC) و (ABM) هو (BN).

ب. تقاطع المستويين (BDC) و (ALM) هو (LN).

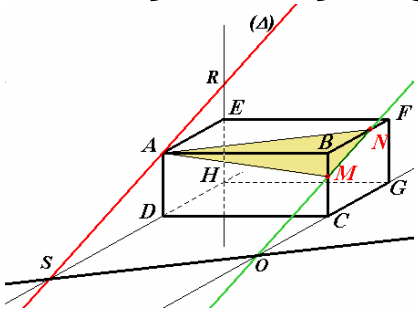


30. تقاطع المستوي (ANM) مع:



1. المستوي (BCF) هو المستقيم (MN).
2. المستوي (ABF) هو المستقيم (AN).
3. المستوي (ABC) هو المستقيم (AM).
4. المستوي (ADE)

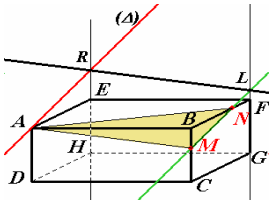
نرسم المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A ويوازي (MN)، إنّ (Δ) محتوى في المستوي (AMN)، ومحتوى في المستوي (ADE)، (ويقطع (EH) في النّقطة R ويقطع المستقيم (HD) في النّقطة S)، المستقيم (Δ) هو تقاطع المستويين (AMN) و (ADE).



5. المستوي (HDC)

(Δ) و (MN) من المستوي (AMN) يقطعان (HD) و (GC) من المستوي (HDC) في النقطتين S و O على التّرتيب، ومنه المستقيم (SO) هو تقاطع المستويين (AMN) و (HDC).

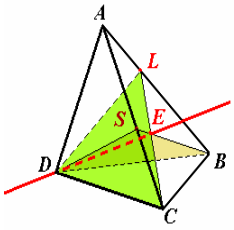
6. المستوي (EFG)



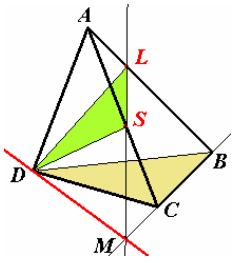
(Δ) و (MN) من المستوي (AMN) يقطعان (EH) و (FG) من المستوي (EFG) في النقطتين R و L على التّرتيب، ومنه المستقيم (LR) هو تقاطع المستويين (AMN) و (EFG).

31. عدد المستويات التي تعيّنها النّقط الخمس هو 10 وعدد المستقيمات هو 10.

32.



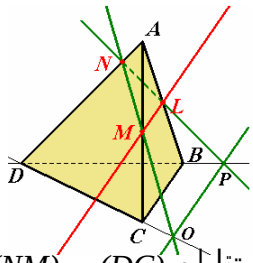
أ. النّقطة D تنتمي إلى المستوين (DBS) و(DCL) وهما غير متطابقين (النّقطة C تنتمي إلى (DCL) ولا تنتمي إلى (DBS)) فهما متقاطعان في مستقيم يشمل النّقطة D.
لتكن E تقاطع $[BS]$ ، $[LC]$، ومنه (DE) هو مستقيم تقاطع المستوين (DBS) و(DCL).



ب. واضح أنّ المستويين (DSL) و(DBC) متقاطعان في مستقيم يشمل النّقطة D.

(BC) و (LS) من نفس المستوي (ABC) وغير متوازيين،
لتكن M نقطة تقاطعهما، ومنه المستويان (DSL) و(DBC)
متقاطعان في (DM).

33.

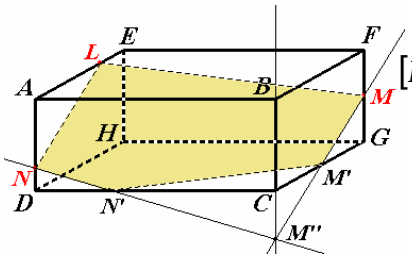


المستقيم (ML) لا يقطع المستوي (BCD)، لأنّ $(ML)//(BC)$
فهو يوازي المستوي (BCD).

أ. تقاطع المستوي (NML) مع:

1. المستوي (ADC) هو المستقيم (MN).
2. المستوي (ABD) هو المستقيم (LN).
3. المستوي (BCD) هو المستقيم (OP) حيث O هي نقطة تقاطع (DC) و (NM)، و P هي نقطة تقاطع (BD) و (LN).

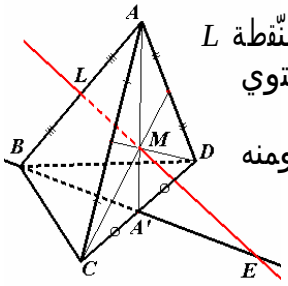
34. نرسم المستقيم الموازي لـ (LN) الذي يشمل النّقطة M، فيقطع $[CG]$ في النّقطة M' ، و $[BC]$ في النّقطة M''، نرسم (NM'') فيقطع (DC) في النّقطة N'. يمكن التّحقق بسهولة أنّ تقاطع المستوي (LMN) ومتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$هو الحيّز $LMM'N'N$.



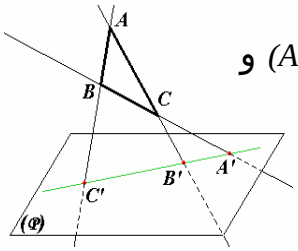
35.

أ. (LM) و (BA') غير متوازيين (في المثلّث ABA' النّقطة L منتصف $[AB]$ و $AM=2MA'$) وهما من نفس المستوي (ABA')، فهما متقاطعان في نقطة لتكن E.
E تنتمي إلى المستوي (BCD) و L لا تنتمي إليه، ومنه المستقيم (LM) يقطع المستوي (BCD) في E

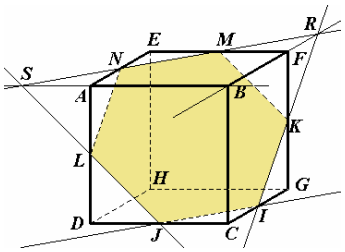
ب. M هي مركز ثقل المثلّث ABE ، ومنه A' منتصف $[BE]$ والرّباعي $DBCE$ متوازي أضلاع.



36. النّقط C'، B'، A' تنتمي إلى كلّ من المستويين (ABC) و (P) غير المتطابقين، فهي تنتمي إلى مستقيم تقاطعهما، وبالتالي فهي على استقامة واحدة.



37. نرسم المستقيم الموازي لـ (MN) ، إنه محتوى في المستوي (DCG) ويقطع $[CG]$ في النّقطة I (I منتصف $[CG]$).



المستقيمان (AB) و (MN) من نفس المستوي (ABE) وغير متوازيين لتكن S نقطة تقاطعهما. المستقيمان (SJ) و (AD) من نفس المستوي (ABC) وغير متوازيين لتكن L نقطة تقاطعهما.

بنفس الطريقة ننشئ النقطتين R و K.

إن المستوي (MNJ) والمكعّب $ABCDEFGH$ متقاطعان في الحيّز $LJIKMN$.

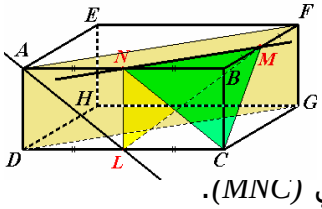
إن $SAME$ متوازي أضلاع منه $SAJD$ متوازي أضلاع، ومنه L منتصف $[AD]$ ، وبنفس الطريقة نجد K منتصف $[FG]$.

ومنه المضلع $LJIKMN$ سداسي منتظم.

التّوازي: مستقيمان - مستويان- مستقيم ومستو

- -

38.

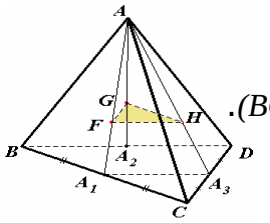


أ. $(MN)//(DG)$، لأنّ $(MN)//(AF)$ و $(DG)//(AF)$

ب. $(AD)//(LN)$، ومنه كلّ من (MN) و (LN) يوازي المستوي (AFD)، ومنه المستوي (NLM) يوازي المستوي (ADF).

ج. $(NC)//(AL)$ ومنه المستقيم (AL) يوازي المستوي (MNC).

39.

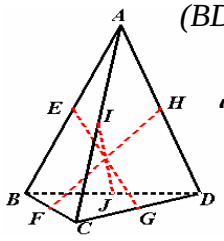


أ. بتطبيق عكس مبرهنة طالس في المثلّث AA_1A_3 نجد $(HF)//(A_1A_3)$ ومنه المستقيم (HF) يوازي المستوي (BCD).

ب. بنفس الطريقة نجد أنّ المستقيم (GH) يوازي المستوي (BCD)، ومنه المستويان (BCD) و (FGH) متوازيان.

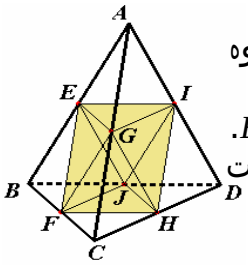
40.

أ. بتطبيق مبرهنة مستقيم المنتصفين في مثلّث نجد أنّ كلاّ من المستقيمات (EI) و (IH) و (EH) يوازي (BC) و (CD) و (BD) على التّرتيب، ومنه فإنّ كلاّ منها يوازي المستوي (BCD).



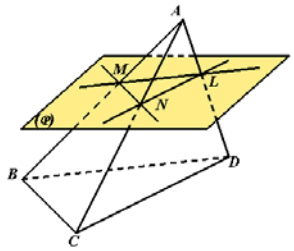
ب. كلّ من $EIJG$ و $EHFG$ متوازي أضلاع، ومنه للقطع $[IJ]$، $[FH]$، $[EG]$ نفس المنتصف.

41.

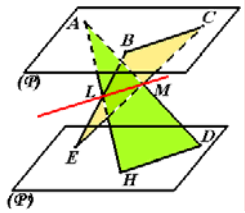


النّقط E و F و G و H و I و J تنتمي إلى أحرف رباعي الوجوه فهي تعيّن سداسي وجوه أربع منها محمولة على أوجه رباعي الوجوه $ABCD$، والوجهان الخامس والسادس هما: GFH و EGI.
بتطبيق مبرهنة مستقيم المنتصفين في مثلّث، وحيث أنّ كلّ مثلثات الشّكل متقايسة الأضلاع، نجد أنّ أحرف سداسي الوجوه متقايسة وكل منها طوله يساوي نصف طول حرف رباعي الوجوه.

42. نفرض أنّ N و L تقاطع (P) مع $[AC]$ و $[AD]$ على التّرتيب، إنّ $(MN)//(BC)$ و $(ML)//(BD)$ (خاصية مستو يقطع مستويين متقاطعين)

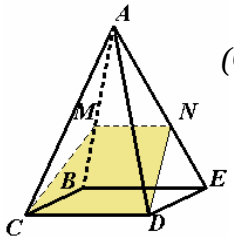


43.



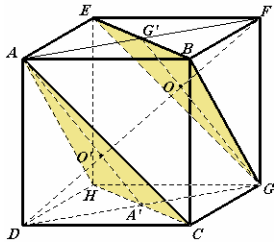
ب. المستقيم (BC) يوازي المستوي (AHD) لأنّ $(BC)//(HD)$، ومنه المستوي (EBC) يقطع المستوي (AHD) في مستقيم (LM) يوازي (BC)، ومنه (LM) يوازي (P).
بنفس الطريقة نبيّن أنّ (LM) يوازي (P').

44.



المستقيم (CD) يوازي المستوي (ABE) لأنّ $(CD)//(BE)$ ومنه المستوي (CDN) يقطع المستوي (ABE) في مستقيم (MN) يوازي (CD)، ومنه الرّباعي $DCNM$ هو شبه منحرف.

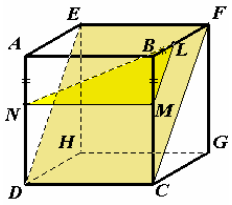
45.



أ. المستويان (BGE) و (ACH) متوازيان لأنّ كلّ من (AC) و (AH) يوازي المستوي (BGE) (كلّ من $ACGE$ ، $AHGB$ متوازي أضلاع).
ب. المستوي $(AFGD)$ يقطع كلاّ من المستويين (BGE) و (ACH) في (GG') و (AA') على التّرتيب، حيث G' منتصف $[EB]$ و A' منتصف $[CH]$، و$AG'GA'$ متوازي أضلاع، نسمي O و O' تقاطع $[FD]$ مع $[GG']$ و $[AA']$ على الترتيب.

بتطبيق مبرهنة مستقيم المنتصفين مرّة في المثلّث AFO'، وأخرى في المثلّث DGO نجد المطلوب.

46.

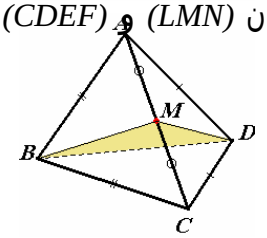


أ. المستويان (LMN) و $(CDEF)$ متوازيان لأنّ كلاً من (ML) و (MN) يوازي المستوي $(CDEF)$ ($(ML)//(CF)$ و $(MN)//(DC)$).

ب. عندما تنطبق النقطة L على النّقطة F ينطبق المستويان (LMN) و $(CDEF)$.

