حل الموضوع الأول - باك 2016 - ع ت -

التمرين الأول: (4 ن)

1) يجب أن يكون $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ غير مرتبطين خطيا.

$\vec{n'}(1;-2;1)$ ، $\vec{n}(2;1;-1)$

$\frac{1}{2} \neq -\frac{2}{1}$ منه $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ غير مرتبطين خطيا

أي (P) و (P') متقاطعان.

2) $d(M;(P)) = d(M;(P'))$ معناه ← (*)

(*) تكافئ $\frac{|2x+y-z+1|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{|x-2y+z-2|}{\sqrt{1+4+1}}$

تكافئ $|2x+y-z+1| = |x-2y+z-2|$

تكافئ $2x+y-z+1 = x-2y+z-2$ أو $2x+y-z+1=-x+2y-z+2$

تكافئ $x+3y-2z+3=0$ أو $3x-y-1=0$

(هنا استعملنا: $|x|=|y|$ معناه $x=y$ أو $x=-y$)

إذن (Γ) هي إتحاد المستويين ذو المعادلتين:

$x+3y-2z+3=0$ و $3x-y-1=0$

3) التحقق من أن A تنتمي إلى (Γ):

طريقة 1: $d(A;(P)) \stackrel{?}{=} d(A;(P'))$

$d(A;(P)) = \frac{|2(1)+(2)-0+1|}{\sqrt6} = \frac{5}{\sqrt6}$

$d(A;(P')) = \frac{|1-2(2)-0-2|}{\sqrt6} = \frac{5}{\sqrt6}$

إذن المسافتين متساويتين ومنه $A\in(\Gamma)$.

طريقة 2: نعوض مباشرة إحداثيات A في إحدى المعادلتين المحصل عليهما.

- إحداثيات A لا تحقق المعادلة: $x+3y-2z+3=0$

ولكن تحقق المعادلة: $3x-y-1=0$

$3(1)-(2)-1 = 3-3=0$

بما أنه (Γ) هي إتحاد مستويين فلا بأس إن حققت الإحداثيات معادلة واحدة فقط.

4) أ) تمثيل وسيطي لـ (AH):

$\vec{AH}$ هو شعاع توجيه لـ (AH) ومنه:

$$(AH): \begin{cases} x=2t+1 \\ y=t+2 \\ z=-t\end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

لأن $\vec{AH} // \vec{n}$ ((AH) عمودي على (P)).

$\vec{n}$ شعاع توجيه لـ (AH).

تمثيل وسيطي لـ (AH'):

$\vec{AH'} // \vec{n'}$ منه $\vec{n'}$ شعاع توجيه لـ(AH').

$\vec{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ ،

$$(AH'): \begin{cases}x=k+1\\y=-2k+2\\z=k\end{cases} \quad (k\in\mathbb{R})$$

ب) إحداثيات كل من H و H':

$(P)\cap(AH)=\{H\}$ و $(P')\cap(AH')=\{H'\}$

الطريقة معروفة وهي تعويض x، y و z في معادلة كل من (P) ثم (P').

- بعد التعويض في (P) نجد: $t=-\frac{5}{6}$

منه $H(-\frac{2}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{6})$

- بعد التعويض في (P') نجد: $k=\frac{5}{6}$

منه: $H'(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6})$

5) $I(\frac{7}{12};\frac{3}{4};\frac{5}{6})$

مساحة AHH':

نعلم أنه $A\in(\Gamma)$ إذن A متساوية المسافة عن (P) و(P') ومنه المثلث AHH' مثلث متساوي الساقين: $AH = AH'$

$\vec{HH'}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-\frac{5}{6}\\0\end{pmatrix}$ ، $\vec{IA}\begin{pmatrix}\frac{5}{12}\\\frac{5}{4}\\-\frac{5}{6}\end{pmatrix}$

$S_{AHH'} = \frac{1}{2} HH' \times IA$

$= \frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\sqrt{10}\times\frac{5\sqrt{14}}{12}$

$= \frac{25}{72}\sqrt{35}$

التمرين الثاني : (5 ن)

I) $f(x)=\sqrt{2x+8}$

1) أ) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x}=+\infty.$

ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات :

$x\in]0;+\infty[$ $\quad f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x+8}}=\frac{1}{2\sqrt{2x+8}}$

واضح أنه $f'(x)>0$ لأن كل من البسط والمقام موجب ($\sqrt{2x+8}>0$)

منه f دالة متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$\sqrt{8}$ ↗	$+\infty$

