الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد | دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{5}{6}u_n-\frac{1}{3}$

1) احسب u_1 و u_2

2) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2<u_n\leq 0$

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{6}$

ب) اكتب v_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=2\left(\frac{5}{6}\right)^n-2$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$

ـ احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج T_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

1) المعادلة $2e^{2x}+3e^{x}-2=0$ ذات المجهول الحقيقي x :

أ) تقبل حلاً وحيدا. ب) تقبل حلّين مختلفين. جـ) لا تقبل حلولا.

2) $\int_0^1\left(3x^2+3e^{3x}\right)dx$ يساوي:

أ) e^3+1 ب) e^3 جـ) e^3-1

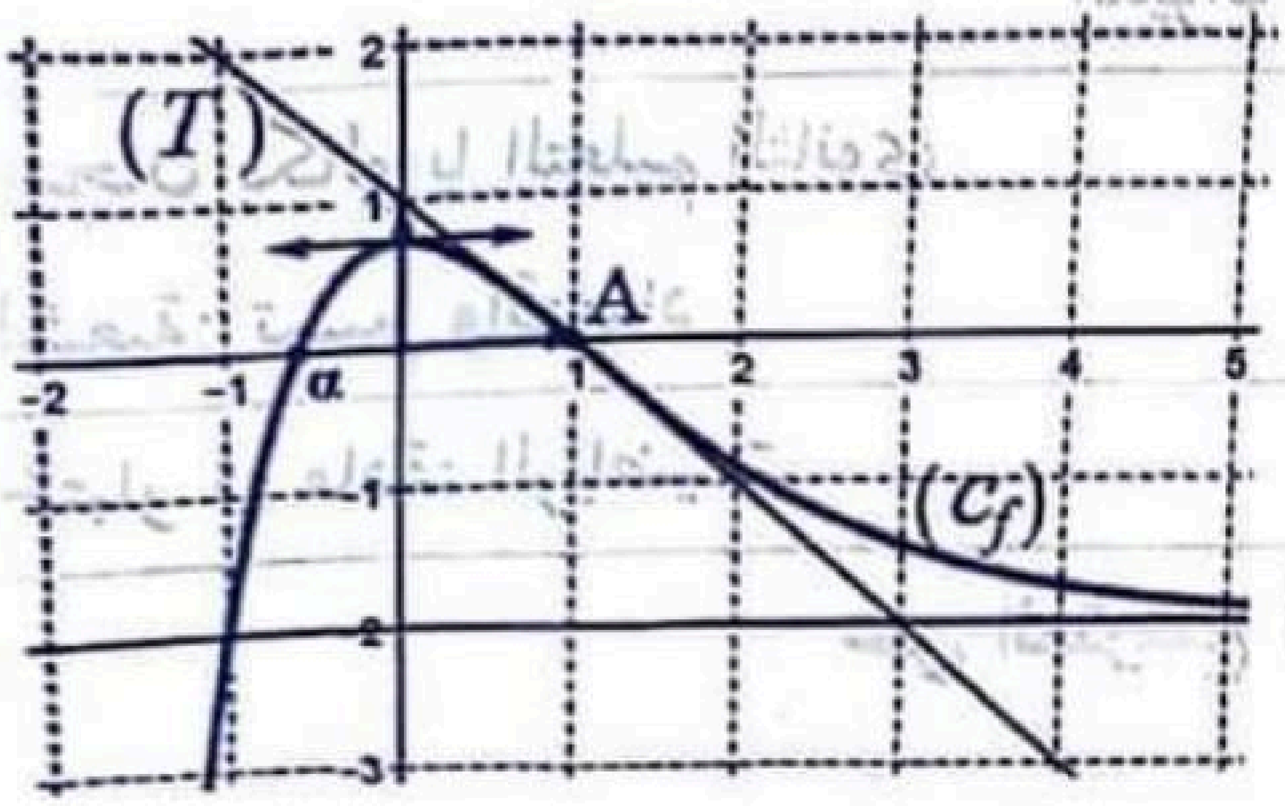
3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=1$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2u_n+1$