تعامد: مستقيمان - مستقيم ومستو - مستويان

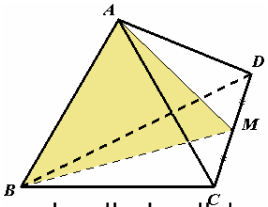
47.



أ. المستقيم (AC) عمودي على المستوي (BDM) لأنّ $(DM)\perp(AC)$ و $(BM)\perp(AC)$ (خاصية المتوسط في مثلّث متساوي السّاقين)

ب. من(أ) نستنتج أنّ (AC) عمودي على كلّ مستقيم في المستوي (BDM) وبالتالي فهو عمودي على (BD)

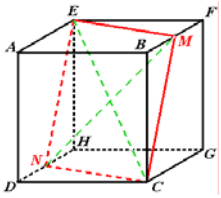
48.



أ. (AM) متوسط في المثلّث متقايس الأضلاع ADC ومنه $(CD)\perp(AM)$، وبنفس الطريقة نجد أنّ $(BM)\perp(CD)$، ومنه فإنّ المستقيم (CD) عمودي على المستوي (ABM).

ب. بسهولة نستطيع أنّ نبيّن أنّ المستوي (ABM) هو مجموعة نقط الفضاء المتساوية المسافة عن طرفي قطعة المستقيم $[CD]$.

49.



أ. الرّباعي $MFND$ متوازي أضلاع، قطراه $[MN]$ و $[DF]$ متناصفان

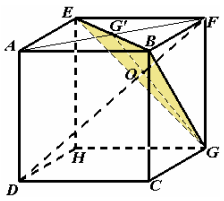
الرّباعي $CDEF$ متوازي أضلاع، قطراه $[EC]$ و $[DF]$ متناصفان.

ومنه $[MN]$ و $[EC]$ متناصفان، والرباعي $EMCN$ متوازي أضلاع، النّقط E، M، C، N تنتمي إلى نفس المستوي.

ب. يمكن حساب أطوال أضلاع الرّباعي $EMCN$ بدلالة طول حرف المكعب والتأكد من أنّ الرّباعي $EMCN$ معيّن، ومنه $(EC)\perp(MN)$

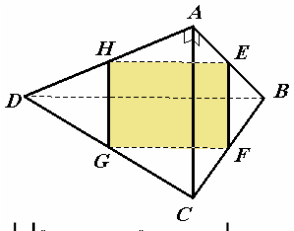
50. وجود مستقيم في أحد المستويين عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي الآخر.

.51



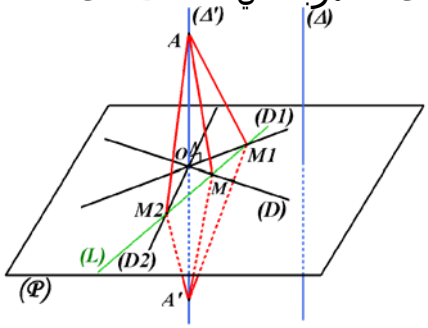
- لدينا $(AF)\perp(EB)$ لأنّ $ABFE$ مربّع، و $(EB)\perp(AD)$ لأنّ (AD) عمودي على المستوي (ABE) فهو عمودي على كلّ مستقيم فيه. ومنه (EB) عمودي على المستوي (AFD) وبالتالي فهو عمودي على (DF) ... (1)
  بنفس الطريقة نبيّن أنّ (BG) عمودي على (DF) ... (2)
  من (1) و(2) نجد أنّ (DF) عمودي على المستوي (BGE)
- المستوي (AFD) يقطع المستوي (BGE) في (GG') حيث G' تقاطع $[EB]$ و $[AF]$، ومنه (DF) يقطع المستوي (BGE) في النّقطة O نقطة تقاطع (DF) و$[GG']$. يمكن الاستفادة من التّمرين رقم45 والتحقق من أنّ O هي مركز ثقل المثلّث EBG.

.52



أ. إن $(EF)//(AC)$ و $AC=2EF$ وكذلك $(HG)//(AC)$ و$AC=2HG$، ومنه فإنّ $(EF)//(HG)$ و$EF=HG$، والرّباعي $EFGH$ متوازي أضلاع.
إن (AC) عمودي على المستوي (ABD) لأنّه عمودي على مستقيمين متقاطعين فيه، ومنه $(AC)\perp(HE)$ وبالتالي $(FE)\perp(HE)$، والرّباعي $EFGH$ مستطيل.
ب. بما أنّ $BD=2HE$ ، ومنه يكون الرّباعي $EFGH$ مربّعا في حالة $AC=BD$.

.53

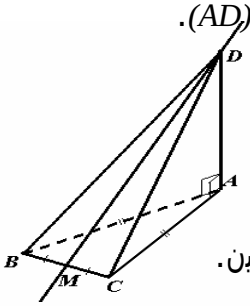


ليكن (D_1) و (D_2) مستقيمين من المستوي (P) متقاطعين في النقطة O، والمستقيم (Δ) عموديا على كلّ منهما، وليكن (D) مستقيم من (P).
لنبيّن أنّ (Δ) عمودي على (D).
توجد حالتان:
1. (D) يشمل النقطة O.
نرسم من النقطة O المستقيم (Δ') الموازي للمستقيم (Δ)، إن (Δ') عمودي على كلّ من (D) و (D'). يكفي الآن أنّ نبيّن أنّ (Δ') عموديا على (D).
نعلّم على (Δ') نقطتين A و A' متناظرتين بالنّسبة الى النقطة O، ونرسم مستقيما (L) يقطع المستقيمات (D_1) و (D_2) و (D) في النقط M_1 و M_2 و M على التّرتيب.
لنبيّن أنّ المثلّث AMA' متساوي السّاقين:
المثلثان AM_1M_2 و$A'M_1M_2$ متقايسان لأنّ: $AM_1=A'M_1$ ((D_1) محور $[AA']$)
و $AM_2=A'M_2$ ((D_2) محور $[AA']$) وM_1M_2 مشترك، ومنه $AM_2M=A'M_2M$ .. (1)

المثلثان AMM_2 و$A'MM_2$ متقايسان لأنّ: $AM_2M = A'M_2M$ من (1) و$AM_2 = A'M_2$
((D_2) محور $[AA']$) و MM_2 مشترك، ومنه $AM = A'M$.
وبالتالي المثلّث AMA' متساوي السّاقين.
وبما أنّ (OM) (أي (D)) يشمل منتصف الضلع $[AA']$، فإنّ (D) عمودي على (AA') (أي (Δ'))
ومنه فإنّ (Δ) عمودي على (D).
2. (D) لا يشمل النقطة O.
يوجد في (P) مستقيم (D') يشمل النقطة O ويوازي (D). إنّ (Δ) عمودي على (D') حسب ما سبق، ومنه (Δ) عمودي على (D).

54.

أ. إن (AD) عمودي على المستوي (ABC)، ومنه فإنّ $(AD)\perp(BC)$.

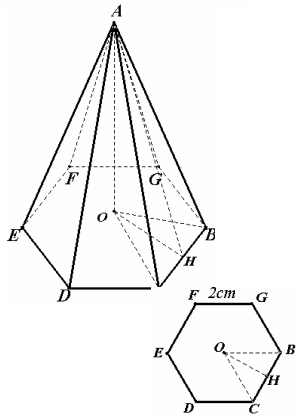


وبما أنّ المثلّث
ABC متساوي السّاقين وM منتصف
$[BC]$ فإنّ $(BC)\perp(AM)$ ، ومنه فإنّ
(BC) عمودي على المستوي (AMD). ومنه
$(BC)\perp(MD)$.

ب.بما أنّ (MD) محور $[BC]$ فإنّ المثلّث BCD متساوي السّاقين.

أطوال - مساحات - حجوم

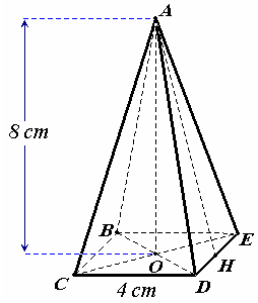
55.



لدينا $OH = \sqrt{3}$ و $AH = \sqrt{35}$ و $AO = \sqrt{32}$
مساحة القاعدة تساوي $A_1 = 6\sqrt{3} = 10{,}39\,cm^2$
المساحة الجانبية تساوي $A_2 = 6\sqrt{35} = 35{,}50\ cm^2$
المساحة الكلية تساوي:
$A_1 + A_2 = 6\sqrt{3} + 6\sqrt{35} = 45{,}89\ cm^2$
الحجم يساوي $V = 6\sqrt{3} \times \sqrt{32} = 59{,}79\ cm^3$

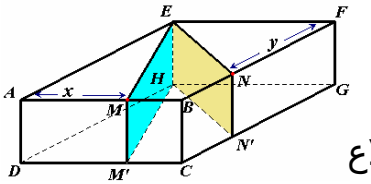
56.

أ. كلّ من المثلثات ABC ، ACD ، ADE ، ABE قائم ، ومتقايسة فيما بينها، ومنه $AB=AC=AD=AE$.



ب.طول الحرف الجانبي للهرم $ABCDE$ يساوي:
لدينا $OB = 2\sqrt{2}$ ومنه $AB = 6\sqrt{2} = 8{,}49\ cm$
و $AH = 2\sqrt{17} = 8{,}25\ cm$
ج. المساحة الجانبية تساوي $A = 16\sqrt{17} = 65{,}97 cm^2$
الحجم يساوي $V = 42{,}67\ cm^3$

57.



أ) لتكن M' تقاطع المستوي (EMH) و المستوي (DCG) و N' تقاطع المستوي (ENH) و المستوي (DCG).
إنّ كلاً من $EMM'H$ ، $ENN'H$ متوازي أضلاع و$(HM')\perp(EH)$ و$(HN')\perp(EH)$، ومنه فإنّ كلاً من $EMM'H$ ، $ENN'H$ مستطيل.

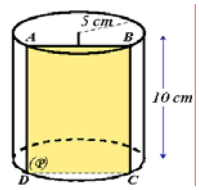
ب) نحسب x من المعادلة $\frac{1}{2}x\times 18\times 3{,}5 = \frac{1}{3}\times 567$

ومنه $x = 6\ cm$

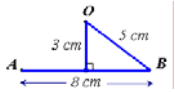
نحسب y من المعادلة $\frac{1}{2}y\times 9\times 3{,}5 = \frac{1}{3}\times 567$

ومنه $y = 12\ cm$

58.



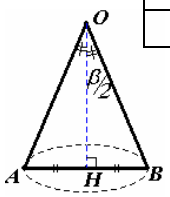
ب) نبيّن أنّ $(AB)//(CD)$ و $AB=CD$ وبما أنّ المستوي (P) عمودي على مستويي القاعدتين فإنّ $ABCD$ مستطيل.
لدينا $AB = 2\sqrt{25-9} = 8\ cm$



مساحة $ABCD$ تساوي: $A = 8\times 10 = 80\ cm^2$

59. باستعمال جدول التناسبية الآتي

$360°$	α
$2\,a\,\pi$	$2\,r\,\pi$



1. نجد $\alpha\ a = 360\ r$
2. $r = \frac{a}{4} = 2{,}5\ cm$
3. $\sin\frac{\beta}{2} = \frac{BH}{BO} = 0{,}25$ ومنه $\beta \approx 29°$

60.

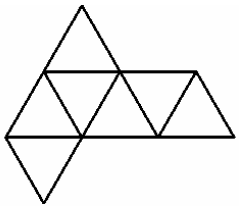
أ) بتطبيق مبرهنة مستقيم المنتصفين نجد أنّ أحرف المجسّم $MIJKLN$ متقايسة.

ب) طول حرف المجسّم $MIJKLN$ يساوي $a\frac{\sqrt{2}}{2}$

ج) من (أ) نجد أيضا أنّ الرّباعي $IJKL$ مربّع و للقطع $[AB]$، $[AB]$ نفس $[AB]$ المنتصف ، و (MN) عمودي على المستوي $(IJKL)$، ومنه حجم المجسّم $IJKL$ يساوي: $2\left[\frac{1}{3}\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\times a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\frac{a}{2}\right] = \frac{a^3}{6}$

النّسبة بين حجم $MIJKLN$ وحجم المكعب $ABCDEFGH$ تساوي $\frac{1}{6}$

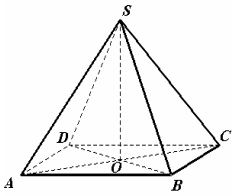
د) تصميم للمجسّم $MIJKLN$.



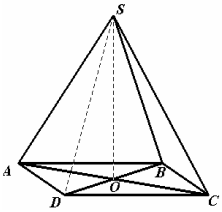
المسائل

.61

.1



المشاهد ونقطة S فوق المستوي (ABC)



المشاهد ونقطة S في جهتين مختلفتين بالنّسبة إلى المستوي (ABC)

ب) في الشّكل يبدو الرّباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

ج) المستوي (SBD) يشمل (SO) (العمودي على المستوي $(ABCD)$)، ومنه فإنّ المستويين $(ABCD)$ و (SBD) متعامدان.