2) $(C)\cap(D)=?$

كما نعلم في إيجاد التقاطع نقوم بحل جملة معادلتين وهي : ⊛

$$\begin{cases} y=f(x) & (C)\\ y=x & (D)\end{cases}$$

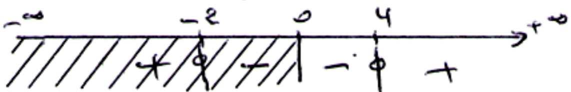
⊛ منه $f(x)=x$

منه $\sqrt{2x+8}=x$

منه $2x+8=x^2$ و $x\geq 0$

منه $x^2-2x-8=0$ و $x\geq 0$

$\Delta=36$ ، $x_1=-2$ ، $x_2=4$

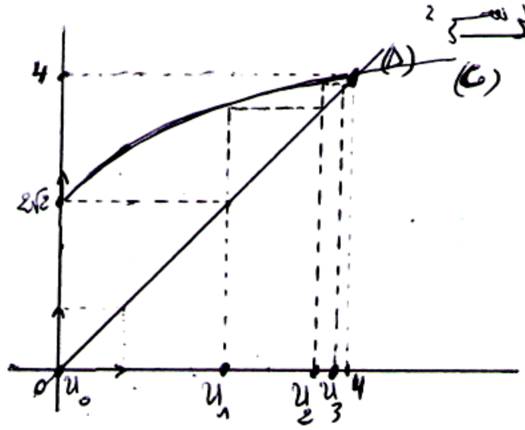


(هنا نحذف المجال الذي لا نستعمله أي نترك فقط المجال $[0;+\infty[$ فقط).

إذن الحل هو : $x=4$.

$(C)\cap(D)=\{(4;4)\}$

3) الرسم :



II) $u_{n+1}=f(u_n)=\sqrt{2u_n+8}$ ، $u_0=0$

1) التمثيل : أنظر الرسم .

2) التخمين : (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

(u_n) متقاربة نحو 4 .

3) أ) البرهان بالتراجع $0\leq u_n<4$ ← $P(n)$

$n=0$ ، $u_0=0$ و $0\leq 0<4$ إذن $P(0)$ صحيحة

نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي أن : $0\leq u_n<4$

نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي نبرهن أنه ،

$0\leq u_{n+1}<4$

ننطلق من الوضعية :

$0\leq u_n<4$ منه $f(0)\leq f(u_n)<f(4)$

(لأنه f متزايدة تماما)

منه $0\leq 2\sqrt2\leq u_{n+1}<4$

منه $0\leq u_{n+1}<4$

منه $P(n+1)$ صحيحة .

إذن من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\leq u_n<4$.

ب) اتجاه تغير (u_n) :

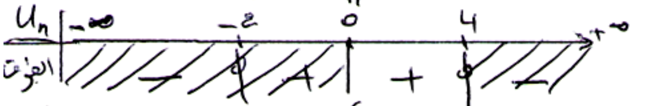
$u_{n+1}-u_n=\sqrt{2u_n+8}-u_n$ (الضرب في المرافق)

$=\frac{(\sqrt{2u_n+8}-u_n)(\sqrt{2u_n+8}+u_n)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$

$=\frac{-u_n^2+2u_n+8}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$

إشارة $u_{n+1}-u_n$ هي من إشارة البسط فقط لأنه المقام موجب تماما (مجموع عددين موجبين)

$u_n=4$ أو $u_n=-2$ $\quad\Delta=36$



(لأنه $0\leq u_n<4$).

إذن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ) $4-u_{n+1}\leq\frac{1}{2}(4-u_n)$

$4-u_{n+1}=4-\sqrt{2u_n+8}$

بعد الضرب في المرافق نجد : $4-u_{n+1}=\frac{8-2u_n}{4+\sqrt{2u_n+8}}$

$$4-u_{n+1}=\frac{2}{4+\sqrt{2u_n+8}}(4-u_n)$$

نبين فقط أنه: $\frac{2}{4+\sqrt{2u_n+8}} \leq \frac{1}{2}$

- في مثل هذه الحالات ماذا نستعمل ؟
نأخذ الوسخ وننطلق من الذي نريد
البرهان عليه حتى نصل إلى مساواة أو
علاقة صحيحة بديهية (معروفة ومحققة).
هنا ننطلق من المطلوب:

$\frac{2}{4+\sqrt{2u_n+8}} \leq \frac{1}{2}$ منه $\frac{2}{4+\sqrt{2u_n+8}}-\frac{1}{2} \leq 0$

منه $\frac{4-4-\sqrt{2u_n+8}}{2(4+\sqrt{2u_n+8})} \leq 0$

منه $-\sqrt{2u_n+8} \leq 0$ (لأن المقام موجب تماما).

