الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة الاستثنائية: 2017

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + 1 \end{cases}.$$

1) احسب الحدّين: u_1 و v_1 .

2) أ) اكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

ب) باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما.

3) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = u_n - v_n$.

برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدّها الأوّل w_0 ثم عبّر عن w_n بدلالة n.

4) بيّن أنّ المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1;-1)$ ، $B(2;-1;-1)$ و $C(4;-4;-2)$ والمستوي (P) ذا المعادلة الديكارتية : $x-2y+2z-3=0$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

2) بيّن أنّ المستويين (P) و (ABC) غير متوازيين.

3) تحقق أنّ الجملة : $\begin{cases} x = -2 + \alpha - 3\beta \\ y = 6 - 2\alpha + 5\beta \\ z = \beta \end{cases}$; $(\alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستوي (ABC).

4) جد تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ حيث: $\|\vec{u}\| = 2cm$.

لتكن النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A = 2$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$ ($\overline{z_B}$ هو مرافق z_B)

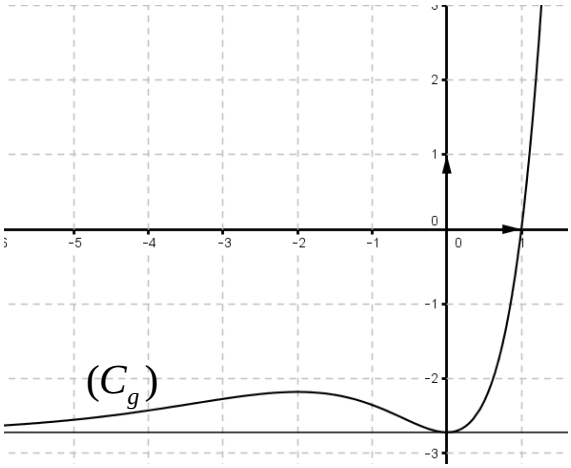
1) أ) اكتب العدد z_B على الشكل الأسّي ثمّ استنتج الشكل الأسّي للعدد المركب z_C .

ب) عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، ثمّ أنشئ النقط A ، B و C .

2) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة O ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عين لاحقة كل من A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتشابه S ثم أنشئ في المعلم السابق النقط A' ، B' و C' .

ب) احسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث $A'B'C'$.



التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^2e^x - e$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).

– احسب $g(1)$.

– بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايات الآتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ المنحنى (γ) الذي معادلته : $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ).

3) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا : $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.

4) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

6) ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$.

احسب العدد الحقيقي l حيث $l = A(0) + A(1) + \cdots + A(2016)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(-8;0;-2)$، $B(1;2;1)$، $C(2;3;-1)$ و $E(1;1;4)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2x+y-3=0$.

1) أ) بيّن أنّ النقط A، B و C تعيّن مستويا.

ب) عيّن قيمة العدد الحقيقي α حتّى يكون $\vec{n}(1;\alpha;-1)$ شعاعاً ناظما للمستوي (ABC) ثم عيّن معادلة ديكارتية له.

2) بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)، ثمّ تحقّق أنّ النقطة E تنتمي إلى (Δ) و $\vec{u}(1;-2;7)$ شعاع توجيه له.

3) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;3)\}$، نرمز بـ (Γ) الى مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC})\cdot(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$

عيّن إحداثيات النقطة G، ثمّ حدّد طبيعة المجموعة (Γ) واكتب معادلة ديكارتية لها.

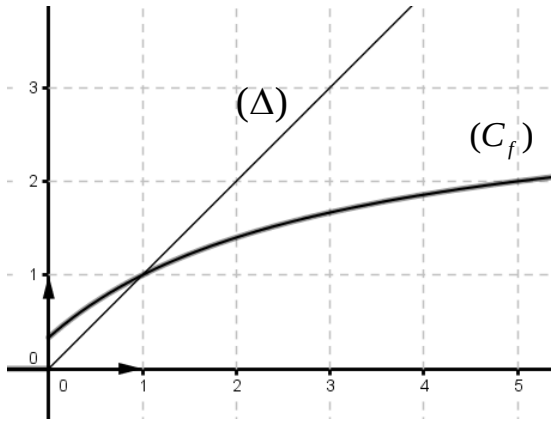
4) عين إحداثيات نقط تقاطع (P) ، (ABC) و (Γ).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$.

α عدد حقيقي موجب، (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث $u_0=\alpha$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$



I) عيّن قيمة α حتّى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

II) نضع في كل ما يلي $\alpha=5$

1) أ) انقل الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2، u_3 (دون حساب الحدود)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدّها الأول.

ب) عبّر بدلالة n عن v_n و u_n ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2016}$.

ثمّ استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n=\dfrac{1}{u_n+1}+\dfrac{1}{u_{n+1}+1}+\dfrac{1}{u_{n+2}+1}+\cdots+\dfrac{1}{u_{n+2016}+1}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=-3-2i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$.

1) عيّن النسبة وزاوية للتشابه المباشر S ذي المركز A والذي يحوّل النقطة B إلى النقطة C.

2) اكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) نرمز بـ G الى مركز ثقل المثلث ABC و بـ I الى منتصف القطعة $[AC]$

عيّن كلاً من z_G و z_I لاحقتي النقطتين G و I ، ثمّ بيّن أنّ النقط B، G و I في استقامية.

4) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى I، حدّد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

5) نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=5\sqrt{2}$.

أ) تحقق أنّ النقطة C تنتمي الى (Γ).

ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) ثم أنشئها .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر f الدالة العددية المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\dfrac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثمّ استنتج إشارة $f(x)$.

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها، ثمّ انشئ (C_f).

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=2[-x+\ln(2x+1)]$.

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,2<\alpha<1,3$

ب) استنتج إشارة $g(x)$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 : $I_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$.

- أثبت أن: من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\dfrac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

انتهى الموضوع الثاني