المستويان (SAC) و (SBD) غير متعامدان، لأنّ المستوي $(ABCD)$ يقطعهما في مستقيمين غير متعامدين (AC) و(BD).

- يمكن افتراض أنهما متعامدان والوصول إلى تناقض في المستطيل $ABCD$.

د) المستويان (DCS) و (ABS) مشتركان في النّقطة S وغير منطبقين(توجد نقطة من أحدهما لا تنتمي إلى الآخر) فهما متقاطعان في مستقيم يشمل النّقطة S.

<u>إنشاء تقاطع المستويين (DCS) و (ABS)</u> المستقيم (AB) يوازي كلاّ من المستويين (DCS) و (ABS) ، فهو يوازي مستقيم تقاطعهما، والإنشاء يتم برسم المستقيم الموازي لـ (AB) الذّي يشمل S.

هـ) إن $SA = SB = SC = SD$ و $AB = DC$ و $AD = BC$ ومنه المطلوب.

.2

أ) إنّ $AO=\frac{1}{2}\sqrt{8^2+6^2}=5cm$ ومنه

$$SA=\sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2+5^2}=10cm$$

ب) لدينا $\sin(SAO)=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ومنه $SAO=60°$

ج) ليكن S' و S'' المسقطان العموديان للنّقطة S على كلّ من $[AB]$ و $[BC]$.

إنّ $SS'=2\sqrt{21}$ و $SS''=\sqrt{91}$ ومنه الكلية للمجسّم $SABCD$ تساوي:

$$A=2\times\left(8\sqrt{21}+3\sqrt{91}\right)+8\times6=178{,}56\ cm^2$$

وحجمه يساوي

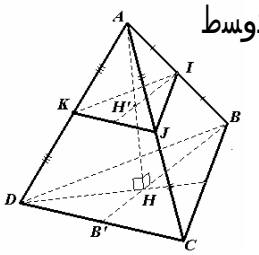
$$V=5\sqrt{3}\times8\times6=415{,}69\ cm^3$$

.62

1.

أ) لدينا $(BC)\perp(AH)$ لأنّ (AH) عمودي على المستوي (BCD) . و(BC) عمودي على (AD) لأنّ (BC) عمودي على المستوي الذّي يشمل (AD) ومنتصف $[BC]$ (البرهان بسيط)

ومنه (BC) عمودي على المستوي (AHD)، فهو عمودي على (DH)، لكن المثلّث BCD متقايس الأضلاع ، ومنه (DH) متوسط فيه.



بنفس الطريقة نبيّن أنّ (BH) متوسط في المثلّث BCD.

ومنه فأنّ النّقطة H هي مركز ثقل المثلّث BCD.

ب) لدينا $BB'=a\frac{\sqrt{3}}{2}$ ومنه $BH=a\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $AH=a\frac{\sqrt{6}}{3}$

ج) $\cos(ABH)=\frac{BH}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ومنه $ABH=55°$

2.

أ) كلّ من (IJ) و (JK) يوازي المستوي (BCD) ، ومنه المستويان (IJK) و (BCD) متوازيان.

ب)لتكن H' تقاطع (AH) والمستوي (IJK)، إن $(IH)//(BH)$ لأنّ المستويين (IJK) و (BCD) متوازيان، والمستوي (ABH) يقطعهما في (IH) و (BH) على التّرتيب، ثمّ بتطبيق مبرهنة مستقيم المنتصفين في المثلّث ABH نجد أنّ H' منتصف $[AH]$.

ج) المجسّم $AIJK$ هو رباعي وجوه منتظم طول حرفه $\frac{a}{2}$

د) المساحة الكلية لرباعي الوجوه $ABCD$:

لدينا $AB'=a\frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه المساحة الكلية تساوي: $A = a^2\sqrt{3}$

الحجم يساوي: $V = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)\times\frac{a\sqrt{6}}{3}\right] = \frac{\sqrt{2}}{24}a^3$

هـ) المساحة الكلية للمجسّم $IJKBCD$:

لدينا $\frac{AB'}{2} = a\frac{\sqrt{3}}{4}$

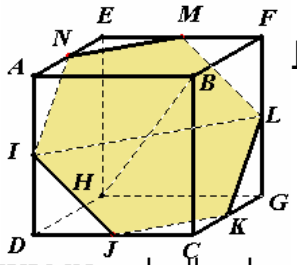
ومنه المساحة الكلية تساوي: $A = \frac{13\sqrt{3}}{16}a^2$

الحجم يساوي:

$$V = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)\times\frac{a\sqrt{6}}{3}\right] - \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{4}\times\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)\times\frac{a\sqrt{6}}{6}\right]$$

$$= a^3\frac{7\sqrt{2}}{192}$$

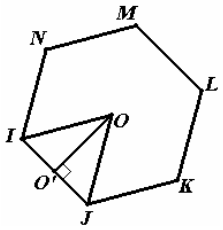
63.



أ) إنّ $(MN)//(KJ)$ و$(NI)//(LK)$ و$(IJ)//(ML)$ ومنه النّقط I، J، K، L، M، N تنتمي إلى نفس المستوي.

ب)الشّكل $IJKLMN$ سداسي منتظم(طول ضلعه يساوي $3\sqrt{2}\,cm$

إنّ $OO' = \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}\,cm$ ومنه مساحة السداسي $IJKLMN$ تساوي:



$$A = 6\times\left(\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}\right) = 27\sqrt{3} \approx 46{,}77\ cm^2$$

ج) $BI = BJ = BK = BL = BM = BN$

$$= \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 6{,}71cm$$

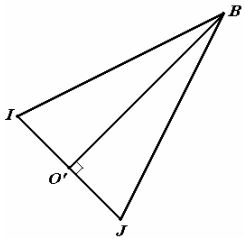
وكذلك $HI = HJ = HK = HL = HM = HN$

$$= \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 6{,}71cm$$

د) من الجزء (ج)، وبما أنّ للقطع $[IL]$، $[JM]$، $[KN]$، $[BH]$ نفس المنتصف فإنّ المستوي $(KLMNIJ)$ هو مستوي محور للقطعة $[AB]$ ومنه (BH) عمودي على المستوي $(IJKLMN)$، ونقطة تقاطعهما هي مركز المكعّب.

هـ) المجسّم $BIJKLMN$ هو هرم أحرفه الجانبية متقايسة وقاعدته سداسي منتظم، ارتفاعه $\frac{BH}{2} = 3\sqrt{3}\ cm$.

حجمه يساوي $V = 6\times\left(\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)\times 3\sqrt{3} = 243\,cm^3$



إنّ $BJ=\sqrt{45}$ ومنه $BO'=\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ومنه المساحة الكلية تساوي

$$A = 6\times\left(\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\frac{9\sqrt{2}}{2}\right) = 81\ cm^2$$

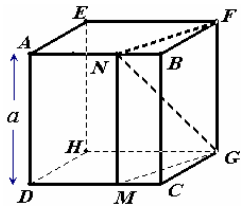
.64

أ. المستقيم الموازي لـ *(GF)* الذّي يشمل النّقطة *N* يقطع [*CD*] في النّقطة *M*. تقاطع المستوي*(FGN)* مع المستوي *(ABCD)* هو*(MN)* ومع المستوي *(DCGH)* هو *(GM)*

ب. $FN=a\frac{\sqrt{10}}{3}$ ، $GN=a\frac{\sqrt{19}}{3}$

ج. المجسّم *BFNCGM* هو موشور قائم قاعدته مثلّث قائم *CGM*.

د. المساحة الكلية للمجسّم *BFNCGM* تساوي:



$$\mathcal{A}=a\left(\frac{a}{3}+a+\frac{a\sqrt{10}}{3}\right)+a\times\frac{a}{3}$$
$$=\frac{5+\sqrt{10}}{3}\,a^2\ cm^2$$

حجم المجسّم *BFNCGM* يساوي: $\mathcal{V}=\frac{1}{6}\,a^3\ cm^3$

- **ترابط لمقاطع من الدّرس**

الدّرس	الأنشطة	رقم النشاط في مقطع الطرائق والتمارين المحلولة	تعلم البرهان	ت.إ.ا
التّمثيل بالمنظور متساوي القياس.	4 – 3 – 2	2		
المستقيم والمستوي في الفضاء.	7 – 6 – 5	1		
الأوضاع النسبية لـ: مستويين - مستقيم ومستو - مستقيمين.		3		
التّوازي في الفضاء.		5 – 4		
التّعامد في الفضاء.		6		
الحجوم (تذكير)	4 – 1	–		

8- الهندسة المستوية

يتعلق الآمر في هذا الباب بإعادة تناول الكفاءات المستهدفة في التّعليم المتوسط للدّعم والتّعزيز والتّوسع، بغية التّحكم فيها من ناحية، وامتلاكها كأدوات لحلّ مشكلات من ناحية أخرى، وذلك في المجالات الآتية:

- متوازي الأضلاع، ومتوازيات الأضلاع الخاصية: المستطيل، المربّع، المعيّن.
- المثلّثات الخاصية، والمستقيمات الخاصية في مثلّث.
- الزّوايا والدّائرة.
- نظريتي طالس وفيثاغورس وعكس كلّ منهما، وتوظيفها في حلّ مسائل هندسيّة.
- النّسب الثلثية.
- المثلثات المتقايسة والمثلثات المتشابهة.
- التّحويلات النّقطية.

لذا فإنّ نقطة البدء، قبل الشّروع في تقديم مفهوم ما في هذا المجال، هي تحديد مكتسبات التّلاميذ حول هذا المفهوم، والتّحقق من مدى تحكّمهم في المعارف والمهارات التّي يمتلكون، وجعلها أرضية للعمل معهم لتحقيق الكفاءات المذكورة أدناه.

يتيح هذا الباب الفرصة لمواصلة تعلم البرهان واستعمال مفردات المنطق (الاستلزام، الاستلزام العكسي،التّكافؤ)، ويمكن استغلال براهين الخواص المشتركة للتحويلات النّقطية (المحافظة على استقامية النّقط، التّوازي، الأطوال، المساحات، أقياس الزّوايا)، وتوظيفها في البحث عن محال هندسية أو إنشاءات هندسية.

- **الكفاءات المستهدفة**

ينتظر من التّلميذ في نهاية هذا الباب امتلاك أدوات متعلقة بالهندسة المستوية، والتّحكم فيها بحيث يكون قادرا على توظيفها لحل مشكلات في شتّى المجالات والميادين المرتبطة بها، وهي متضمنة في الكفاءات الآتية:

الكفاءات	تعاليق
• حل مشكلات توظف فيها خواص الأشكال الهندسية المألوفة.	• الأشكال الهندسية المألوفة، هي التّي تناولها التّلميذ في مرحلة التّعليم المتوسط وهي: الرّباعيات مثل: متوازي الأضلاع، المعين، المستطيل، المربع، ... إلخ، والمثلثات المستقيمات الخاصة في المثلث، الدّائرة، القرص. • إنّ خواص الأشكال الهندسية المألوفة تعتبر من المكتسبات القبلية، لذا فإنّ التّركيز يكون على توظيف هذه الخواص في حلّ مشكلات.

• توظيف مبرهنتي طالس وفيثاغورس وعكس كل منهما لحل مشكلات.	• بعد التّذكير بالمبرهنتين المذكورتين، يكون التّركيز على توظيفهما وكذا توظيف عكس كل منهما في وضعيات مختلفة ومتنوعة، بهدف التّحكم فيها واكتسابها كأدوات لحل مشكلات.
• اختيار مقياس للتعرف على المثلثات المتقايسة.	• حتى نضمن تحقيق الكفاءة المستهدفة، ينبغي التّدرج في اختيار المقياس الأنسب للتعرف على المثلثات المتقايسة أو المتشابهة، والانطلاق من الممارسة اليدوية، وتمكين التّلاميذ من التّحقق باستعمال مختلف الوسائل الهندسية، من ثمّ يشرع في التّوسع الرّياضياتي.
• اختيار مقياس للتعرف على المثلثات المتشابهة.	
• استعمال التّحويلات النّقطية وخواص الأشكال الهندسية المألوفة لحل مسائل.	• يُكتفى بالدّراسة الهندسية للتناظر المحوري، التّناظر المركزي، الانسحاب، الدّوران دون أية دراسة تحليلية. • يكون العمل على اكتساب خواص التّحويلات وتوظيفها لحل مشكلات.

- **هيكلة الباب**

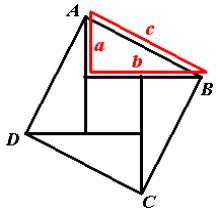
  - **الأنشطة**

تحتوي هذه الفقرة على ثمانية أنشطة، حرصنا في بنائها على أنّ تضمن معالجتها استذكار بعض المعارف أو المهارات، والتمهيد لاستكشاف وبناء المفاهيم المستهدفة، وهي مرتبة حسب ترتيب تناول المفاهيم المقدمة في الدرس.