منه $\sqrt{2u_n+8} \geq 0$

وهذا معروف ومحقق دوما.
إذن نرجع للورقة وننطلق من العلاقة
البديهية وهي: $\sqrt{2u_n+8} \geq 0$ (الجذر موجب دوما)

$\sqrt{2u_n+8} \geq 0$ منه $4+\sqrt{2u_n+8} \geq 4$

منه $\frac{1}{4+\sqrt{2u_n+8}} \leq \frac{1}{4}$

منه $\frac{2}{4+\sqrt{2u_n+8}} \leq \frac{2}{4}$

منه $\frac{2}{4+\sqrt{2u_n+8}} \leq \frac{1}{2}$

منه $\frac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}} \leq \frac{1}{2}(4-u_n)$

(ضربنا الطرفين في $4-u_n$ وهو موجب
لأن: $u_n<4$ منه $4-u_n>0$).

منه $4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4-u_n)$.

• استنتاج: $4-u_n \leq \frac{1}{2^n}(4-u_0)$

لدينا: $4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4-u_n)$

وهذا من أجل كل n من $\mathbb{N}$ وإذا يمكن أن نكتب:

$4-u_1 \leq \frac{1}{2}(4-u_0)$

و $4-u_2 \leq \frac{1}{2}(4-u_1)$

و $4-u_3 \leq \frac{1}{2}(4-u_2)$

دائما ننقص 1 من الدليل

وهكذا..... $4-u_n \leq \frac{1}{2}(4-u_{n-1})$

إذن لدينا: $4-u_n \leq \frac{1}{2}(4-u_{n-1})$

$$\leq \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(4-u_{n-2})$$
$$\leq \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(4-u_{n-3})$$
$$\vdots$$
$$\leq \left(\frac{1}{2}\right)^n(4-u_{n-n})$$
$$4-u_n \leq \frac{1}{2^n}(4-u_0)$$

نلاحظ أن $\frac{1}{2}$ يتكرر بنفس العدد الذي ننقصه من n في الدليل (في الطرف الثاني).

إذ $4-u_n \leq \frac{1}{2^n}(4-u_0)$ منه $\lim(4-u_n) \leq 0$

(لأن $\lim \frac{1}{2^n}=0$) منه $\lim(4-u_n)=0$.

منه $\boxed{\lim u_n = 4}$

التمرين الثالث: (4,5 ن)

1) $z'=z$ معناه $\frac{z-2}{z-1}=z$ $(z\neq 1)$

معناه $(z-1)z=z-2$

معناه $z^2-2z+2=0$

$$D=-4=4i^2=(2i)^2$$

الجذران التربيعيان لـ D هما: $2i$ ، $-2i$.

$z_1=1-i$ ، $z_2=1+i$

$S=\{1-i\,;\,1+i\}$

2) $z_A=z_1=1-i$ ، $z_2=z_B=\overline{z_1}=1+i$

أ) $\frac{z_2}{z_1}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dots=i$

إذن: $\boxed{\frac{z_2}{z_1} = e^{i\frac{\pi}{2}}}$

ب) $\frac{z_2}{z_1} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $z_2 = e^{i\frac{\pi}{2}}.z_1$

معناه $z_B = e^{i\frac{\pi}{2}} z_A$

بالمطابقة مع الصيغة المركبة $z' = az$

نجد أن B هي صورة A بالدوران الذي مركزه المبدأ O $(b=0)$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) $z' \neq z$ ، $z_C = 2$ ، $z_D = 1$

تعيين (Γ):

$M' \in (OY)$ معناه z' تخيلي صرفا. $(z = x+iy)$

معناه $\frac{z-2}{z-1}$ تخيلي صرفا.

