الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران
مصلحة الامتحانات والتوجيه

المنافسات العلمية والتربوية الولائية (دورة مارس2015)

المستوى: السنة الثالثة علوم تجريبية — المدة: 3 ساعات ونصف

اختبار في مادة : الرياضيات

التمرين الأول(05نقاط):

نعتبر المكعب $ABCDEF$ الذي طول حرفه a(a عدد حقيقي موجب تماما)

(S_1) سطح الكرة المماسة لأوجهه الستة (المكعب محيط بها)

و (S_2) سطح الكرة المحيطة به (التي تشمل رؤوسه الثمانية).

1/ عبر بدلالة a عن كل من r_1 و r_2 نصفي قطري (S_1) و (S_2) على الترتيب .

2/ الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$.

أ- عين إحداثيات النقطة I مركز المكعب .

ب- اكتب معادلة ديكارتية لكل من (S_1) و (S_2)

3/ أ- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة I و يوازي المستقيم (AE)

ب - تحقق أن المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S_2) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الثاني(05نقاط):

ليكن a عدد حقيقي حيث $a \in \left]\frac{1}{e};e\right[$ و (E) المعادلة المعطاة بالشكل: $z^2-2z\,ln(a)+1=0$ حيث z عدد مركب

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ النقطة $A(-1;0)$ و النقطتين M و N صورتي حلي المعادلة (E) في مجموعة الأعداد المركبة .

1- عين حسب قيم العدد الحقيقي a لاحقتي النقطتين M و N.

2- في كل حالة مما يلي عين قيم العدد الحقيقي a التي تحقق:

أ- النقطتان M و N متناظرتان بالنسبة للمحور الحقيقي.

ب- النقطتان M و N تنتميان الى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم و نصف قطرها 1.

ج- النقطتان M و N متناظرتان بالنسبة للمبدأ

د- $AM<2$.

أقلب الورقة من فضلك

التمرين الثالث(08نقاط):

I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي xالمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{-\frac{1}{x}}$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g.

2- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما يكون: $0<g(x)<1$

II)- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x)=x\ln(-x) & : x<0 \\ f(x)=x\left(2-e^{-\frac{1}{x}}\right) & : x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول 2 سم)

1- بين أن الدالة f مستمرة عند 0.

2- أدرس قابلية الدالة للاشتقاق عند القيمة 0على اليمين و على اليسار ثم فسر النتيجتين بيانيا.

3- أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجال التعريف

4- بين أنه من أجل كل $x>0$فإن: $f'(x)=2-g(x)$:

5- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6- بين أن المنحنى (C)يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ)يطلب إعطاء معادلة ديكارتية له.

7- بين أن المستقيم (Δ)هو مماس للمنحنى (C) في نقطة فاصلتها سالبة يطلب تعيين إحداثييها.

8- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) من أجل $x>0$.

9- أنشئ (Δ)و المنحنى (C)بعناية .

10-**التمرين الرابع(03نقاط):**

11-أسطوانة دورانية طول نصف قطرها Rوطول ارتفاعها h موضوعة شاقوليا على إحدى قاعدتيها ، نريد قطع هذه الأسطوانة بمستو موازلمستوي القاعدتين على ارتفاع قدره x عن القاعدة السفلية (قاعدة الارتكاز) لنحصل على أسطوانتين صغيرتين إحداهما سفلية ارتفاعها x والأخرى أعلاها .

12-. كيف يمكن اختيار x حتى تكون مساحة إحدى القاعدتين وسطا متناسبا للمساحتين الجانبيتين للأسطوانتين السفلية والعلوية ؟

انتهى و بالتوفيق

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

مصلحة الامتحانات و التوجيه

الإجابة المختصرة للمنافسة العلمية و التربوية الولائية

دورة مارس2015

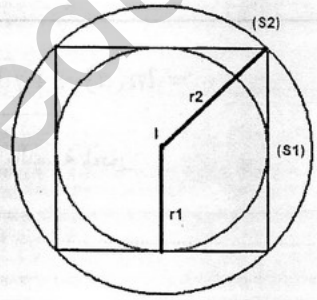
الإجابة المختصرة (السنة الثالثة ع تجريبية)	العلامة

التمرين الأول(05نقط):

1- (S_1) هي سطح الكرة المماسة لأوجه المكعب معناه قطرها

يساوي طول ضلعه و منه $r_1 = \frac{a}{2}$.....(0.5)