رقم النّشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	◎ توظيف بعض خواص متوازي الأضلاع.	• يستغل هذا النّوع من الأنشطة لتذكّر بعض خواص متوازي الأضلاع، ومتوازيات الأضلاع الخاصة والتّحقق من مدى تحكم التّلاميذ فيها. • يستحسن أنّ يكون العمل فيها فرديا، ويستوجب متابعة خاصة من قبل الأستاذ.
2	◎ توظيف بعض خواص متوازيات الأضلاع الخاصة.	
3	◎ التّحقق من بعض خواص المثلثات والمستقيمات	• إنّ إنجاز هذا النّشاط مع التّلاميذ بأجزائه الثلاثة، يمكّن من مسح جلّ عناصر المثلث، والعلاقات فيما بينها، وكذا بعض المستقيمات

	الخاصية في مثلّث، واستخدامها.	الخاصة وجملة من خواصها، وأما ما تبقى من خواص ومستقيمات خاصة كالأعمدة والمتوسطات فهي معروضة في مقاطع الباب الأخرى.
4	◎ التّحقق من صحة مبرهنة فيثاغورس واستعمالها. ◎ حساب نسب مثلثية.	• لابأس أنّ نذكر للتلاميذ اهتمام الرّياضيين بهذه المبرهنة، وأنهم وجدوا لها حوالي 367 طريقة لإثبات صحتها عبر تاريخ الرّياضيات، وأن النّشاط المقترح مبني على طريقة تنسب إلى الرّئيس العشرين للولايات المتحدة الأمريكية أبراهام قارفيلد Abraham Garfield (1831-1881)، ويذكر أنه استلهمها من طريقة[1]❄ وجدها الصينيون هي أقدم إثبات لهذه المبرهنة. • تسمح برامج الهندسة الحركية، وكذا برنامج PowerPoint بمشاهدة عينية لصدق هذه المبرهنة. • ليس الهدف هو تدريس مبرهنة فيثاغورس وبرهانها فحسب، بل ينبغي تمكين التّلاميذ من توظيفها وعكسيتها في إنجاز حسابات أو نسب المثلثية أو بناء تبريرات.
5	◎ حساب نسب مثلثية وزوايا في مثلث قائم. ◎ التّحكم في خوص الزّوايا المركزية	• في الجزء الأول يطلب من التّلاميذ في البداية التّحقق من أنّ المثلث AMB قائم في M. • موضوع الزّوايا المركزية والزّوايا المحيطية درسه التّلميذ في السّنة الرّابعة من التّعليم المتوسط، وبالتّالي فمن أحد أهداف هذا النّشاط

❄ تعتمد الطّريقة الصينية على إنشاء الرباعي $ABCD$ ، والتّأكد من أنّه مربع ثم حساب مساحته بطريقتين مختلفتين.



	والزوايا المحيطية.	هو التّحقق من مدى اكتسابه للمعارف والمهارات المرتبطة بالموضوع.
6	◎ استذكار حالات تقايس مثلثين.	• ينجز النّشاط فرديا، وتتم المقارنة ضمن ثنائيات، ثمّ يستخاص التّعريف وحالات تقايس مثلثين جماعيا. • ينبغي الإشارة إلى التّقايس المباشر والتّقايس غير المباشر، وربط كل منهما باتجاه قراءة الرّؤوس المتماثلة في المثلثين المتقايسين.
7	◎ التّعرّف على حالات تشابه مثلثين.	• ينجز الجزء الأول من النّشاط فرديا، ويستخاص منه تعريف المثلثين المتشابهين، ثمّ تستغل النّتيجة المتوصل إليها في معالجة الجزء الثاني واستنتاج تناسب أطوال الأضلاع، وهذه النّتيجة مقدمة على شكل مبرهنة في الدّرس.
8	◎ التّعرف على بعض الخواص المميّزة للانسحاب والتّناظر المركزي والتّناظر المحوري والدّوران	• إنّ القصّ واللصق، وكذا الطي، واستعمال الورق الشّفاف هي أدوات الإثبات التّي يعتمدها التّلميذ في بداية العمل على خواص التّحويلات النّقطية، ثمّ ننتقل به شيئا فشيئا إلى الاستدلال والتّبرير الرّياضياتي. • كما ورد في المنهاج فإنّ الأمر هنا يتعلق بالدّراسة الهندسية للتناظر المحوري، التّناظر المركزي، الانسحاب، الدّوران دون أية دراسة تحليلية.

- **الدّرس**

كما سبق ذكره، فإنّ جلّ المفاهيم المقدمة في هذا الباب ليست جديدة بالنّسبة إلى التّلاميذ، فلقد تمّ تناولها في التّعليم المتوسط، وهي مقدمة هنا بتوسع رياضياتي نسبي، لذا ينبغي تمكين التّلاميذ من استذكار معارفهم ومكتسباتهم حولها، والعمل على دعمها وتعزيزها وتوظيفها لحل مشكلات.

يستغل هذا الباب لمواصلة تعلم البرهنة واستعمال مفردات المنطق بما يقدمه من خواص هندسية أساسية بطريقة تتيح الممارسة والتّخمين والتّحقق وبناء براهين واستدلالات، ويتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

متوازي الأضلاع

المثلثات، والمستقيمات الخاصية في مثلّث

مبرهنة فيثاغورس وعكسها - النّسب المثلّثية

مبرهنة طالس وعكسها

الزّوايا والدّائرة
المثلّثات المتقايسة
المثلّثات المتشابهة
التّحويلات النّقطية (تعاريف – خواص)

- **طرائق وتمارين محلولة**

تجد في هذه الفقرة عشر تمارين محلولة بهدف تمكين التلاميذ من اكتساب منجية وطرائق لمعالجة بعض أصناف من المسائل، أو محاكاتها لإيجاد طرائق حلّ مناسبة عندما يتعلق الأمر بمسائل من نوع جديد.

رقم النّشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
.1	متوازي الأضلاع	• البحث عن منتصف قطعة مستقيم باستعمال بعض خواص متوازي الأضلاع.	o يتدرب التّلميذ في مثل هذا التّمرين على بناء برهان انطلاقا من شكل بسيط نسبيا، يعتبر أوليا في مسائل ذوات أشكال أكثر تعقيدا. o يتدرب التّلميذ على استعمال بعض خواص متوازي الأضلاع للتبرير.
.2	المثلّثات	• إثبات أنّ المتوسطات في مثلّث متقاطعة في نقطة واحدة باستعمال متوازي الأضلاع.	1. تمكين التّلميذ من تعلم كيفية لإثبات أنّ ثلاثة مستقيمات متقاطعة في نقطة واحدة. 2. استعمال متوازي الأضلاع كأداة لحل مسألة.
.3	مستقيم أولر	• معرفة مستقيم أولر، وبعض خواصه.	1. تمكين التّلميذ من تعلم كيفية لإثبات أنّ ثلاث نقط في استقامية. 2. استعمال بعض الخواص الهندسية الأساسية في المثلث والدّائرة للإثبات. 3. يمكن استعمال أحد برنامج الهندسة الحركية مثل: Cabri Géomètre II Plus لآنها تساعد على تخمين النّتيجة المنتظرة، وتسهل البحث عن المبرّرات.
.4	مبرهنة فيثاغورس	• استعمال مبرهنة فيثاغورس	1. لإثبات فيما إذا كان مثلّث ما قائما (أو غير قائم)، يمكن حساب مربّع طول

		أوعكسها للتأكّد من أنّ مثلّثا قائم أو غير قائم.	كلّ ضلع من أضلاعه، ثمّ تطبيق مبرهنة فيثاغورس أو عكسها. 2. إنّ النّص الآتي " لو كان المثلّث ANB قائما، لكان قائما في N، لأنّ [AB] هو أطول ضلع فيه، ولكان $AB^2 = AN^2 + NB^2$ حسب مبرهنة فيثاغورس " لا يصرح به التّلاميذ في إثباتاتهم ويعتبرونه متضمن فيما تبقى من نص البرهان.
.5	النّسب المثلّثية	• حساب أطوال باستعمال النّسب المثلّثية في مثلّث قائم.	3. نبدأ بتحديد المثلّث القائم الذّي سنطبق عليه النّسبة (أو النّسب) المثلّثية المناسبة.
.6	مبرهنة طالس	• حساب أطوال باستعمال مبرهنة طالس، وتوظيفها كأداة للإثبات.	1. نبدأ أولاً بتحديد عناصر الشّكل التّي تسمح بتطبيق مبرهنة طالس ثمّ كتابة التّناسب، فالاستفادة من هذا التّناسب حسب الحاجة. 2. لتطبيق عكس مبرهنة طالس نبيّن للتلاميذ أنّ تساويتين نسبتين هوشرط لازم وغير كاف (أنظر البرهان).
.7	الزّوايا والدّائرة	• بناء براهين باستعمال بعض خواص الزّوايا المركزية والزّوايا المحيطة	يستغل هذا التّمرين لتمكين التّلاميذ من اكتساب بعض الطرائق مثل: 1. لدراسة طبيعة رباعي يمكن البحث عن الخواص المتعلقة بقطريه. 2. تكون قطعة مستقيم قطرا في دائرة إذا كانت وترا في مثلّث قائم رؤوسه من هذه الدّائرة. ... إلخ
.8	المثلثات المتقايسة	• إثبات تقايس قطعتي مستقيم (تساوي طولين) أو تقايس زاويتين باستعمال المثلّثات المتقايسة.	كتابة الرّؤوس المتماثلة في مثلثين متقايسين يساعد على استنتاج العناصر المتقايسة.
.9	المثلثات	• إثبات صحة	1. أثناء مرحلة التّحليل ينبغي تدريب

	المتشابهة	العلاقات المترية في المثلّث القائم وبرهان مبرهنة فيثاغورس باستعمال المثلّثات المتشابهة.	التّلاميذ على الانتقال من مساواة بها جداءات إلى مساواة بها نسب والعكس. 2. لكتابة التّناسب بين أطوال الأضلاع المتماثلة لمثلّثين متشابهين يستحسن تدريب التّلاميذ على البدء بكتابة الرّؤوس المتماثلة تحت بعضها.
.10	التّحويلات النّقطية	• استعمال الدّوران لإثبات أنّ نقطا في استقامية.	1. يمكن في البداية أنّ نطلب من التّلاميذ المحاولة في البحث عن حلّ مناسب دون توظيف الدّوران. 2. هذا النّوع من التّمارين، التّي يصعب حلّها باستعمال الخواص الهندسية الأساسية، تمثل الوضعيات الأنسب لاقتناع التّلاميذ بضرورة امتلاك التّحويلات النّقطية وتوظيفها كأدوات للبرهان.

- **تعلّم البرهنة**

الهدف من هذه الفقرة هو تعلّم معالجة مسائل الإنشاءات الهندسية والبحث عن مجموعات النّقط بواسطة التّحليل والتّركيب، واستعمال التّحويلات النّقطية.

يسمح، الحلّ المقترح في المسألة الأولى، للتلاميذ من إدراك دور التّحويلات النّقطية عندما توظف في حلّ مسألة إنشاء هندسي.

يمكن استغلال برامج الإعلام الآلي الخاصية بالهندسة المتحركة، في كل من المسألتين المقترحتين وذلك لما تقدّمه من مساعدة على التّخمين، والبحث عن حلّ.

- **استعمال تكنولوجيات الإعلام والإتصال**

يستهدف هذا النّشاط البحث عن ثلاثيات فيثاغورسية من الأعداد الطبيعية باستعمال برنامج (إكسال).

يتدرب التّلميذ خلال هذه الفقرة على استعمال ورقة حساب من برنامج إكسل، وإعدادها لاستخراج ثلاثيات فيثاغورسية من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة $a^2 + b^2 = c^2$ من العائلة:

$a = k(x^2 - y^2)$; $b = 2kxy$; $c = k(x^2 + y^2)$ مع $k = 1$

يلاحظ التّلميذ بعد إعداد ورقة الحساب العلاقات بين الخلايا التّي استعملها، ويكتسب وسيلة جديدة، قد تساعده مستقبلا في البحث عن حلول لمسائل من نوع آخر.

- **حلّ مسألة إدماجية**

المسألة المقترحة في هذه الفقرة تعالج بعض خواص مماس دائرة، والمماس المشترك لدائرتين بتوظيف بعض المكتسبات المحصل عليها في هذا الباب.

من المفيد تنويع طرائق الحل مع التّلاميذ، وتدريبهم على تنويع الوسائل المستعملة، وشد انتباههم إلى ما يترتب على الحلّ عند تغيير الوسيلة، وهذا في انتظار باب الهندسة التّحليلية أين يمكنهم تغيير حتى الإطار(هندسة مستوية، حساب شعاعي، معالم مستوية، ...).

- **ترابط لمقاطع الباب**

الدّرس	الأنشطة	رقم النشاط في مقطع الطرائق والتمارين المحلولة	تعلم البرهنة	ت.إ.ا
متوازي الأضلاع	1 – 2	1		
المثلثات، والمستقيمات الخاصية في مثلّث	3	2 – 3		
مبرهنة فيثاغورس وعكسها – النّسب المثلّثية	4	4 – 5		
مبرهنة طالس وعكسها	–	6		
الزّوايا والدّائرة	5	7		
المثلّثات المتقايسة	6	8		
المثلّثات المتشابهة	7	9		
التّحويلات النّقطية (تعاريف – خواص)	8	10		

- **تمارين ومسائل**

أصحيح أم خاطئ ؟

1. خطأ. **2.** صحيح.