$$\frac{z-2}{z-1} = \frac{(z-2)(\bar{z}-1)}{(z-1)(\bar{z}-1)} = \frac{z.\bar{z} - z - 2\bar{z} + 2}{z\bar{z} - z - \bar{z} + 1}$$

$$= \frac{x^2+y^2-x-iy-2x+2iy+2}{x^2+y^2-x-iy-x+iy+1}$$

$$= \frac{x^2+y^2-3x+2}{x^2+y^2-2x+1} + i\frac{y}{x^2+y^2-2x+1}$$

$\frac{z-2}{z-1}$ تخيلي صرفا معناه $x^2+y^2-3x+2=0$

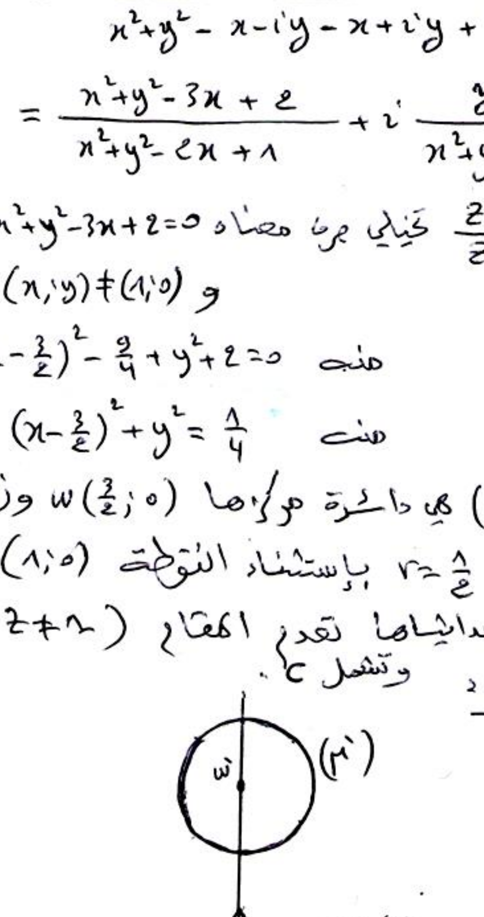
و $(x;y) \neq (1;0)$

منه $(x-\frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + y^2 + 2 = 0$

منه $(x-\frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

إذن (Γ) هي دائرة مركزها $w(\frac{3}{2};0)$ ونصف قطرها $r = \frac{1}{2}$ باستثناء النقطة $D(1;0)$ لأن إحداثياتها تعدم المقام $(z \neq 1)$ وتشمل C.

الإنشاء:



4) أ) $S = h \circ R$ هو تشابه مباشر (حسب التحليل القانوني للتشابه المباشر) مركزه المبدأ O ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{2}$ (لأن النسبة موجبة).

ب) العبارة المركبة:

بما أن المبدأ هو المركز فإنه:

S: $\boxed{z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}}.z}$

جـ) (Γ') صورة (Γ) بالتشابه S إذن (Γ') هي دائرة مركزها صورة المركز الأول وهو w إذن w' صورة w هي مركز (Γ') فنكتب:

$$z_{w'} = 2e^{i\frac{\pi}{2}}.z_w$$

نصف قطر (Γ') هو r' المعرف ب:

$$r' = 2.r = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$z_{w'} = 2e^{i\frac{\pi}{2}} z_w = 2e^{i\frac{\pi}{2}} \times \frac{3}{2} = 3e^{i\frac{\pi}{2}} = 3i$$

إذن: $w'(0;3)$

التمرين الرابع: (6,5 ن)

I) $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$

1) $g'(x) = 2x - \frac{1}{x}$

$= \frac{2x^2-1}{x}$

$g'(x) = 0$ معناه $2x^2-1=0$

معناه $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

معناه $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

g متناقصة على $]0;\frac{\sqrt{2}}{2}]$ ومتزايدة على $[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty[$.

x	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	$\searrow$	$\frac{3}{2}+\ln\sqrt{2}$	$\nearrow$	

ملاحظة: جدول التغيرات غير مطلوب ولكن يساعدنا في الاستنتاج.

2) $g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{3}{2} + \ln\sqrt{2} > 0$ (واضح)

من جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة g
تقبل قيمة حدية صغرى تساوي $g(\frac{\sqrt{2}}{2})$

إذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g(x) \geq g(\frac{\sqrt{2}}{2})$

أي: $g(x) \geq \frac{3}{2}+\ln\sqrt{2} > 0$

ومنه $g(x) > 0$.

II) $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$

1) $\lim_{x \to 0^{>}} \ln x=-\infty$ ومنه $\lim_{x \to 0^{>}}\left(\underbrace{\frac{\ln x}{x}}_{-\infty}+x-1\right)=-\infty$

ومنه $\lim_{x \to 0^{>}} f(x)=-\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x)=+\infty$ (لأن $\lim_{x \to +\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

2) أ) $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ (تحقق)

ب) إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$
لأن المقام موجب تماما.

