الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان مهني بعنوان 2017

للالتحاق بالتكوين المتخصص رتبة: مفتش التربية الوطنية

اختبار في: الاختصاص (رياضيات) — المدة: 03 سا

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) اقترح طريقة تسمح بتعيين جميع الأعداد الحقيقية المتمايزة و الموجبة تماما a و b التي تحقق المساواة

$$a^b = b^a$$

2) ما هي قيم هذه الأعداد ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (الوحدة $4\ cm$)

(C) الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 1 وتشمل النقطة A_0.

ابتداء من النقطة A_0 نعلم النقط A_1، A_2، A_3، ...، A_{n+1} بحيث تكون المثلثات OA_0A_1، OA_1A_2، ...، OA_nA_{n+1} مباشرة ومتساوية الساقين وقائمة في النقط A_1، A_2، A_3، ...، A_{n+1} على الترتيب .

نعتبر متتالية النقط (A_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ و ليكن العدد المركب z_n لاحقة النقطة A_n.

1) ارسم شكلا يمثل هذه الوضعية ثم عين لاحقة النقطة A_1.

2) أ) ضع تخمينا لعبارة العدد z_{n+1} بدلالة z_n ثم أثبت صحتها.

ب) عبّر عن $|z_{n+1}|$ بدلالة $|z_n|$ ثم استنتج عبارة $|z_n|$ بدلالة n .

3) أ) احسب بدلالة n الطولين A_nA_{n+1} ، L_n حيث : $L_n = \sum_{k=0}^{n-1} A_kA_{k+1}$

ب) احسب $\lim_{n\to\infty} L_n$.

4) ابتداء من النقطة A_0 ، ذات اللاحقة z_0 ، نعيد تعليم النقط A_1، A_2، A_3، ...، A_n وفق ما يلي :

من أجل كل عدد طبيعي n، $A_{n+1} = S(A_n)$ حيث $z_0 = 6$ و S التشابه الذي مركزه O ونسبته $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{6}$

أ) احسب بدلالة n لاحقة النقطة A_n .

ب) بيّن أنّ A_{12} تنتمي إلى مجموعة من النقط يطلب تعيينها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يحتوي كيس (U_1) على ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 1 و 2 ويحتوي كيس (U_2) على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 و 2.

نسحب عشوائيا كرية رقمها a من الكيس (U_1) ، وكرية رقمها b من الكيس (U_2).

نرفق بكل ثنائية $(a\,;\,b)$ العدد المركب z حيث: $z=a+ib$.

1) ما هو الاحتمال كي يكون العدد z حلا للمعادلة : $z^2-(3+2i)z+2+4i=0$ ؟

2) أ) ما هو احتمال أن يكون العدد z حقيقيا ؟

ب) ما هو احتمال أن يكون العدد z تخيليا صرفا وغير معدوم؟

3) نعتبر المتغير العشوائي X ، الذي يرفق بكل سحب لكرية حمراء وكرية بيضاء، طويلة العدد المركب z.

أ) ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

4) نعتبر M صورة العدد z في المستوي المركب.

– ما هو الاحتمال، لكي تكون M نقطة من المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ؟

التمرين الرابع: (06 نقاط

نعتبر في المستوي المركب المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $\left(A,\vec{u},\vec{v}\right)$ الرباعي المحدب $ABCD$

نرمز بالأعداد b ، c و d للواحق النقط B ، C و D على الترتيب.

1) أ) تحقق أنّ : $\left|\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right|+\left|\frac{1}{c}-\frac{1}{d}\right| \geq \left|\frac{1}{b}-\frac{1}{d}\right|$

ب) استنتج أنّ : $AD\times BC+AB\times CD \geq AC\times BD$

2) بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ يكون دائريا إذا وفقط إذا كان :

$$AD\times BC+AB\times CD=AC\times BD$$

3) ليكن $MNPQ$ متوازي أضلاع. ولنعتبر دائرة تشمل النقطة M وتقطع القطع $[MN]$ ، $[MP]$ و $[MQ]$ على الترتيب في النقط N' ، P' و Q'.

– بيّن أنّ : $MN\times MN'+MQ\times MQ' = MP\times MP'$