3. الرّباعي ABCD الممثل في الشّكل ليس متوازي أضلاع.

4. صحيح.

5. أ) خطأ. ب) صحيح. ج) صحيح.

6. خطأ. **7.** صحيح. **8.** خطأ. **9.** صحيح.

10. صحيح. **11.** صحيح. **12.** صحيح. **13.** خطأ.

14. أ) صحيح. ب) خطأ. ج) صحيح.

15. صحيح. **16.** صحيح. **17.** خطأ. **18.** صحيح.

19. أ) خطأ. ب) صحيح.

20. أ) خطأ. ب) صحيح.

21. أ) خطأ. ب) صحيح. ج) صحيح.

22. أ) خطأ. ب) خطأ. ج) صحيح.

23. صحيح.

24. أ) خطأ. ب) صحيح. ج) صحيح.

متوازي الأضلاع

25. المثلّث CDM قائم في M

26. الرّباعي HGFE متوازي أضلاع

27. ACB'D متوازي أضلاع، و 'ACA'C مستطيل.

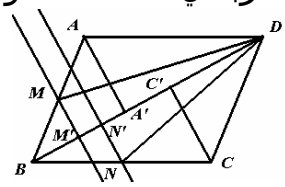
28. الرّباعي BFDE معين.

29. مساحة EBFM تساوي ومساحة HDGM.

30. مجموع مساحتي ABM ، CDM تساوي مجموع مساحتي ADM ، BCM.
(يمكن الاستعانة بالموازيين لحوامل أضلاع ABCD اللذين يشملان النّقط M)

31. أ) الرّباعي EFGH متوازي أضلاع
ب) يمكن توظيف خاصة تناصف قطري متوازي الأضلاع
ج) مساحة ABCD تساوي ضعف مساحة EFGH.

32. أ) يمكن أن نبيّن أنّ $AA' = CC'$ ، واستنتاج أنّ الرّباعي $AA'CC'$ متوازي أضلاع.



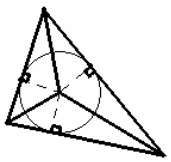
ب) تنقص عبارة "النّقطتان M و N منتصفا [AB] و [BC] على التّرتيب" في نص التّمرين.

يمكن البدء بإيجاد العلاقة بين MM' و AA' ، وكذا بين NN' و CC'.

المثلثات والمستقيمات الخاصية في مثلّث

33. كل من المثلثين OAD و OBC متساوي السّاقين، ولهما نفس زاوية الرّأس O.

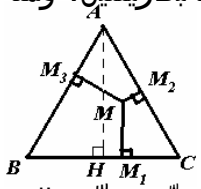
34. يمكن استغلال الشّكل الآتي:



35. أ) للجزئين نفس الارتفاع، ونفس القاعدة.
ب) يمكن استغلال الجزء (أ)

36. مساحة المثلّث $A'B'C'$ تساوي 7 أمثال مساحة المثلّث ABC، (يمكن الاستفادة من الفكرة الموظفة في التّمرين 35)

37. يمكن حساب مساحة المثلث ABC بطريقتين، ومنه استنتاج العلاقة:
$MM_1 + M M_2 + M M_3 = AH$



38. يمكن استغلال فكرة المتوسّط في مثلّث يقسّمه إلى جزئين لهما نفس المساحة.

39. أ) المثلثان MBB'، MCC' متقايسان.
ب) نستفيد من الجزء (أ)

40. يمكن الاستفادة من النّقطة C' نظيرة النّقطة C بالنّسبة إلى النّقطة G.

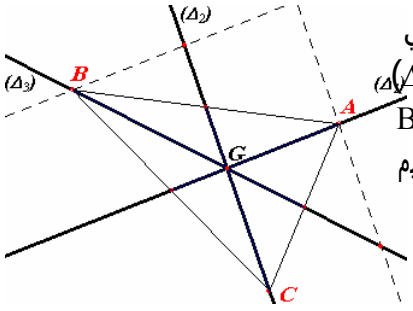
41. يمكن الاستفادة من كون النّقطة H هي مركز ثقل المثلث BCD ، والنّقطة G هي مركز ثقل المثلث ABD.

42. أ) كلّ نقطة منها تنتمي إلى محور [AB].
ب) في مثلّث متقايس الأضلاع تكون هذه النّقط متطابقة.

43. لتكن M منتصف [AB] ، النّقطة C تنتمي إلى [MG] حيث: $MC = 2\,MG$

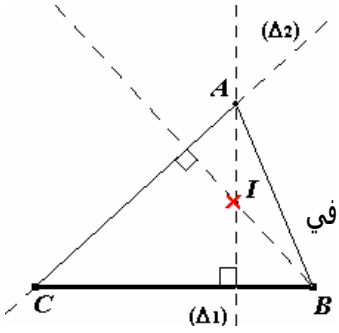
44. لتكن H_1 المسقط العمودي للنقطة H على (AB). النّقطة C هي تقاطع (HH_1) والمستقيم العمودي على (BH) الذي يشمل النّقطة A.

45. نعلّم نقطة A على (Δ_1)، ونرسم الموازي للمستقيم (Δ_2) الذي يشمل النّقطة A فيقطع (Δ_3) في نقطة 'B ، ننشئ النّقطة B نظيرة النّقطة 'B بالنّسبة إلى النّقطة G ، نرسم الموازي للمستقيم (Δ_1) الذي يشمل النّقطة B فيقطع (Δ_2) في نقطة 'C ، ننشئ النّقطة C نظيرة النّقطة 'C بالنّسبة إلى النّقطة G ، ثمّ نبرّر، ونبيّن أنه يوجد لانهاية من الحلول.

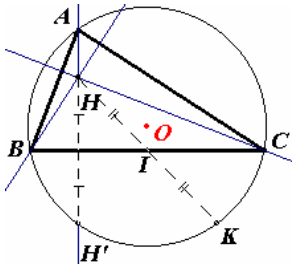


* توجد طرائق حل أخرى.

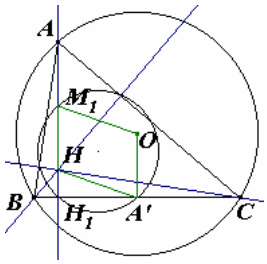
46. نرسم المستقيم (Δ_1) عموديا على (CB) ويشمل النّقطة I. نرسم المستقيم (Δ_2) عموديا (BI) ويشمل النّقطة C. يتقاطع (Δ_1) و (Δ_2) في النّقطة A، ثمّ نبرّر.



47. بالنّسبة إلى النّقطى 'H ، يمكن إثبات أنّ $\widehat{CH'A} = \widehat{CBA}$ باستعمال المثلث المتساوي السّاقين CHH' .
بالنّسبة إلى النّقطى K ، يمكن إثبات أنّ $\widehat{ACK} = \widehat{ABK} = 90°$ باستعمال متوازي الأضلاع BHCK .



48. يمكن الاستفادة من التّمرين 47 واستعمال النّقطة K نظيرة النّقطة H بالنّسبة إلى النّقطة A' ، والتّي هي مقابلة قطريا للنقطة A ، وبالتّالي فإنّ $OA' = M_1H$ ، ولدينا كذلك $(OA')//(AH)$.



مبرهنة فيثاغورس - النّسب المثلثية

49. الحالة (1): $AC = 5,8$ و $\widehat{ACB} = 44°$
الحالة (2): $AC = 5$ و $\widehat{ACB} = 21°$

50. مساحة المثلث ABC تساوي $24\ cm^2$ ، ومحيطه يساوي $24\ cm$.

51. المثلث ABC قائم الزّاوية، مركز الدّائرة المحيطة به هو منتصف وتره، ونصف قطرها يساوي $6,5\ cm$.

52. المثلث ALM قائم في L.

53. $BD = 9\ cm$ ، $AB = 9,49\ cm$ ، $AC = 3,16\ cm$

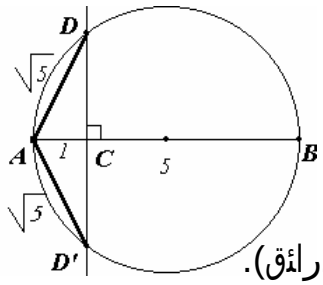
54. تمرين مكرّر أنظر التّمرين 50

55. مساحة متوازي أضلاع ABCD تساوي $36,71\ cm^2$.

56. محيط الرّباعي ACBD يساوي $19,52\ cm$ ومساحته تساوي $20,38\ cm^2$

57. أ) $AM=1,70\ cm$ و $BM=3,80\ cm$
ب) $\widehat{AMD} = 58°$

58. أ) $ML = MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ و $NL = a$
ب) $\widehat{LMN} = 71°$



59. $CD = 42,57\ m$

60. $AD^2 = AD'^2 = AC \times AB$

61. يمكن البدء بإنشاء $\sqrt{3}$ (توجد عدة طرائق).

مبرهنة طالس

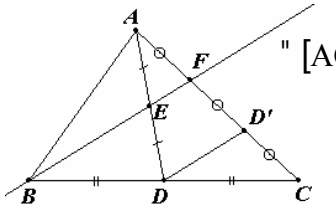
62. أ) غير كافية. ب) (AC) و (DE) غير متوازيين.

63. تطبيق مبرهنة طاليس مرتين.

64. المستقيان *(AC)* و *(DE)* متوازيان.

65. النّص تنقصه المعطيات الآتية: " $BC=4cm$ ، $CD=6cm$ " ، الإجابة هي:

$B'C' = 3$ cm و $C'D' = 4{,}5$ cm



66. تصويب في نص التمرين " F نقطة من [AC] " يمكن استعمال مبرهنة مستقيم المنتصفين في المثلثين BCF و 'ADD.

67. عمق البئر يساوي 3,2 m.

68. أ) الرّباعي *ANCM* متوازي أضلاع، يمكن استعمال مبرهنة مستقيم المنتصفين في مثلث.

ج) يمكن الاستفادة من تقايس المثلثين *ABF* ، *CDG*.

69. بتطبيق مبرهنة طاليس، وبعض خواص التّناسب.

70. بتطبيق مبرهنة طاليس.

71. يمكن الاستفادة من التّمرين 70.

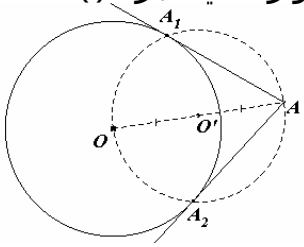
72. أ) $AH = 3\,EF$

ب) مساحة المثلث ABC تساوي 9 أمثال مساحة المثلث CDE .

ج) مساحة المثلث ABH تساوي 9 أمثال مساحة المثلث EDF.

73. أ) $EF = 1{,}5$ cm

ب) يمكن حساب EG بطريقة مماثلة للطريقة الواردة في الجزء (أ).



الزّوايا والدّائرة

74. الدّائرة التّي قطرها [OA] تقطع الدّائرة (C) في نقطتين A_1 و A_2 .

75. تصويب في نص التمرين " حامل [AC] يقطع (C') في M " و " حامل [AD] يقطع (C) في N "

ب) $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} = 90°$

ج) لاحظ أنّ النقطة A هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث الذي رؤوسه C و D ونقطة تلاقي المستقيمات (AB) ، (CN) ، (MD).

76. يسمح استعمال المنقلة في الرسم، كما يمكن اقتراح إنشاء دقيق لشكل مناسب.
أ) الزّاويتان *BAD* و *BCD* متكاملتان.

ب) أقياس زوايا المثلّث BOD هي: $140°$ و $20°$ و $20°$.

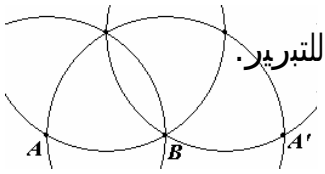
77. أ) $\widehat{MAB}$ و $\widehat{MCB}$ متكاملتان.

ب) $\widehat{MRA} = \widehat{MSA} = 90°$

ج) $\widehat{MSC} = \widehat{MTC} = 90°$ والزّاويتان $\widehat{MST}$ ، $\widehat{TCM}$ متكاملتان.

د) $\widehat{RST} = 180°$

78. يمكن استغلال المثلثات المتساوية الأضلاع للتبرير.



79. أ) كلّ من LBMH و HMCN و LBCN رباعي دائري.

ب) النّقطة H هي نقطة تلاقي منصفات المثلّث LMN .

80. أ) المثلث ALM متساوي الساقين.

ب) يمكن استغلال متوازي الأضلاع HLOM

ج) يمكن إثبات أنّ $EL = EM = EA$ واستنتاج أنّ النقطة E هي نقطة تلاقي المحاور في المثلث ALM.

81. أ) المسار الذّي تتحرك عليه النّقطة M هو ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها نصف BC.

ب) إنّ $\widehat{ACB} = \widehat{AOB}$. تتحرك النقطة A على قطعة مستقيم حاملها يشمل O ويصنع مع [OX] زاوية قيسها $\widehat{ACB}$.

82. نعم، والمساحة تساوي $78,54cm^2$.