لما $g(x)>0$ فإن $f'(x)>0$
ومنه f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow +\infty$

ملاحظة: لأنه هنا لم نذكر إتجاه تغير الدالة f لأنه لم يطلب منا ذلك

3) $(T):$ $\boxed{y=2x-2}=2(x-1)$

4) أ) $\lim_{x \to +\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim_{x \to +\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

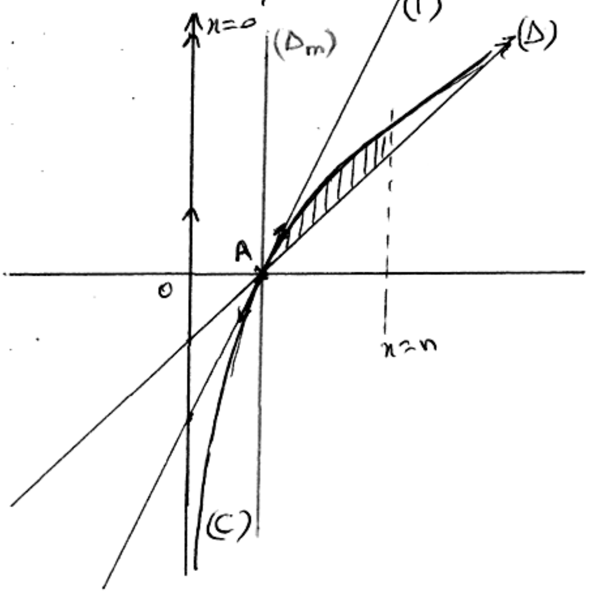
إذن (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C).

ب) الوضعية: $f(x)-y=\frac{\ln x}{x}$

المقام موجب من D_f ومنه إشارة الفرق هي من إشارة البسط أي: $\ln x$
وحسب الدرس فإن:

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$		$-$	0	$+$	
الوضعية		(C) تحت (Δ)	$(C)\cap(\Delta)=\{(1;0)\}$	(C) فوق (Δ)	

5) الرسم:
معادلة المستقيم المقارب لـ (C): $x=0$



6) $(\Delta_m):\ y=mx-m$

أ) لدينا: $m(1)-m=m-m=0$

إذن $A\in(\Delta_m)$.

ب) حلول المعادلة $f(x)=mx-m$ هي فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ_m) .

هذه مناقشة بيانية دورانية لأن معامل التوجيه وهو معامل x أي m يتغير في $\mathbb{R}$. ونلاحظ أن Δ_m له علاقة بالمماس (T) لما $m=2$ وبالمستقيم المقارب لما $m=1$ والكل يتقاطع في A إذن A هي مركز الدوران.

اعلم أنه لما يكون m بجوار $-\infty$ أو $+\infty$ يكون دائما (Δ_m) عموديا ويشمل A (أنظر الرسم) ويكون الدوران في الإتجاه المباشر

$m\in]-\infty;1]$ يوجد حل واحد.

$m\in]1;2[$ يوجد حلين.

$m\in[2;+\infty[$ يوجد حل واحد.

7) أ) نلاحظ أن: $\frac{\ln x}{x}=\frac{1}{x}\ln x$

وهي على الشكل: $u'\times u$ ومنه الدالة الأصلية هي: $\boxed{x\mapsto\frac{1}{2}(\ln x)^2+C}$ $C\in\mathbb{R}$

٢ $I_n = \int_1^n [f(x)-(x-1)]\,dx$

$= \int_1^n \frac{\ln x}{x}\,dx = \left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^n$

$= \frac{1}{2}(\ln n)^2 - \frac{1}{2}(\ln 1)^2$

$\boxed{I_n = \frac{1}{2}(\ln n)^2 \ u.a}$

١: $n > n_0$ (ننطلق من الشرط).

$I_n > 2$ معناه $\frac{1}{2}(\ln n)^2 > 2$

معناه $(\ln n)^2 > 4$

معناه $\ln n > 2$ ($n>1$ معناه $\ln n > 0$).

معناه $n > e^2$

بما أن n طبيعي فإن أصغر عدد طبيعي

n_0 هو: $n_0 = 8$ لأن $n_0 < n$

(لأن أصغر عدد طبيعي n أكبر من e^2

هو 9).

طريقة ثانية للسؤال 3 من التمرين الثالث

$M' \in (OY)$ معناه z' تخيلي صرف.

