

التمرين الثالث (04 نقاط):

ليكن x و y عدداً طبيعياً غير معدومين حيث $x < y$

S هي مجموعة الثنائيات $(x; y)$ حيث $PGCD(x; y) = y - x$

1- أ- أحسب $PGCD(484; 363)$

ب- هل الثنائية $(484; 363)$ تنتمي الى S ؟

2- ليكن n عدد طبيعي غير معدوم، بين أن الثنائية $(n; n+1)$ تنتمي الى المجموعة S .

3- أ- بين أن الثنائية $(x; y)$ تنتمي الى S إذا و فقط اذا وجد عدد طبيعي غير معدوم k يحقق

$$x = k(y - x) \text{ و } y = (k + 1)(y - x)$$

ب- استنتج ان من أجل كل ثنائية $(x; y)$ من S لدينا: $PPCM(x; y) = k(k + 1)(y - x)$

4- أ- عين القواسم الطبيعية للعدد 228

ب- استنتج مجموعة كل الثنائيات $(x; y)$ من S التي تحقق: $PPCM(x; y) = 228$

التمرين الرابع (07 نقاط):

لكل عدد حقيقي m نرمز بـ f_m للدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f_m(x) = 2me^x - e^{2x} - 2m$

ليكن (C_m) منحنها في المستوي المنسوب الى المعلم متتامد و متجانس $(\vec{0}; \vec{i}; \vec{j})$ حيث وحدة الطول 2 سم.

1- أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_m(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_m(x)$.

2- ليكن m و m' عدداً حقيقيين حيث $m < m'$

- أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_m) و $(C_{m'})$.

3- أثبت أن جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة ثابتة A يتم تحديدها

4- بين أنه إذا كان $m \leq 0$ فإن f_m متناقصة تماماً على \mathbb{R} .

5- نفرض أن: $m > 0$

أ- بين أن f_m تقبل قيمة حدية β_m عند α_m مع تعيين كل من α_m و β_m .

ب- ليكن $I_m(\alpha_m; \beta_m)$ و γ مجموعة النقط I_m من أجل $m \in]0; +\infty[$.

بين أن γ هو منحنى الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = e^{2x} - 2e^x$

ت- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g(x) = -2 - f_1(x)$

و استنتج أن γ و (C_1) متناظران بالنسبة للمستقيم (D) ذو المعادلة $y = -1$

6- أنشئ في نفس المعلم المنحنيات: (C_1) ، (C_{-1}) و γ .

إنتهى

تمنياتنا لكم بالتوفيق