المثلّثات المتقايسة والمثلّثات المتشابهة

83. لاحظ أنّ أحد موضعي النقطة C لا يمكن تعيينه بالاعتماد على رصف الورقة.

84. يمكن استعمال التوازي والتناظر المحوري في الشكل(1)، بينما في الشكل(2) نستعمل الزوايا، والتناظر المحوري.

85. المثلّثان ACD ، AEB متقايسان، تقايس ضلعين وزاوية محصورة بينهما.

86. المثلّثان ABC ، ADE متشابهان.

87. المثلّثان ABC ، ADE متشابهان.

88. المثلّثان ABC ، ADE متشابهان.

89. تصويب في نص التمرين " [OX) و [OY) تعوض بـ [AX) و [AY) "

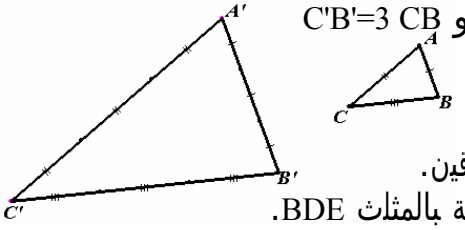
أ) نوظف المثلثان ACG و ABH متشابهان.

ب) $AB^2 = AG^2 = AH \times AC$

90. أ) نسبة التشابه هي 2 أو $\frac{1}{2}$.

ب) النسبة $\frac{\text{مساحة } (ABC)}{\text{مساحة } (A'B'C')}$ تساوي 4.

91. A'B'=3 AB و A'C'=3 AC و C'B'=3 CB



92. أ) المثلث DEF متساوي الساقين.

ب) استعمل مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BDE.

جـ) مساحة ABC تساوي 3 مساحة DEF.

93. أ) $\widehat{BAE} = \widehat{B'AE'} = 90°$.

ب) $(BE) // (B'E')$

94. إبدأ بإثبات أنّ النّقط A ، E ، M ، F تنتمي إلى الدائرة.

95. أ) تقايس ضلعين وزاوية محصورة بينهما.

ب) $\widehat{ABF} = \widehat{ACF}$ ، النّقط A ، B ، C ، F تنتمي إلى دائرة مركزها منتصف [BC].

جـ) $\widehat{ADF} = \widehat{AEF}$ ، النّقط A ، E ، D ، F تنتمي إلى دائرة مركزها منتصف [DE].

96. أ) تقايس الزوايا.

ب) النقط A، B' ، M ، C' تنتمي إلى دائرة قطرها [AM].

جـ) في حالة المثلّث ABC قائما في A، فإنّ الرّباعي AB'MC' مربع.

97. تصويب في نص التمرين " احسب بدلالة a أطوال كلّ ..."

أ) $BD = a\sqrt{2}$; $BG = 2a$; $DG = a\sqrt{10}$

$FG = a\sqrt{2}$; $CF = a$; $CG = a\sqrt{5}$

ب) تجد $\widehat{GCF} = \widehat{BDG}$

التّحويلات النّقطية

98. في التناظر المركزي يكون الشكل ونظيره متقايسين مباشرة.

في التمارين 99. 100. 101. توظيف بعض الخواص الهندسية في إنشاء محولات أشكال.

102. النّقطة B هي منتصف [LN].

103. أ) التناظر الذي مركزه مركز متوازي الأضلاع ABCD.
ب) الرّباعي EFGH متوازي أضلاع.

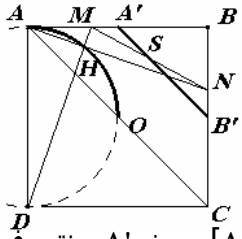
104. نستعمل محور قطعة مستقيم.

105. نستعمل الدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته 60° في اتجاه عقارب الساعة.

106. تصويب في نص التمرين:السؤال ج) يصحح كما يأتي" بيّن أنّه يوجد دوران يحوّل النّقط B ، D ، G إلى النّقط E ، F ، A على التّرتيب ، ثمّ استنتج."
ب) (BD) محور للمثلث ACG متعلق بالضلع [AC].
ج) نستعمل الدوران الذي مركزه النقطة C وزاويته 60° في اتجاه عقارب الساعة.

107. نستعمل الدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته 90°.

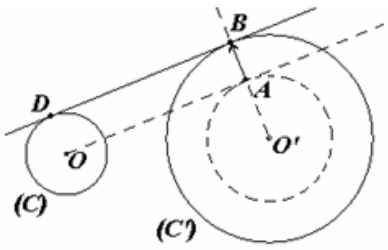
108. أ) الدوران الذي مركزه النقطة O مركز المربع وزاويته 90° في اتجاه عقارب الساعة.



ب) المثلث AHD قائم في H.
ج) عندما M تمسح [AB] فإنّ مجموعة النّقط H هي القوس $\overset{\frown}{AO}$ من الدائرة التي قطرها [AD].
د) عندما M تمسح [AB] فإنّ مجموعة النّقط S هي ['AA] حيث 'A منتصف [AB] و 'B منتصف [BC].

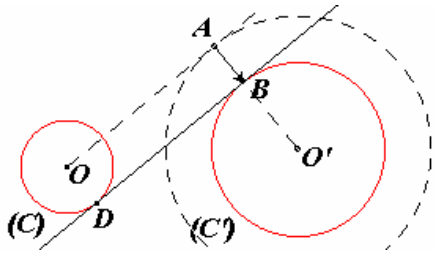
109. أ) $\overrightarrow{MM'} = 2\ \overrightarrow{AB}$
ب) التحويل النائج هو انسحاب.

110. أ) استعمل خاصية محور قطعة مستقيم.
ب) التحويل النائج هو دوران.



111. ABDO مستطيل.

112. دائرة (δ) مركزها 'O ونصف قطرها(r'+r)



113. توجد عدّة طرائق للحل. يمكن استعمال النقطة 'A نظيرة النقطة A بالنسبة إلى (Δ).

114. يمكن استعمال النقطة 'A نظيرة النقطة A بالنسبة إلى (Δ)، والنقطة 'B نظيرة النقطة B بالنسبة إلى ('Δ).

115. يمكن استعمال النقطة 'A صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$، ثمّ نكمل.

مسائل

116. أ) للمثلثين BED ، BCD نفس الارتفاع بالنسبة إلى القاعدة المشتركة [BD]، وكذلك للمثلثين ABG ، 'BGL نفس الارتفاع بالنسبة إلى القاعدة المشتركة [BG].
ب) تقايس ضلعين وزاوية محصورة بينهما.
جـ) مساحة المربّع ABDE تساوي مساحة المستطيل 'BGLL.

117. تصويب في نص التمرين " فيقطع (AM) في النقطة 'A بدل A".

طريقة1: أ) المثلّث ABC متساوي الساقين
طريقة2: أ) مبرهنة طاليس وخواص التناسب
ب) تقايس الزوايا.
طريقة3: أ) خاصة منصف زاوية.
ب) لاحظ أم للمثلثين نفس الارتفاع.

118. أ) تقايس الزوايا.
ب) $MA^2 = MC \times MD$
جـ)في حالة M خارج (C)

$$MA \times MB = MO^2 - r^2$$

في حالة M داخل (C)

$$MA \times MB = r^2 - MO^2$$

9– الحساب الشّعاعي والهندسة التّحليلية

يشمل هذا الباب بالإضافة إلى الحساب الشّعاعي والهندسة التّحليلية جزء حول حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين، وحل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين، وجلّ المعارف والمفاهيم المقدمة فيه تناولها التلميذ في مرحلة ما قبل التعليم الثانوي، وهي معروضة هنا بغية التعزيز والتّوسع.

ومثلما هو الشأن في الباب السابع والباب الثامن، يمنح هذا الباب الفرصة لمواصلة تعلم البرهنة واستعمال مفردات المنطق (الاستلزام، الاستلزام العكسي،التّكافؤ)، ولكن في إطار جديد ألآ وهو الإطار التحليلي.

- **الكفاءات المستهدفة**

يمارس التلميذ في إطار الهندسة التحليلية نشاطات مبنية على خواص هندسية أساسية مألوفة، تستهدف الكفاءات الآتية:

الكفاءات	تعاليق
• التّعرف على تساوي شعاعين.	• يشرع في البداية بالتذكير بمفهوم الشعاع وعناصره.
• التّعرف على مجموع شعاعي وإنشاؤه.	• يتعرف التلميذ على مجموع شعاعي هندسيا، وينشىء ممثلا له. • يتم التذكير بمعاكس شعاع، ويستغل لتمثيل فرق شعاعين.
• التّعرف على جداء شعاع بعدد حقيقي بعدد حقيقي.	• نعتمد على التمثيلات الهندسية وبعض خواصها في تقديم جداء شعاع بعدد حقيقي. • نقدم هنا كفاءة التعرف على الارتباط الخطي لشعاعين، وتوظف في مفهومي التوازي والاستقامية.
• التّعليم على مستقيم، وفي المستوي.	• يعبر التلميذ عن مفاهيم مكتسبة لديه في إطار جديد نسبيا هو إطار الهندسة التحليلية، كما يكتسب معارف ومهارات جديدة.
• التّعرف على استقامية ثلاث نقط.	
• التّعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم.	
• التّعرف على معامل توجيه مستقيم.	• يمهد بشعاع توجيه مستقيم، ثمّ تقدم معادلة مستقيم في شكلها العام: $y = ax + b$ ، ثمّ معامل توجيه مستقيم
• إنشاء مستقيم عُلِمت معادلة له.	

• إيجاد معادلة لمستقيم.	
• حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.	• يستغل التفسير البياني لحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين في إيجاد حل جملة معادلتين، وعدد الحلول.
• حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.	

- **هيكلة الباب**

  - **الأنشطة**

كلّ الأنشطة المقترحة كان قد عالج التلميذ مثيلات لها في مرحلة التعليم المتوسط وإدراجها هنا يهدف إلى التمهيد للتوسّع الرياضياتي في المفاهيم المقدمة، وذلك بعد تمكين التّلاميذ من استذكار معارفهم ومكتسباتهم حولها، والعمل على دعمها وتعزيزها.

رقم النّشاط	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
1	◎ توظيف مفهوم الشّعاع وعناصره في تساوي شعاعين.	• بعد التذّكير ببعض عناصر الشعاع يطلب من التلاميذ نقل الجدول على كراس المحاولات وإكماله، وبعد المراقبة من قبل الأستاذ يتم العمل جماعيا.
2	◎ التعرف على مجموع شعاعين وإنشاؤه بطرائق مختلفة.	• يمكّن هذا النشاط من إنشاء مجموع شعاعين بطريقتين أساسيتين، ينتظر من التلميذ اكتسابهما وتوظيفهما في شتّى الميادين الرّياضياتية وأخرى. • يمكن محاكاة هذا النّشاط لتقديم الشعاعين المتعاكسين
3	◎ التعرف على جداء شعاع بعدد حقيقي.	• يتعرف التلميذ من خلال هذا النشاط على الشعاع الناتج عن جداء شعاع بعدد حقيقي، وعلاقته بالشعاع الأصلي، ويستنتج العبارة الخطية بينهما. • يختار الأستاذ الوقت المناسب لاقتراح نشاط لدراسة العكس، بعدما يتأكد من أن جل تلاميذه قد أدركوا المفهوم المستهدف.
4	◎ الارتباط الخطي لشعاعين ، التوازي ، الاستقامية.	• يمكّن هذا النّشاط التلميذ من توظيف مكتسباته حول الأشعة، ويسمح له ببناء معارف جديدة متعلقة بالتوازي واستقامية نقط.

5	◎ التّعليم على مستقيم، وفي معادلة مستقيم المستوي.	• عند أنجاز مثيل للشّكل المعطى يستذكر التلميذ قراءة إحداثيي نقطة وتعليم نقطة علم إحداثييها. • يعبّر التلميذ عن نقط وأشعة وعن بعض العلاقات بينها عدديا. • بالماثلة يقترح الأستاذ أنشطة لاستكشاف النتائج والخواص الواردة في الدّرس، ويشارك التلاميذ في براهينها.
6	◎ التعرف على معادلة مستقيم، وتوظيفها.	• إن إنجاز هذا النشاط بجزئية يسمح ببناء متكامل للعلاقة بين مستقيم ومعادلة له. • يمكن استغلال التطبيق التآلفي وتمثيله. • تقترح أنشطة مماثلة لبناء مختلف المعارف المتعلقة بالموضوع والواردة في الدرس: كشعاع توجيه مستقيم، وحساب معامل توجيه مستقيم، وشرط توازي مستقيمين.
7	◎ حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين. ◎ التفسير البياني لحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.	• لقد تعلم التلميذ في السنة الرابعة (التاسعة أساسي) كيف يحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين. يتأكد في الجزأ (أ) حسابيا أن الثنائية $(3; 2)$ تحقق جملة المعادلتين، ويلاحظ أن النقطة التي إحداثياها $(3; 2)$ هي تقاطع المستقيمين (D_1) ، (D_2).