معناه $\frac{z-2}{z-1}$ تخيلي صرف.

معناه $\arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_D}\right) = \pm\frac{\pi}{2}$

معناه $\vec{MD} \cdot \vec{MC} = 0$

معناه (Γ) هي الدائرة ذات القطر $[CD]$.

ايسو لكم. الأستاذ سيديا عيس

تصحيح الموضوع الثاني - ع ت - 2016

التمرين الأول : (4,5 ن)

1) أ) التمثيل الوسيطي لـ (Δ) :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = -2t + 5 \\ y = t - 1 \\ z = t - 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب) نبين أن (Δ) و (D) متعامدان بتبيين أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان . $\vec{u}(-2;1;1)$ ، $\vec{v}(3;2;4)$

$\vec{u}$: شعاع توجيه لـ (Δ) و $\vec{v}$ شعاع توجيه لـ (D).

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = -2(3)+1(2)+1(4) = -6+6 = 0$$

إذن (D) و (Δ) متعامدان .

• $(D) \cap (\Delta) \stackrel{?}{=} \{C\}$

طريقة 1 : نبين أن $C \in (D)$ و $C \in (\Delta)$ وذلك بتعويض إحداثيات C في التمثيلين .

- بالنسبة إلى (D) :

$$\begin{cases} 1 = 1 + 3k \\ 1 = 1 + 2k \\ 0 = 4k \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} k = 0 \\ k = 0 \\ k = 0 \end{cases} \text{ إذن } k \text{ وحيد } C \in (D)$$

- بالنسبة إلى (Δ) :

$$\begin{cases} 1 = -2t + 5 \\ 1 = t - 1 \\ 0 = t - 2 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases} \text{ إذن } t \text{ وحيد } C \in (\Delta)$$

إذن C هي نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

طريقة 2 : ندرس تقاطع (D) و (Δ) .

$$\begin{cases} 1 + 3k = -2t + 5 \quad \cdots (1) \\ 1 + 2k = t - 1 \quad \cdots (2) \\ 4k = t - 2 \quad \cdots (3) \end{cases}$$

ومنه بطرح (3) من (2) نجد : $k = 0$ ونجد تعويضها في (2) نجد $t = 2$

نستعمل (1) للتحقيق فقط ومنه بعد تعويض $k = 0$ في التمثيل الوسيطي نجد إحداثيات C ونفس الشيء بالنسبة إلى t

2) أ) يجب أن يكون $\vec{n}$ عمودي على شعاعين غير مرتبطين خطيا وهما $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعي توجيه كل من (D) و (Δ) .

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = (-2)(+2) + 1(11) + 1(-7) = 11 - 11 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = 2(3) + 11(2) + (-7)(4) = 28 - 28 = 0$$

إذن $\vec{n}$ ناظمي للمستوي (P)

• معادلة ديكارتية لـ (P) : (P) يشمل C .

طريقة 1 : $M(x;y;z) \in (P)$ معناه $\vec{CM} \cdot \vec{n} = 0$

معناه : $\boxed{2x + 11y - 7z - 13 = 0}$

طريقة 2 :

$(P) : 2x + 11y - 7z + d = 0$

$C \in (P)$ معناه $2(1) + 11(1) - 7(0) + d = 0$

ومنه $d = -13$

إذن : $(P) : \boxed{2x - 11y - 7z - 13 = 0}$

ب) C هي المسقط العمودي لـ B على (P) :

طريقة 1 :

أولا لدينا : $C \in (P)$ (من 2 - أ) .

ثم نبين أن $\vec{BC}\begin{pmatrix} -2 \\ -11 \\ 7 \end{pmatrix}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطيا .

لدينا : $\frac{-2}{2} = \frac{-11}{11} = \frac{-7}{7}$ ومنه $\vec{BC}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطيا

إذن C هي المسقط العمودي لـ B على (P) .

طريقة 2 :

أولا لدينا : $C \in (P)$ (من 2 - أ) .