عبارة الحدّ العام u_n هي: أ) $2^{n+1}+1$ ب) 2^n-1 جـ) $2^{n+1}-1$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(2x)}{1+\ln x}\right)$ تساوي: أ) $\ln 2$ ب) 1 جـ) 2

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



في الشكل المقابل ، (C_f) التمثيل البياني لدالة f معرّفة على $\mathbb{R}$
والذي يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما 1 و α
و (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة $A(1;0)$

بقراءة بيانية:

1) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$ ثمّ أعط معادلة للمماس (T)

2) برّر أنّ A نقطة انعطاف لـ (C_f)

3) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)\times f'(x)=0$

4) F دالّة أصلية للدّالة f على $\mathbb{R}$

– حدّد حسب قيم x إشارة $f(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدّالة F

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{1+2\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

2) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{-4\ln x}{x^3}$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,52<\alpha<0,53$

4) أ) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

ب) احسب $f(e)$ ثمّ ارسم كلاً من (Δ) و (C_f)

5) أ) اثبت أنّ $H:x\mapsto\dfrac{-3-2\ln x}{x}$ دالة أصلية للدّالة $h:x\mapsto\dfrac{1+2\ln x}{x^2}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) استنتج $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتاهما:

$x=1$ ، $x=e$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=8x^3+1$

الدّالة الأصلية للدّالة f على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم عند 1 هي الدّالة F حيث :

أ) $F(x)=x^4+x-2$ ب) $F(x)=2x^4+x-3$ جـ) $F(x)=2x^4-2x$

2) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{e^x}{1+e^x}$

القيمة المتوسطة للدّالة g على المجال $[-\ln 2\,;\ln 2]$ هي:

أ) $2\ln 2$ ب) $\dfrac{1}{2\ln 2}$ جـ) $\dfrac{1}{2}$

3) للمعادلة $\ln(x-2)+\ln(x-4)=3\ln 2$ حلّ وحيد في المجال $]4\,;+\infty[$ هو:

أ) 6 ب) 8 جـ) 9

4) الدّالة h المعرّفة على $]-1\,;1[$ بـ: $h(x)=\ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ هي دالة:

أ) زوجية.   ب) فردية.   جـ) لا زوجية ولا فردية.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

P الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $P(X)=(2X-1)\left(X^2+X-2\right)$

1) ادرس إشارة $P(X)$ حسب قيم X من $\mathbb{R}$

2) أ) حلّ في المجال $]0\,;+\infty[$ المعادلة: $(2\ln x-1)\left((\ln x)^2+\ln x-2\right)=0$

ب) استنتج في المجال $]0\,;+\infty[$ حلول المتراجحة: $(2\ln x-1)\left((\ln x)^2+\ln x-2\right)<0$

3) حلّ في المجال $]-1\,;+\infty[$ المعادلة: $\left(\ln(x+1)\right)^2+\ln(x+1)-2=0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3}{4}u_n-\dfrac{1}{2}$

1) احسب u_1 و u_2

2) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n>-2$

ب) أثبت أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب) اكتب v_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 6\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2$

جـ) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) احسب بدلالة n كلًا من المجموعين S_n و T_n حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n \quad \text{و} \quad T_n = \frac{1}{2+u_0} + \frac{1}{2+u_1} + \frac{1}{2+u_2} + \dots + \frac{1}{2+u_n}$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$

1) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g

2) احسب $g(0)$ ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) \geq 0$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + (x+2)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ثمّ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) اكتب معادلة لـ(T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

4) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

5) أ) بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1,69 < \alpha < -1,68$

ب) ارسم (T) و (Δ) ثمّ (C_f)

6) أ) بيّن أنّ الدّالة $H: x \mapsto -(x+3)e^{-x}$ هي دالة أصلية للدّالة $h: x \mapsto (x+2)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = x$ ، $x = 0$ ، $x = 2$