- **الدّرس**

كما هو الشأن في باب الهندسة المستوية، فإنّ جلّ المفاهيم المقدمة في هذا الباب ليست جديدة بالنّسبة إلى التّلاميذ، فلقد تمّ تناولها في التّعليم المتوسط، وهي مقدمة هنا بتوسع رياضياتي نسبي، لذا ينبغي تمكين التّلاميذ من استذكار معارفهم ومكتسباتهم حولها، والعمل على دعمها وتعزيزها وتوظيفها لحل مشكلات رياصياتية أو غيرها في إطار جديد هو إطار الهندسة الشعاعية والمعالم.

وعليه يستغل هذا الباب لمواصلة تعلّم البرهنة واستعمال مفردات المنطق في إطار الهندسة الشعاعية والمعالم.

يتشكل الدّرس من العناصر الآتية:

الأشعّة والحساب الشعاعي

- مفهوم الشّعاع
- تساوي شعاعين
- مجموع شعاعين
- الشّعاعان المتعاكسان
- جداء شعاع بعدد حقيقي
- الارتباط الخطي لشعاعين
- التوازي والاستقامية

المعلم للمستوي
- إحداثيا نقطة – مركبتا شعاع
- حساب مركبتي شعاع وإحداثيي منتصف قطعة مستقيم
- شرط الارتباط الخطي لشعاعين
- المسافة بين نقطتين

معادلة مستقيم
- شعاع توجيه مستقيم
- حساب معامل توجيه مستقيم
- معادلة مستقيم يوازي محور التّراتيب
- شرط توازي مستقيمين
- معادلة مستقيم لا يوازي محور التّراتيب

جملة معادلتين خطيتين لمجهولين
- التفسير البياني لحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين
- عدد حلول جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

- **طرائق وتمارين محلولة**

تسمح التمارين الثمانية التي اقترحناها في هذه الفقرة للتلاميذ بالتدريب على بعض استعمالات المفاهيم المستهدفة في هذا الباب، وكذا توظيف بعض الخواص في حلّ مسائل متنوعة.

رقم النّشاط	المحتوى المستهدف	الأهداف	إرشادات للإنجاز والحلّ
.1	الحساب الشعاعي	استعمال خواص مجموع شعاعين (علاقة شال).	ندرب التلاميذ على التعبير عن شعاع باستعمال علاقة شال باستعمال نقط مناسبة بالنّظر إلى ما هو مطلوب. نطبق نفس الخواص المعروفة في المجموع الجبري، مثل: التبديل والتّجميع.
.2		اكتساب كيفية لتبيين مساواة شعاعية.	يمكن تفكيك أحد الطرفين والوصول إلى الطرف الآخر باستعمال علاقة شال وعبارات شعاعية تترجم وضعيات معطاة (أنظر الطريقة المرفقة)

.3	جداء شعاع بعدد حقيقي	استعمال الأشعة للبرهان على أنّ نقطا في استقامية.	بعد ترجمة نص المسألة إلى شكل كالمقترح، أو الربط بين الشكل المقترح ونص المسالة. يتدرب التلميذ على توظيف الحساب الشعاعي في إثبات أنّ نقطا في استقامية، أو إثبات التوازي.
.4	الارتباط الخطي لشعاعين	استعمال الأشعة لبرهان توازي مستقيمين.	
.5	المعلم على مستقيم، وفي المستوي	حساب إحداثيي نقطة أومركبتي شعاع.	يسمح هذا النوع من التمارين للتلاميذ بالتدرب على الحساب في معلم، والمقابلة بين النّقط والأشعة والعلاقات فيما بينها من جهة، والأعداد والعمليات عليها من ناحية أخرى.
.6	معادلة مستقيم	البحث عن معادلة مستقيم معرّف بنقطتين	o يسمح مثل هذا النوع من التمارين للتلاميذ بالتدرب على كيفيات البحث عن معادلة مستقيم. o يمكن أنّ نطلب من التلاميذ البحث عن معادلة للمستقيم بتطبيق طرائق أخرى. o على هذا المنوال يمكن أنّ نتصرف في تعريف المستقيم المعطى في نص المسألة لتنويع طرائق الحلّ.
.7		البحث عن معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما	
.8	جملة معادلتين خطيتين لمجهولين	تعيين عدد حلول جملة معادلتين خطيتين لمجهولين والبحث عنها.	لحلّ جملة معادلتين خطيتين لمجهولين ندرب التلميذ على كيفيات معرفة عدد حلول الجملة أولا، ثمّ مواصل البحث عنها في حالة وجودها. يمكن أنّ يكون التمثيل البياني أحد طرائق التحقّق أو الحلّ.

- **تعلّم البرهنة**

يتدرب التلميذ من خلال هذه الفقرة على حل بعض المسائل الهندسية في إطار الهندسة التحليلية باختيار معلم تكون فيه إحداثيات نقط الشّكل بسيطة، أو حسابها بسيط، ثمّ العمل فيه باستغلال ما توفره الهندسة التحليلية من قواعد حسابية لإثبات للمطلوب. وهذا بهدف أنّ يكتسب التلميذ أطر متنوعة يعالج فيها المسائل الهندسية.

يسمح، الحلّ المقترح وتمرين إعادة الاستثمار، للتلاميذ من إدراك إحدى وظائف المعالم والحسابات عليها في إثبات أنّ نقطا في استقامية، ويمكن اقتراح تمارين في

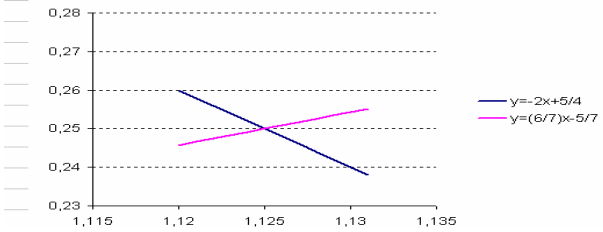
هذا المنوال لإثبات خواص أخرى، كما يمكن استغلال بعض التمارين المقترحة في نهاية الباب.

- **استعمال تكنولوجيات الإعلام والإتصال**

الهدف من هذا النشاط هو حل جملة معادلتين بيانيا باستعمال برنامج Excel.
يواصل التّلميذ التدرب من هذه خلال الفقرة على استعمال ورقة حساب من برنامج إكسل، وإعدادها لتمثيل تطبيق تآلفي بيانيا، واستغلالها لحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين، أو التحقق من حلّها بيانيا.
يمكن اقتراح جملة معادلتين خطيتين يكون فيها الحلّ ليس ثنائية من الأعداد الصحيحة النسبية، ويتم البحث عنه باستعمال خطوة مساعدة.

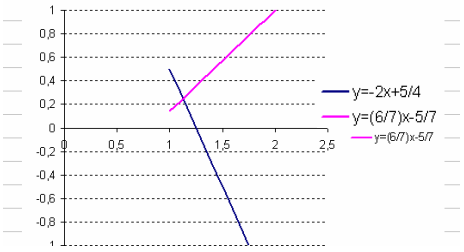
مثال: محتوى الخلية C3 هو =$B$2 ومحتوى الخلية D3 هو =C3+$B$1 ثمّ نعمم، ونغير في إحدى القيمتين x_0 أو P ونلاحظ التغيرات في القيم الموافقة، والتمثيل البياني، والتي على أساسها يتخذ القرار المتعلق بالتغيير المواتي.

		الخطوة						
P =	0,001							
x0 =	1,12	القيمة الابتدائية						
	x	1,12	1,121	1,122	1,123	1,124	1,125	1,126
	y=-2x+5/4	0,26	0,258	0,256	0,254	0,252	0,25	0,248
	y=(6/7)x-5/7	0,246	0,247	0,247	0,248	0,249	0,25	0,251

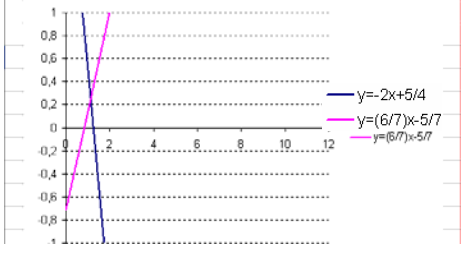


وهذه بعض النتائج:

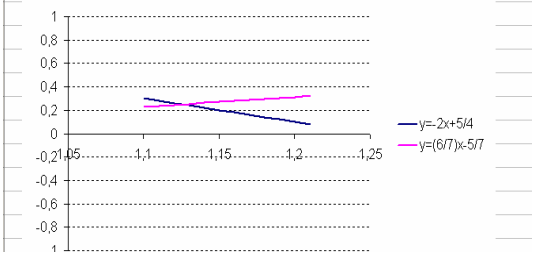
P =	0,1					
x0 =	1					
	x	1	1,1	1,2	1,3	1,4
	y=-2x+5/4	0,5	0,3	0,1	-0,1	-0,3
	y=(6/7)x-5/7	0,14	0,23	0,31	0,4	0,49



P =	1				
x0 =	0				
x	0	1	2	3	4
y=-2x+5/4	2,5	0,5	-1,5	-3,5	-5,5
y=(6/7)x-5/7	-0,71	0,14	1	1,86	2,71



P =	0,01					
x0 =	1,1					
	x	1,1	1,11	1,12	1,13	1,14
	y=-2x+5/4	0,3	0,28	0,26	0,24	0,22
	y=(6/7)x-5/7	0,22857	0,23714	0,24571	0,25429	0,26286



- **حلّ مسألة إدماجية**

تشمل المسألة المقترحة جل المفاهيم والمعارف المقدمة في هذا الباب، وتهدف إلى تدريب التلميذ على تجنيد مكتسباتهم وتوظيفها لمعالجة مسائل متعددة المطالب.

تعلّم التلميذ بعض الكيفيات لإثبات مطالب معينة في الأبواب السابقة، وهنا يتعلّم كيفيات وطرائق جديدة لإثباتها، وعليه يكون من المفيد التذكير بهذه الكيفيات، من خلال الجواب عن السؤال:" كيف نبيّن أنّ ... ؟ ".

- **ترابط لمقاطع من الباب**

الدّرس	الأنشطة	رقم النشاط في مقطع الطرائق والتمارين المحلولة
الأشعّة والحساب الشعاعي	1 – 2 – 4 –3	1 – 2 – 3 – 4
المعلم للمستوي	5	5
معادلة مستقيم	6	6 – 7
جملة معادلتين خطيتين لمجهولين	7	8

- **إرشادات وإجابات مختصرة للتمارين والمسائل**

أصحيح أم خطأ ؟

1. صحيح. **2.** خطأ. **3.** صحيح. **4.** خطأ.

5. خطأ. **6.** خطأ. **7.** صحيح. **8.** خطأ.

9. صحيح "تحذف الأشعة في نص التمرين".

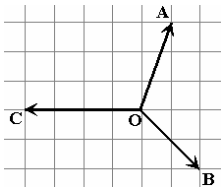
10. صحيح. **11.** صحيح. **12.** صحيح.

13. أ) صحيح. ب) خطأ. ج) صحيح. د) صحيح

14. أ) صحيح. ب) خطأ. ج) صحيح. د) خطأ
هـ) صحيح.

15. خطأ.	**16.** صحيح.	**17.** صحيح.	**18.** خطأ.
19. خطأ.	**20.** صحيح.	**21.** صحيح.	**22.** خطأ.
23. خطأ.	**24.** صحيح.	**25.** خطأ.	**26.** خطأ.

تساوي شعاعين – مجموع شعاعين



27. يمكن الاستعانة برصف الورقة.
28. يمكن الاستعانة برصف الورقة.
29. الشكل موجود مع نص التمرين 30.

30. توظف بعض خواص التناظر المركزي، ومتوازي الأضلاع.
31. أ) تساوي شعاعين، ومتوازي الأضلاع.
ب) يمكن توظيف بعض خواص متوازي الأضلاع.
32. أ) $\vec{u} = 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}$
ب) $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB}$
33. يمكن التعبير عن $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{CN}$ أولا، ثمّ ننشئ.
34. ب) يمكن أن نبيّن أنّ $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{NC}$.
35. يمكن تطبيق علاقة شال.
36. المساويات الآتية تعني C منتصف [AB] هي: أ) و ب) و هـ)
37. أ) ، ب) طبق علاقة شال باستعمال النقطة I.
ج) النص ينبغي أن يتضمن لزوم الشرط وكفايته.
38. أ) يمكن توظيف التعبير عن كلّ من GB و GC باستعمال النقطة 'A.
ب) يمكن توظيف خاصة مركز ثقل مثلث، بعد ترجمتها إلى علاقة شعاعية.

جداء شعاع بعدد حقيقي، الارتباط الخطي لشعاعين

39. يمكن إثبات الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{MO}$ و $\overrightarrow{NO}$.
40. يمكن إثبات الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{MC}$ و $\overrightarrow{BN}$.
41. نطبق بعض خواص جداء شعاع بعدد حقيقي.
42. $x = \frac{5}{9}$
43. يمكن تبرير وجود العدد الحقيقي k بتوظيف الارتباط الخطي لشعاعين، واستغلال الطول AM.
44. تصويب في نص التمرين " بين أنّ (BD) ... بدل (DE) "

يمكن الاستفادة من الإرشاد المقترح.

45. يمكن الاستفادة من الإرشاد المقترح.