ثم نبين أن : $d(B;(P)) = BC$

$$d(B;(P)) = \frac{|2(3) + 11(12) - 7(-7) - 13|}{\sqrt{4 + 121 + 49}}$$

$$= \frac{174}{\sqrt{174}} = \sqrt{174}$$

$$BC = \sqrt{4 + 121 + 49} = \sqrt{174}$$

وإذن C هي المسقط العمودي لـ B على (P)

3)
$$(P') : \begin{cases} x = 3 - \beta \quad \cdots\cdots (1) \\ y = 12 + 12\alpha + 9\beta \quad \cdots (2) \\ z = -7 - 6\alpha - 11\beta \quad \cdots (3) \end{cases}$$

أ) (P') هو مستوي :

الجملة تكافئ
$$\begin{cases} x - 3 = -\beta \\ y - 12 = 12\alpha + 9\beta \\ z + 7 = -6\alpha - 11\beta \end{cases}$$
(دخلنا الإحداثيات هو وجود)

ومنه $\vec{BM} = \alpha \vec{w} + \beta \vec{w'}$

يكفي أن نبين أن $\vec{w}\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}$ و $\vec{w'}\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ -11 \end{pmatrix}$ غير مرتبطين خطيا وهما كذلك لأنه : $\frac{0}{-1} \neq \frac{12}{9}$

وإذن (P') مستوي يشمل B .

• $13x - y - 2z - 41 = 0$ هي معادلة لـ (P') :

طريقة 1 : نعوض x ، y و z من التمثيل الوسيطي لـ (P') في المعادلة المعطاة

$$13(3-\beta) - (12 + 12\alpha + 9\beta) - 2(-7 - 6\alpha - 11\beta) - 41 =$$

$= \cancel{5\beta} - \cancel{5\beta} - \cancel{22\beta} + \cancel{22\beta} - \cancel{12\alpha} + \cancel{12\alpha} = 0$

وإذن المعادلة المعطاة هي لـ (P').

<u>طريقة 2</u>: الإنتقال من التمثيل الوسيطي إلى معادلة ديكارتية.

من الجملة نأخذ المعادلتين ① و ② فقط

ونجد نجد حلهما:
$$\begin{cases} \beta = 3 - x \\ y = 12 + 12\alpha + 9(3-x) \end{cases}$$

ومنه
$$\begin{cases} \beta = 3 - x \\ \alpha = \frac{1}{12}y + \frac{9}{12}x - \frac{39}{12} \end{cases}$$

بعدها نعوض α و β في المعادلة ③ فنجد:
$$78x - 6y - 12z - 246 = 0$$

بعد القسمة على 6 نجد: $13x - y - 2z - 41 = 0$.

<u>طريقة 3</u>:

نبين أن $\vec{n}(13; -1; -2)$ عمودي على $\vec{w}$ و $\vec{w'}$ (الموجودان سابقا) ونتأكد من أن إحداثيات B تحقق المعادلة المعطاة.

ب) <u>احداثيات D</u>:

نعوض x، y و z من التمثيل الوسيطي لـ (Δ) في معادلة (P') فنجد:

$\boxed{D(4; 3; 4)}$ ومنه $k = 1$

<u>احداثيات E</u>: بنفس الطريقة نجد:

$\boxed{E(3; 0; -1)}$ ومنه $t = 1$

ج) <u>حجم الرباعي BCDE</u>:

نأخذ المثلث CDE كقاعدة وهو مثلث قائم في C لأن (Δ) و (D) متعامدان.

$\vec{CD}(3; 2; 4)$

$\vec{CE}(2; -1; -1)$

$$V = \frac{1}{3} S_{CDE} \cdot h$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times CD \times CE \times BC$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{29} \times \sqrt{6} \times \sqrt{174}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{29} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sqrt{29}$$

$\boxed{V = 29 \ u.v}$

التمرين الثاني: (4ن)

I) $f(x) = \dfrac{5x}{x+2}$

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$ ... أ)

ب) $f'(x) = \dfrac{10}{(x+2)^2}$

$f'(x) > 0$ ومنه f متزايدة على $[0; +\infty[$

x	0 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow 5$

2) نبين أن: $f(x) \geq 0$:

من جدول التغيرات نلاحظ أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f(x) \geq f(0)$ أي $f(x) \geq 0$

تعبير آخر:

f دالة متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ وإذن من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f(x) \geq f(0)$ أي: $f(x) \geq 0$

II) $u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{u_n+2} = f(u_n)$ ، $u_0 = 1$

1) $\underline{1 \leq u_n \leq 3} \longleftarrow P(n)$

$n = 0$ ، $u_0 = 1$ و $1 \leq 1 \leq 3$ وإذن $P(0)$ صحيحة

نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي أن: $1 \leq u_n \leq 3$

نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي نبرهن أن: $1 \leq u_{n+1} \leq 3$ ؟

(كما ذكرنا سابقا ننطلق من الفرضية ونستعمل الأسئلة السابقة).

