

المنافسة العلمية و الأدبية في مادة الرياضيات

التمرين الأول (5 نقاط)

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=1$

(2) أحسب العددين : $A = \frac{1}{\sqrt{0}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$

$B = \sqrt{17-\sqrt{288}} + \sqrt{15-\sqrt{224}} + \sqrt{13-\sqrt{168}} + \sqrt{11-\sqrt{120}} + \sqrt{9-\sqrt{80}}$

التمرين الثاني (5 نقاط)

a ; b عددان موجبان تماما

(1) عين العددين a ; b حيث $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{4}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

(2) بين أن $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{1}{a}\right) \geq 4$

التمرين الثالث (5 نقاط)

f دالة عددية معرفة على R كما يلي $f(x) = |x-2| + |x+3|$

(1) أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

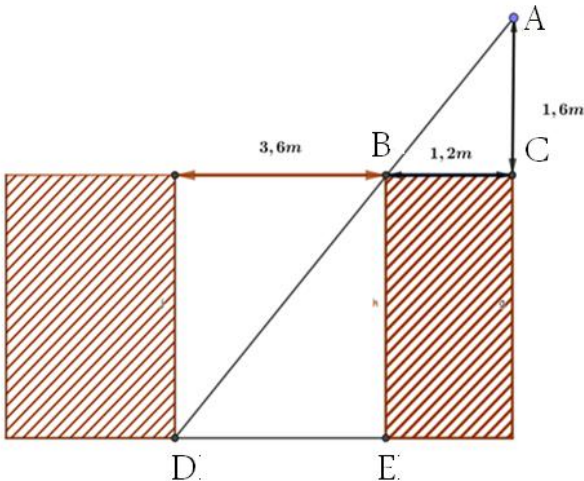
(2) أنشئ التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد المتجانس

التمرين الرابع (5 نقاط)

بئر فوهته دائرية قطرها 3,6 m يقف على حافتها مراقب عيناه مرتفعتان عن مستوي الواقف عليه بـ 1,6 m و يبتعد عنها الواقف بخط

مستقيم يشمل مركز فوهة البئر و عندما يتوارى عنه قعرها نجد أنه قد ابتعد عن حافة البئر بـ 1,2 m

ما هو عمق البئر ؟



(1) تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 1$

لدينا $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = n+1 - n = 1$

(2) حساب العددين $A = \frac{1}{\sqrt{0} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017} + \sqrt{2018}}$ و منه

$$A = \frac{(\sqrt{0} - \sqrt{1})}{(\sqrt{0} + \sqrt{1})(\sqrt{0} - \sqrt{1})} + \frac{(\sqrt{1} - \sqrt{2})}{(\sqrt{1} + \sqrt{2})(\sqrt{1} - \sqrt{2})} + \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} + \dots + \frac{(\sqrt{2017} - \sqrt{2018})}{(\sqrt{2017} + \sqrt{2018})(\sqrt{2017} - \sqrt{2018})}$$

$$A = -(\sqrt{0} - \sqrt{1}) - (\sqrt{1} - \sqrt{2}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - \sqrt{4}) - \dots - (\sqrt{2016} - \sqrt{2017}) - (\sqrt{2017} - \sqrt{2018})$$

$$A = \sqrt{2018}$$

$$B = \sqrt{17 - \sqrt{288}} + \sqrt{15 - \sqrt{224}} + \sqrt{13 - \sqrt{168}} + \sqrt{11 - \sqrt{120}} + \sqrt{9 - \sqrt{80}}$$

لدينا $B = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{15 - 4\sqrt{14}} + \sqrt{13 - 2\sqrt{42}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

$$\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{3^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{15 - 4\sqrt{14}} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 2\sqrt{2}} = \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{7})^2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$$

$$\sqrt{13 - 2\sqrt{42}} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{6})^2 - 2(\sqrt{7})(\sqrt{6})} = \sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{6})^2} = \sqrt{7} - \sqrt{6}$$

$$\sqrt{11 - 2\sqrt{30}} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})(\sqrt{6})} = \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(2)^2 + (\sqrt{5})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = \sqrt{5} - 2$$

$$B = 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{7} + \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 3 - 2 = 1$$

التمرين الثاني (5 نقاط)

a ; b عدنان موجبان تماما

(1) تعيين العدنان a ; b حيث $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ يكافئ أن $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} = \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ و منه

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 0 \text{ يكافئ } a + b - 2\sqrt{ab} = 0 \text{ يكافئ } a + b + 2\sqrt{ab} = 4\sqrt{ab}$$

$$\text{يكافئ أن } \sqrt{a} = \sqrt{b}$$

(2) تبين أن $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{1}{a}\right) \geq 4$ يكافئ $\left(\frac{ab+1}{b}\right)\left(\frac{ab+1}{a}\right) \geq 4$ يكافئ $(ab+1)^2 \geq 4ab$ يكافئ

$$a^2 b^2 + 2ab + 1 \geq 4ab \text{ يكافئ أن } a^2 b^2 - 2ab + 1 \geq 0 \text{ يكافئ أن } (ab-1)^2 \geq 0 \text{ محققة من أجل كل } a ; b \text{ عدنان موجبان}$$