و(S_2) هي سطح الكرة المحيطة بالمكعب و قطرها يساوي



اقطار اوجه المكعب و منه $r_2 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.....(0.5)

2- أ- النقطة Iهي نقطة تقاطع اقطار المكعب

احداثيات النقطة I: $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.....(01)

ب- بمأن طول حرف المكعب هو 1 فإن $r_1 = \frac{1}{2}$و $r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و مركز كل من و هو I منه:

ومنه: (S_1): $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z + \frac{1}{2} = 0$ .....(0.5)

و لدينا:

ومنه: (S_2): $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z + \frac{1}{4} = 0$.....(0.5)

3- أ- تمثيل و سيطي للمستقيم (D) : $(D):\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \quad (t\in R) \\ z=t+\frac{1}{2} \end{cases}$ .....(01)

ب- المستوي (ABC) معادلته الديكارتية: $z=0$

بماأن $d(I;(ABC)=\frac{1}{2}$ فإن المستوي يقطع سطح الكرة (S_2) و فق دائرة مركزها $I'(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0)$ مركز المربع و نصف قطرها $\frac{1}{2}$. .....(01)

التمرين الثاني(04نقاط)

1- لدينا : $(E):\ z^2-2zln(a)+1=0$ مع $a\in]e^{-1};e[$

مميز المعادلة (E): $\Delta=4((lna)^2-1))$ .....(0.5)

- اذا كان $a=1$ فإن $\Delta=-4=(2i)^2$

و منه المعادلة تقبل حلين $z_M=ln(a)-1$ و $z_N=ln(a)+1$.

- اذا كان $a\in]e^{-1};1[\cup]1;e[$ فإن $(lna)^2-1<0$ ومنه $\Delta=2i\sqrt{1-(lna)^2}$

و منه المعادلة تقبل حلين

$z_M=ln(a)-i\sqrt{1-(lna)^2}$ و $z_N=ln(a)+i\sqrt{1-(lna)^2}$ .....(01)

2- أ- قيم a التي تحقق النقطتان M و N متناظرتان بالنسبة لمحور

3- الأعداد الحقيقية هي: $a\in]e^{-1};1[\cup]1;e[$ .....(0.5)

ب- قيم a التي تحقق النقطتان M و N تنتميان الى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 1

1- $(MO=NO=1)$ هي: $a\in]e^{-1};0[\cup]0;e[$ .....(0.5)

4- جـ- قيم a التي تحقق النقطتان M و N متناظرتان بالنسبة للمبدأ هي: $\emptyset$ .....(0.5)

5- د- قيم a التي تحقق $AM\leq 2$ هي: $a\in]e^{-1};e[$ .....(01)

التمرين الثالث(08 نقاط):

I- الدالة قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها (جداء دالتين) ويكون $g'(x)=\frac{1}{x^3}e^{-\frac{1}{x}}$ و منه الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ .....(0,5)

و بمأن $\lim_{x\to+\infty}g(x)=1$ و $\lim_{x\to 0}g(x)=0$ .....(0.5)

فإنه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$: $0<g(x)<1$ .....(0,5.)

II- 1- بمان : $\lim_{x<0}f(x)=\lim_{x>0}f(x)=f(0)$ فإن الدالة مستمرة عند 0.....(0,5)

لدينا $\lim_{x\to 0^{<}} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0^{<}} \ln(-x) = -\infty$ .....(0,25)

و $\lim_{x\to 0^{>}} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0^{>}} (2 - e^{-\frac{1}{x}}) = 2$ .....(0,25)

و منه f غير قابلة للإشتقاق عند 0 و المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس شاقولي على يسار 0

و نصف مماس معامل توجيهه 2 على يمين 0 و منه يقبل نقطة زاوية هي النقطة $O(0;0)$.....(0,5).

