الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية تيزي وزو

المنافسة الوطنية العلمية و الأدبية في مرحلة التعليم الثانوي- المرحلة الولا ئية مارس 2015-

المادة: الرياضيات المستوى:3ثانوي الشعب: ع.ت/ ت .ر/ رياضيات المدة: 3ساعات ونصف

التمرين الاول: (4نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على R كمايلي : $\begin{cases} f(x) = \ln(1-x^3) & ; x < 0 \\ f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$

و (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ أ- بين أن الدالة f مستمرة عند 0 .

ب - ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

2/ادرس تغيرات الدالة f .

3/ ا - تحقق أن من أجل كل $x < 0$: $\frac{f(x)}{x} = 3\frac{\ln(-x)}{x} + \frac{\ln(1-\frac{1}{x^3})}{x}$.

ب - ادرس الفرعين اللا نهائيين للمنحنى (C_f).

4/ارسم المنحنى (C_f).

التمرين الثاني: (5نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\left[\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ كمايلي : $f(x) = \frac{x+\sqrt{2x-1}}{x}$

و C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ادرس تغيرات الدالة f

2/بين المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثياتها .

3/ ارسم المنحنى C_f

4/ أ - ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $x + \sqrt{2x-1} - mx = 0$

ب – ليكن θ عدد حقيقي حيث $\theta \in [0 ; \pi]$

استنتج عدد حلول المعادلة ذات المجهول θ التالية $\sin\theta + \sqrt{2\sin\theta - 1} - m\sin\theta = 0$

5/ نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left[\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ بـ : $g(x) = \frac{x-\sqrt{2x-1}}{x}$

أ - بين أن : $g(x) = 2 - f(x)$

ب - استنتج طريقة لرسم C_g منحنى الدالة g انطلاقا من المنحنى C_f

ج – ارسم المنحنى C_g

د – لتكن S مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوى التي تحقق : $x^2y^2 - 2x^2y + x^2 - 2x + 1 = 0$

بين أن S هي اتحاد المنحنيين C_f و C_g

التمرين الثالث :(4 نقط)

نعتبر في المجموعة الاعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z حيث :

$z^2 - 2(cos\theta)z + 1 = 0$ .....(1) مع θ عدد حقيقي من المجال $\left]0\ ;\frac{\pi}{2}\right]$

1/ أ – بين أن للمعادلة (1) حليين مترافقين .

ب –حل في C المعادلة (1).نرمز للحليين بـ z_1 و z_2 حيث $Imz_1 > Imz_2$

ج – احسب قيمة $\frac{{z_1}^{2014}+{z_2}^{2014}}{1+{z_1}^{2014}{z_2}^{2014}}$. ماذا تستنتج؟

2/ ليكن L عدد مركب معرف كمايلي: $L = \frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}$.

أ- احسب $\bar{L}$ بدلالة z_1 و z_2.

ب- استنتج أن L حقيقي .

3/ نعتبر في المستوى المركب المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A;B;C;D$.
التي لواحقها على الترتيب $1;i;-1;-i$ والنقطة M التي لواحقها $z = z_1$ او $z = -\overline{z_2}$

أ- مثل النقط $A;B;C;D$.

ب - عين ثم انشىء مجموعة النقط M عندما يتغير θ في المجال $\left]0\ ;\frac{\pi}{2}\right]$.

التمرين الرابع :(3نقاط)

في الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{I};\vec{J};\vec{K})$

نعتبر النقط :$A(a\ ;0\ ;0)\ ;B(0;b\ ;0\ )\ ;C(0;0;c)$;: حيث $a;b;c$ اعداد حقيقية موجبة تماما.

1/اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC)

2/احسب بعد النقطة $M(x_0;y_0;z_0)$ عن المستوي (ABC)

3/استنتج بدلالة $a;b;c$ بعد النقطة O عن المستوي (ABC)

4/احسب حجم الرباعي الوجوه $OABC$

5/بين أن مساحة المثلث ABC هي: $S = \frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}\quad u.a$

$e^x \cdot e^{-x} = \frac{e^x}{e^x} = 1$

التمرين الخامس:(4نقاط)

n عدد طبيعي

نعتبر الاعداد: $a_n = 4\times10^n - 1\ ;b_n = 2\times10^n - 1\ ;c_n = 2\times10^n + 1$

1/احسب $c_3;b_3;a_3;c_2;b_2;a_2;c_1;b_1$.

2/بين أن $a_n\ ;\ c_n$ قابلان للقسمة على3 .

3/بين أن b_3 عدد أولي .

4/ أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $b_n \times c_n = a_{2n}$.

ب - استنتج تحليلا الى جداء عوامل أولية للعدد a_6.

5/بين ان : $PGCD(b_n;c_n) = PGCD(b_n;2)$. واستنتج أن b_n و c_n اوليان فيمابينهما .

6/ نعتبر في Z^2 المعادلة: $b_3x + c_3y = 1$ ... .(E).

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل على الاقل حلا في Z^2.

ب - بتطبيق خوارزمية اقليدس عين حلا خاصا للمعادلة (E).

ج - حل المعادلة (E).

انتهى

بالتوفيق