تماما

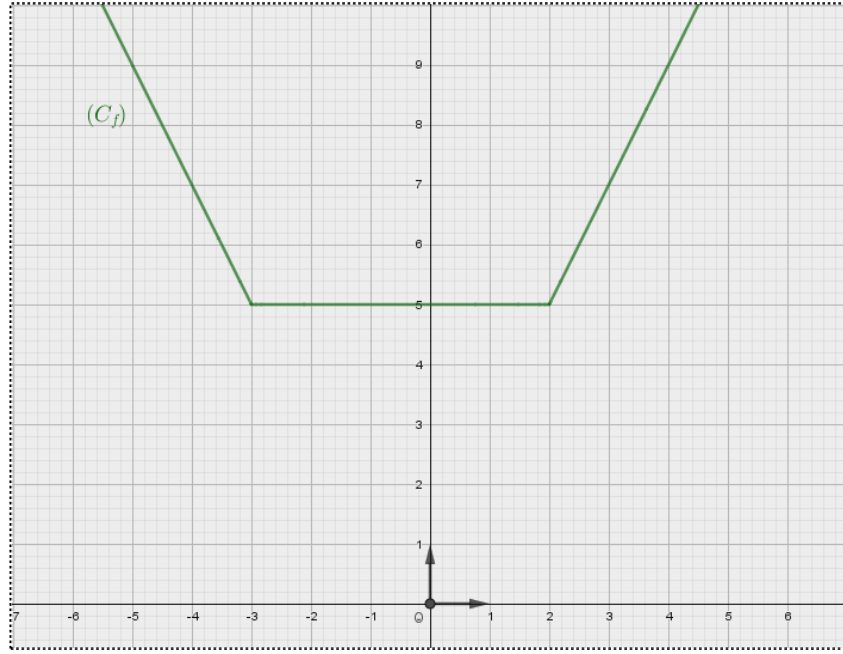
التمرين الثالث (5 نقاط)

$f(x) = |x-2| + |x+3|$ دالة عددية معرفة على R كما يلي

(1) كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$ x+3 =$		$-x-3$	$x+3$	$x+3$
$ x-2 =$		$-x+2$	$-x+2$	$x-2$
$f(x) =$		$-2x-1$	5	$2x+1$

(2) إنشاء التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد تتجانس



التمرين الرابع (5 نقاط)

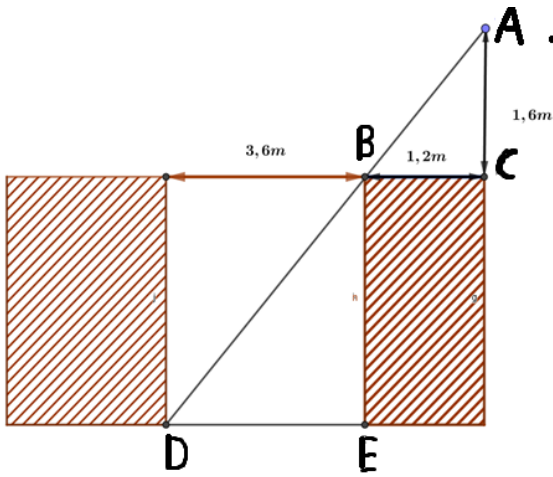
بئر فوهته دائرية قطرها 3,6 m يقف على حافتها مُراقب عيناه مرتفعتان عن مستوي الواقف عليه بـ 1,6 m و يبتعد عنها الواقف بخط مستقيم يشمل مركز فوهة البئر و عندما يتوارى عنه قعرها نجد أنه قد ابتعد عن حافة البئر بـ 1,2 m

نلاحظ من الشكل أن عمق البئر هو BE

الزاوية التي رأسها B في المثلث القائم ABC تقايس الزاوية التي رأسها D في المثلث القائم BDE لان المستقيمان (BC) و (DE) متوازيان و منه

$$\frac{BE}{DE} = \frac{AC}{BC} \quad \text{و منه} \quad \tan \hat{BDE} = \frac{BE}{DE} \quad \text{و} \quad \tan \hat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{و منه} \quad BE = DE \times \frac{AC}{BC} = 3,6 \times \frac{1,6}{1,2} = 3 \times 1,6 = 4,8 \text{ cm}$$



العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
5		<p>التمرين الأول (5 نقاط)</p> <p>(1) تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 1$</p> <p>لدينا $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = n+1 - n = 1$</p> <p>(2) حساب العددين $A = \frac{1}{\sqrt{0} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017} + \sqrt{2018}}$ و منه</p> <p>$A = \frac{(\sqrt{0} - \sqrt{1})}{(\sqrt{0} + \sqrt{1})(\sqrt{0} - \sqrt{1})} + \frac{(\sqrt{1} - \sqrt{2})}{(\sqrt{1} + \sqrt{2})(\sqrt{1} - \sqrt{2})} + \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} + \dots + \frac{(\sqrt{2017} - \sqrt{2018})}{(\sqrt{2017} + \sqrt{2018})(\sqrt{2017} - \sqrt{2018})}$</p> <p>$A = -(\sqrt{0} - \sqrt{1}) - (\sqrt{1} - \sqrt{2}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - \sqrt{4}) - \dots - (\sqrt{2016} - \sqrt{2017}) - (\sqrt{2017} - \sqrt{2018})$</p> <p>$A = \sqrt{2018}$</p> <p>$B = \sqrt{17 - \sqrt{288}} + \sqrt{15 - \sqrt{224}} + \sqrt{13 - \sqrt{168}} + \sqrt{11 - \sqrt{120}} + \sqrt{9 - \sqrt{80}}$</p> <p>لدينا $B = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{15 - 4\sqrt{14}} + \sqrt{13 - 2\sqrt{42}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$</p> <p>$\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{3^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} = 3 - 2\sqrt{2}$</p> <p>$\sqrt{15 - 4\sqrt{14}} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 2\sqrt{2}} = \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{7})^2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$</p> <p>$\sqrt{13 - 2\sqrt{42}} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{6})^2 - 2(\sqrt{7})(\sqrt{6})} = \sqrt{7} - \sqrt{6}$</p> <p>$\sqrt{11 - 2\sqrt{30}} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})(\sqrt{6})} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$</p> <p>$\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(2)^2 + (\sqrt{5})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = \sqrt{5} - 2$</p> <p>$\dots B = 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{7} + \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 3 - 2 = 1$</p>
5		<p>التمرين الثاني (5 نقاط)</p> <p>(1) تعيين العددين a ; b حيث $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ يكافئ أن $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{2\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ و منه</p> <p>$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = 4\sqrt{ab}$ يكافئ أن $a + b + 2\sqrt{ab} = 4\sqrt{ab}$ يكافئ $a + b - 2\sqrt{ab} = 0$ يكافئ</p> <p>$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 0$ يكافئ أن $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ يكافئ أن $a = b$</p> <p>(2) تبين أن $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{1}{a}\right) \geq 4$ يكافئ $\left(\frac{ab+1}{b}\right)\left(\frac{ab+1}{a}\right) \geq 4$ يكافئ $(ab+1)^2 \geq 4ab$ يكافئ</p> <p>$a^2b^2 + 2ab + 1 \geq 4ab$ يكافئ أن $a^2b^2 - 2ab + 1 \geq 0$ يكافئ أن $(ab-1)^2 \geq 0$ محققة من أجل كل a ; b عددان موجبان تماما</p>

التمرين الثالث (5 نقاط)

5

2

	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$ x+3 =$		$-x-3$	$x+3$	$x+3$
$ x-2 =$		$-x+2$	$-x+2$	$x-2$
$f(x) =$		$-2x-1$	5	$2x+1$

(1) كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

و منه

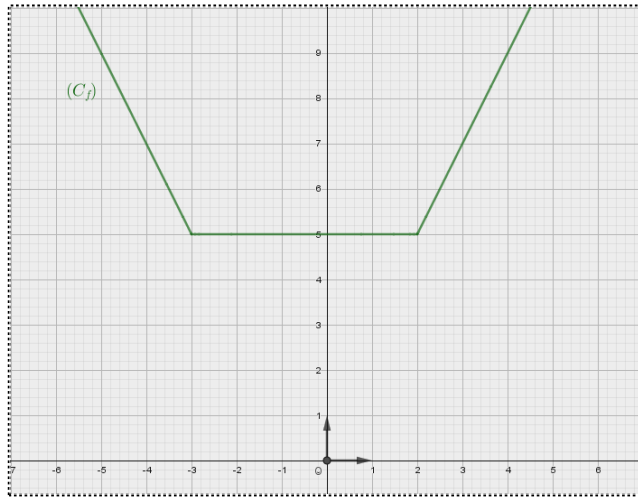
$$\begin{cases} f(x) = -2x-1 & : x < -3 \\ f(x) = 5 & : -3 \leq x \leq 2 \\ f(x) = 2x+1 & : x > 2 \end{cases}$$

1

(2) إنشاء التمثيل البياني للدالة f في مستوي

منسوب إلى معلم متعامد المتجانس

2



التمرين الرابع (5 نقاط)

بئر فوهته دائرية قطرها 3,6 m يقف على حافتها مراقب عيناه مرتفعتان عن مستوي الواقف عليه بـ 1,6 m و يبتعد عنها الواقف بخط مستقيم يشمل مركز فوهة البئر و عندما يتوارى عنه فعرها نجد أنه قد ابتعد عن حافة البئر بـ 1,2 m

نلاحظ من الشكل أن عمق البئر هو BE

الزاوية التي رأسها B في المثلث القائم ABC تقايس الزاوية التي رأسها D في المثلث القائم BDE لان المستقيمان

(BC) و (DE) متوازيان و منه $\tan \hat{ABC} = \frac{AC}{BC}$ و

$$\frac{BE}{DE} = \frac{AC}{BC} \text{ و منه } \tan \hat{BDE} = \frac{BE}{DE}$$

$$BE = DE \times \frac{AC}{BC} = 3,6 \times \frac{1,6}{1,2} = 3 \times 1,6 = 4,8 \text{ cm و منه}$$

2

2

1

