مديرية التربية لولاية تيزي وزو

المنافسة العلمية والتربوية

المستوى: السنة الثانية (ع ت + تس + ر)

المادة: رياضيات

المدة: 3 ساعات

التمرين الأول: (6ن)

I) (U_n) متتالية معرفة على N بـ: $U_0 = \frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n

$U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + \frac{1}{6}$ ، من أجل كل n من N نضع: $V_n = U_n - \frac{2}{3}$

1) بيّن أن (V_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدّها الأول

2) أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج U_n بدلالة n.

3) أحسب نهاية كل متتالية

4) أحسب بدلالة n المجموعين: $S_n = V_0^2 + V_1^2 + \dots + V_n^2$ ، $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

II) نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة بحدّها الأول: $t_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $t_{n+1} = t_n - 5n - 1$

لتكن (w_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $w_n = t_{n+1} - t_n$

1) أثبت أن المتتالية (w_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول

2) أحسب المجموع: $S = w_0 + w_1 + \dots + w_{n-1}$ ثم إستنتج عبارة t_n بدلالة n.

التمرين الثاني: (5ن)

1) أ) أحسب قيمة المجموع S_1 حيث:

$$S_1 = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

ب) إستنتج قيمة المجموع S_2 حيث:

$$S_2 = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$، نعتبر النقط: $A(2, 0)$ ، $B(0, \sqrt{3})$ ، $P\left(1+\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{2}\right)$

اقلب الصفحة

www.ency-education.com

أ) بيّن أن مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي والتي تحقق: $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA} = 3$ هي دائرة (C) يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

ب) تحقق من أنّ: $B \in (C)$ و $P \in (C)$.

ج) عيّن معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس الدائرة (C) في النقطة B

د) أرسم الدائرة (C) والمماس (T) موضّحا النقط: A، B، P.

التمرين الثالث: (9ن)

I) f دالة معرّفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف، فسّر النتائج هندسيا

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f

3) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة: $y = 1$

4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3

5) أنشئ (Δ) و (C_f).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 = m$$

II) نعتبر الدالة G المعرّفة كما يلي: $G(x) = \left(\frac{-|x|+1}{-|x|-1}\right)^2$ و (C_G) منحناها البياني

1) بيّن أن الدالة G معرّفة على $\mathbb{R}$ ثم أدرس شفعيتها

2) بيّن أن: $G(x) = f(x)$ على مجال يُطلب تعيينه ثم أرسم (C_G)

III) نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-\infty, 1[$ بـ: $H(x) = \frac{4x}{(x-1)^2}$

1) أحسب: $H(x) - f(x)$ ثم إستنتج طريقة رسم (C_H) منحنى الدالة H.

2) أرسم (C_H).

3) حدّد بيانيا عدد حلول المعادلة: $(H(x))^2 - \frac{1}{4} = 0$

بالتوفيق للجميع

www.ency-education.com