3- لدينا:

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} x\ln(-x) = -\infty$.....(0.25)

و

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} x(2 - e^{-\frac{1}{x}}) = +\infty$ .....(0.25)

4- من أجل $x > 0$: $f'(x) = 2 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)e^{-\frac{1}{x}} = 2 - g(x)$ .....(0,5)

و بما أن $0 < g(x) < 1$ فإن $f'(x) > 0$ .....(0,5)

ومنه f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. .....(0,5)

5- من أجل $x < 0$ لدينا $f'(x) = \ln(-x) + 1$ و منه $f'(x) = 0$ من أجل $x = -e^{-1}$

وبالتالي f متزايدة على المجال $]-\infty;-e^{-1}]$ و متناقصة على المجال $[-e^{-1};0[$. .....(0,5)

جدول تغيرات الدالة :.....(0,5)

		$-$		
	$-\infty$ ↗	e^{-1}	↘ 0	↗ $+\infty$

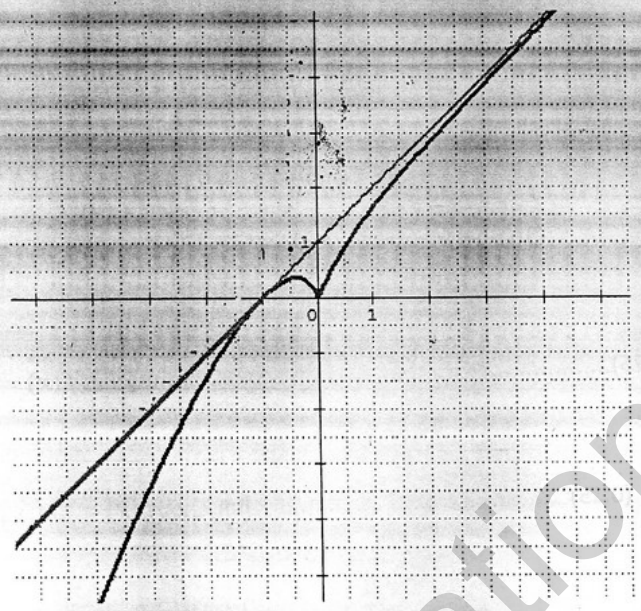
6- المستقيم (Δ) هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ لأن

$\lim_{x\to +\infty} f(x) - (x+1) = \lim_{x\to +\infty} x(1 - e^{-\frac{1}{x}}) = 0$.....(0,5)

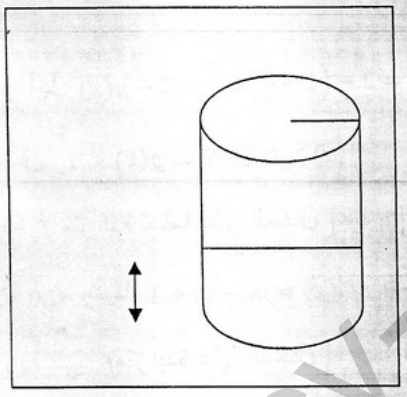
7- المستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C_f) عند نقطة فاصلتها سالبة معناه

$f'(x) = \ln(-x) + 1 = 1$ و منه $x = -1$ و بالتالي احداثيات نقطة التماس هي: $(-1;0)$.....(0.5)

9 إنشاء المنحنى (C_f).....(0.5)



التمرين الرابع(03نقاط) رسم الشكل المناسب:



مساحة كل من القاعدتين S_bهي $R^2(U.A)$ $S_b = \pi$.....(0.25)

المساحة الجانبية السفلى $S_1 = 2\pi Rx$،

المساحة الجانبية العلوية $S_2 = 2\pi R(h-x)$.....(0.5)

لتكون S_bوسطا متناسبا لـ S_1و S_2 يجب أن يكون: $S_1 \times S_2 = S_b^2$ ...(0.5)

$S_1 \times S_2 = S_b^2$ معناه $\pi^2 R^4 = 2R\,x \times 2R\,(h-x)$

$R^2 = 4\,x(h-x)$معناه $4\,x^2 - 4\,hx + R^2 = 0$.....(0.5)

المميز Δ'، $\Delta' = 4(h^2 - R^2)$.....(0.25)

ثم نناقش ثلاث حالات

أولا : $h < R$مجموعة الحلول خالية ، المسألة لا تقبل أي حل .....(0.25)

ثانيا : $h = R$ الحل مضاعف $x' = x'' = \frac{R}{2}$.....(0.25)

ثالثا: $h > R$مجموعة الحلول ثنائية $x' = \frac{h+\sqrt{h^2-R^2}}{2}$ و $x'' = \frac{h-\sqrt{h^2-R^2}}{2}$ .....(0.5).

كلاهما مقبول(يحقق المطاوب) لأن $\sqrt{h^2 - R^2} < h$.....(0.5)...