46. أ) نترجم الارتباط الخطي إلى مساواة شعاعية، ونستغلها.

ب) نحسب $\overrightarrow{MN}$ بدلالة $\overrightarrow{BC}$.

47. أ) ، ب) نحسب $\overrightarrow{MA}$ بدلالة $\overrightarrow{MB}$.

48. إنشاء نقطة معرفة بعلاقة شعاعية، يمكن الاستفادة من التمرين 47.

<u>التّعليم على مستقيم، وفي المستوي</u>

49. تعليم نقط معرفة بطرائق مختلفة في معلم.

50. إجراء حسابات على الأشعة، وتمثيلات.

51. يمكن استعمال شرط توازي شعاعين.

52. يمكن استعمال العلاقة $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BD}$.

53. أ) يمكن استعمال العلاقة $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

ب) إحداثيا منتصف قطة مستقيم.

54. أ) ، ب) نطبق شرط توازي شعاعين.

55. نتحقق من أنّ الشعاعين متوازيان، ثمّ نعبر عن أحدهما بدلالة الآخر.

56. أ) $x = 2$ ، ب) $x = \frac{5}{2}$ ، جـ) $x = \pm 9$

57. يمكن توظيف شرط توازي شعاعين.

58. يمكن كتابة معادلة للمستقيم (AB).

59. ب) يمكن استعمال $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{FC}$.

جـ) في المعلم $(B ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA})$ النّقط: $E(\frac{1}{3};1)$ ، $F(1;\frac{2}{3})$ ، $G(\frac{2}{3};0)$ ، $H(0;\frac{1}{3})$.

60. يمكن التحقق من أنّ: $AC = BD$ ، و(AC) و(BD) متعامدان، و [AC] و[BD] متناصفان]

61. أ) النّقط A ، B ، C متمايزة وليست في استقامية.

ب) في المعلم $(B ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA})$ النّقط: $A(0;1)$، $B(0;0)$ ، $C(1;0)$ ، $D(1;1)$ ، $M(1;\frac{1}{2})$ ، $A'(2;1)$.

62. نعين إحداثيي كلّ نقط الشكل بالنسبة إلى المعلم $(B ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA})$ ، ثمّ نكمل.

63. نحسب أطوال أضلاع المثلث، ونطبق عكس مبرهنة فيثاغورس.

64. الرباعي ABCD معين.

65. الرباعي ABEF مربع.

66. أ) المثلث ABC قائم في B.

ب) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC مركزها منتصف [AC] ($O(2;0)$)، ونصف قطرها يساوي $\sqrt{17}$ وحدة طول.
ج) يمكن التحقق من أنّ $OM = OB$.

67. أ) النقطتين A ، B متناظرتان بالنّسبة إلى النّقط O.
ب) نوظف العلاقة $AM^2 = BM^2$.
ج) $x = \pm\sqrt{3}$

معادلة مستقيم

68. $u\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ شعاع توجيه لـ (D) ، ومعامل توجيهه يساوي $\frac{3}{5}$.

69. $u\begin{pmatrix}-2\\2\sqrt{3}\end{pmatrix}$ شعاع توجيه لـ (D') ، ومعامل توجيهه يساوي $-\sqrt{3}$.

70. $u\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيه لـ (D) ، وليس له معامل توجيه.

71. لاحظ أنّ (D_3) و (D_4) متعامدان.

72. $y = -x + 4$: (AB)

73. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

74. $y = \frac{1}{2}x - 5$

75. $y = \sqrt{2}(x - 4)$

76. أ) $y = \frac{-3}{2}x - 6$.
ب) $B(-4;0)$ نقطة تقاطعه مع محور الفواصل، و $C(0;-6)$ نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

77. يمكن استعمال أشعة التوجيه.

جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

78. نرسم المستقيمين لتمثيل الحلّ بيانيا.

79. $k \in \mathbb{R} - \{-3\}$

80. تصويب في نص التمرين:" نستبدل المعادلة $x - \frac{1}{2}y = 3$ بالمعادلة $x - 2y = 3$"
أ) نناقش حسب قيم العدد k.

ب) $k=-\frac{9}{2}$

81. أ) الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ غير متوازيين.

ب) نشكل جملة معادلتين ونحلها، فنجد إحداثيي نقطة التقاطع $S(4;3)$.

82. نجد $z=\pm 2$ ، ثمّ نكمل.

83. نجد $z=\frac{5}{2}$ ، ثمّ نكمل.

84. نشكل جملة معادلتين، ونحلها فنجد العددين هما: 4 و 11.

85. نشكل جملة معادلتين، ونحلها فنجد عدد المدعوين هو 38 وعدد الطاولات 7.

86. نشكل جملة معادلتين، ونحلها فنجد $CD=4cm$ و $BD=6cm$

مسائل

87. الهدف هو التحقق من الخاصة التي يحققها مستقيم أولر في إطار الهندسة التحليلية، بتوظيف الحساب الشعاعي.

88. الهدف من هذه المسألة هو برهان خاصة بعدّة طرائق وذلك بتنويع الوسائل الرّياضياتيّة المستخدمة.

89. الهدف معالجة تطبيق تآلفي وسيطي، والبحث عن مجموعة نقط باستعمال الوسيلة التحليلية.

7-

تصحيح أخطاء سقطت في كتاب التلميذ

الصفحة	السّطر أو الفقرة	الخطأ	الصواب
1	النص التاريخي السطر 4	وقد كان نظام العد عندهم ستينى وموضعي.	وقد كان نظام العدّ عندهم ستينيا وموضعيا.
4	السطر 7	لاحظ على الشّكل،	لاحظ الشّكل:
5	السطر 17	$\frac{23}{7}=3,28571285741...$	$\frac{23}{7}=3,28571285710...$
5	السطر 18	$\frac{23}{7}=\underline{28571}$ $\frac{17}{11}=\underline{54}$ $\frac{1}{2}=\underline{50}$	$\frac{23}{7}=3,\underline{28571}$ $\frac{17}{11}=1,\underline{54}$ $\frac{1}{2}=0,\underline{50}$
7	مُدور عدد حقيقي تعريف	A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري وليكن d *رقمه العشري ذا الرتبة* p	A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري وليكن d *رقمه العشري ذا الرتبة* $p+1$
8	رتبة مقدار عدد	رتبة مقدار العدد $25120\times0,00935$ هي 27×10	رتبة مقدار العدد $25120\times0,00935$ هي 3×10^2 (بعد كتابة النتيجة 27×10 على الشكل العلمي وتدويرها)
14	تعلّم البرهنة	من أجل -5 : $(-5)^2=25$ و $25\geq5$	من أجل -5 : $25=(-5)^2$ و $25\geq-5$
50	نشاط 2 السؤال الثاني	أوجد عبارة $A(x)$ بدلالة x .	أوجد عبارة $F(x)$ بدلالة x .
57	حلّ معادلات ومتراجحات بيانيا	حلّ المتراجحة $f(x)>g(x)$ ... $S=[x_1\,;x_2]$	حلّ المتراجحة $f(x)>g(x)$ ... $S=]x_1\,;x_2[$
58	4	المنحني $\mathscr{C}_f$	المنحني ($\mathscr{C}_f$)
	الشكل 2	($\mathscr{C}_f$) بالأحمر و($\mathscr{C}_g$) بالأخضر	($\mathscr{C}_f$) بالأزرق و($\mathscr{C}_g$) بالأحمر
59	التمثيل البياني لدالة تآلفية أمثلة: الشكل2	المستقيم لا يمرّ من المبدأ.	المستقيم يمرّ من المبدأ.
92	إيجاد حصر للعدد x^2....	لاحظ أن ($-x^2$)	لاحظ أنّ $(-x)^2$

	في الحلّ السطر1		
93	توظيف الدالة مربع.... في الخانة "حلّ" في السطر2 في السطر14	...ومتناقصة وموجبة... $-2>x_1<x_2$	...ومتزايدة وموجبة... $-2<x_1<x_2$
96	في الشكل	$y=x$	$y=x^2$
99	في الخانة "حلّ" في السطر12 في السطر13	$\sin \pi/3 = ½$ "M هي صورة $\pi/4$	$\sin \pi/3 = \sqrt{3}/2$ "M هي صورة $\pi/6$
100	في السطر2 في الشريط الثاني الملون بالأحمر	طرق	إضافة: و $\pi / 4$ 201 طريقة
101	في الخانة"تعاليق في الخانة "حل"	$-1 \leq x \leq 1$ $0 \leq x \leq 1$ ؛ $0 \leq x \leq -1$ ؛ $0 \leq -x \leq 1$	$-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ $-\pi/2 \leq x \leq 0$؛$0 \leq x \leq \pi/2$ $0 \leq -x \leq \pi/2$
103	في السطر20(وال سطر21) في السطر ما قبل الأخير	M=H (وM=A) WINDOW← نكتب $Y1=-2x^2+6x$ GRAPH←	M=A (وM=H) Y1=← نكتب $Y1=-2x^2+6x$ ← GRAPH← WINDOW
105	السطر23	$2x^2-4x+49=37$	$2x^2-14x+49=37$
106	التمرين9	$x \rightarrow ax+b$	$x \rightarrow ax^2+b$
107	التمرين15 التمرين16 التمرين17	أكبر $f(x)= 3x^2-12x-11$...أكبر $f(x)= x^2+2x-3$	أصغر $f(x)= 3x^2-12x-3$...أصغر $f(x)=- x^2+2x-3$
109	التمرين37 التمرين38		fهي دالة الجذرالتربيعي مثل بيانيا دالة....
110	التمرين47 التمرين48 التمرين56	cm10 $\overset{\frown}{AB}$ قوس.... الأعداد الحقيقيةمن...	10cm $\overset{\frown}{AB}$ قوس.... الأعداد الحقيقيةx من...

	ب)		
141	السطر4 السطر7 السطر8	خواص الوسط..... • تذبذب العينات • استقرار التواترات	استعمال خواص ..... حذف السطر7 حذف السطر8
147	3.التمثيلات البيانية في الجدول	3 هو تكرار 10	5هو تكرار 10
150	في الخانة "حل"	مخطط التكرارات مخطط التواترات	مضلع التكرارات مضلع التكرارات
152	في الخانة "تعاليق" السطر2		اضافة : "،" بعد "n تكرارها"
155	في الشكل	M	m
158	في الخانة "حل" أ)	الخلية A1	الخلية A2
173	في الجدول الأول	(مركز الفئة)-10	10-(مركز الفئة)
174	- في السطر 1 - في التمرين الأول أ) - في التمرين3.	عدم ظهور رقم التمرين الأول منفصلة منفصلة	وضع 1. قبل أ) متقطعة متقطعة
175	- في بداية السطر1 - في التمرين15(في الجدول)	عدم ظهور رقم التمرين الرابع. المنطقة الشرقية	وضع 4. قبل "المدرج " المنطقة الشمالية
240	السطر 5 من التمرين 32	تنقص عبارة "النقطتان M و N منتصفا [AB] و [BC] على التّرتيب"	
241	التمرين 47 السطر 5	بين أنّ كلا من H ، K تنتمي إلى الدائرة (C)	بين أنّ كلا من H' ، K تنتمي إلى الدائرة (C)
241	التمرين 53 السطر 2	بالضّلع $[AB]$	بالضّلع $[BC]$
243	التمرين 66	و F نقطة من [AB]	و F نقطة من [AC]
244	التمرين 75	[AC] قطر في (C) ويقطع (C') في	[AC] قطر في (C)، وحامله

		النّقطة M ، و[AD] قطر في (C') ويقطع (C) في النّقطة N.	يقطع (C') في النّقطة M ، و[AD] قطر في (C') ، وحامله يقطع (C) في النّقطة N.
246	التمرين 89	...(BH) عمودي على $[OX]$ و (CG) عمودي على $[OY]$	...(BH) عمودي على $[AX]$ و (CG) عمودي على $[AY]$
247	التمرين 97	احسب أطوال كلّ ...	احسب بدلالة a أطوال كلّ ...
248	التمرين108	العبارة $AM = BN$ مكتوبة في سطرين	تكتب العبارة $AM = BN$ في سطر واحد
249	التمرين 117 السطر 9	ارسم المستقيم الموازي لـ (AB) الذي يشمل النّقطة C فيقطع (AM) في النقطة A.	ارسم المستقيم الموازي لـ (AB) و الذي يشمل النّقطة C، هذا المستقيم يقطع (AM) في النقطة A'.
256	العنوان في السطر 5	"توازي شعاعين	الارتباط الخطي لشعاعين
266	البحث عن معادلة مستقيم معرّف بنقطتين السطر 1	$(o;i,j)$ معلم للمستوي	$\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$ معلم للمستوي
273	التمرين 9	$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$	$AM - MB = AB$
274	التمرين 29	الشكل الموجود في التمرين 30 هو خاص بالتمرين 29	
274	التمرين 30	لا يشتمل هذا التمرين على أي شكل	
275	التمرين 44 السطر 4	بين أنّ (DE)	بين أنّ (BD)
276	التمرين 51	من أجل أية قيمة لعدد x تكون	من أجل أية قيمة للعدد x تكون