$1 \leq u_n \leq 3$ ومنه $f(1) \leq f(u_n) \leq f(3)$

(f متزايدة تماما)

ومنه $\frac{5}{3} \leq f(u_n) \leq 3$ $\quad(\frac{5}{3} \simeq 1{,}6)$

ومنه $1 \leq \frac{5}{3} \leq u_{n+1} \leq 3$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة.

وإذن من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq 3$.

ب) ندرس إشارة $u_{n+1} - u_n$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{5u_n}{u_n+2} - u_n = \frac{-u_n^2 + 4u_n}{u_n+2}$$

$1 \leq u_n \leq 3$ ومنه $3 \leq u_n + 2 \leq 5$

ومنه $u_n + 2 > 0$

يكفي دراسة إشارة البسط فقط.

$-u_n^2 + 4u_n = 0$ معناه $u_n = 0$ أو $u_n = 4$.

u_n	$-\infty$		0		1		3		4		$+\infty$
$-u_n^2+4u_n$			0			+			0		

بما أن $1 \le u_n \le 3$ فإن $-u_n^2+4u_n > 0$

منه (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

• (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى بـ 3

إذن فهي متقاربة نحو عدد حقيقي ℓ .

ج) $v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$ منه $\boxed{u_n = \frac{3}{1-v_n}}$

2) (v_n) هندسية :

$$v_{n+1} = 1 - \frac{3}{u_{n+1}} = 1 - \frac{3}{\frac{5u_n}{u_n+2}}$$

$$= 1 - \frac{3(u_n+2)}{5u_n} = \frac{5u_n-3u_n-6}{5u_n}$$

$$= \frac{2u_n-6}{5u_n} = \frac{2(u_n-3)}{5u_n} = \frac{2}{5}\left(\frac{u_n-3}{u_n}\right)$$

$$= \frac{2}{5}\left(1-\frac{3}{u_n}\right) = \frac{2}{5} \cdot v_n$$

إذن (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$ وحدها الأول v_0 حيث : $v_0 = 1-\frac{3}{u_0} = 1-3 = -2$

طريقة أخرى :

(تعويض u_n)

$$v_{n+1} = \dots = \frac{2u_n-6}{5u_n}$$

$$= \frac{\frac{6}{1-v_n}-6}{\frac{15}{1-v_n}} = \frac{6-6(1-v_n)}{\cancel{1-v_n}} \times \frac{\cancel{1-v_n}}{15}$$

$$= \frac{6v_n}{15} = \frac{6}{15}v_n = \frac{2}{5}v_n$$

بدلالة v_n و u_n :

$$v_n = v_0 \times q^n = -2\left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$u_n = \frac{3}{1-v_n} = \frac{3}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)^n} \quad \dots\dots (*)$$

حساب نهاية u_n :

$\lim \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ منه $\boxed{\lim u_n = 3}$

3) حساب S_n :

طريقة 1 : كما ذكرنا نعوض فقط

لدينا :

$$\frac{1}{u_n} = \frac{1+2\left(\frac{2}{5}\right)^n}{3}$$

(مقلوب $*$)

$\frac{1}{u_n} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ منه

$$S_n = \left(\frac13+\frac23\left(\frac25\right)^0\right) + \left(\frac13+\frac23\left(\frac25\right)^1\right)+\dots+\left(\frac13+\frac23\left(\frac25\right)^n\right)$$

$$= \underbrace{\left(\frac13+\frac13+\dots+\frac13\right)}_{(n+1)\text{ مرة}} + \frac23\left(\left(\frac25\right)^0+\left(\frac25\right)^1+\dots+\left(\frac25\right)^n\right)$$

$$= \frac13(n+1) + \frac23\times\left(\frac25\right)^0 \times \frac{\left(\frac25\right)^{n+1}-1}{\frac25-1}$$

$$= \boxed{\frac13(n+1) - \frac{10}{9}\left(\left(\frac25\right)^{n+1}-1\right)}$$

أو

$$= \boxed{\frac13(n+1)+\frac{10}{9}\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right)}$$

ملاحظة : $(n+1)$ هو عدد الحدود.

طريقة 2 :

$$v_0+v_1+\dots+v_n = v_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$= -2\times\frac53\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right)$$

$$= -\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right)$$

من جهة أخرى لدينا :

$v_0 = 1-\frac{3}{u_0}$

$v_1 = 1-\frac{3}{u_1}$

$\vdots \quad \vdots$

$v_n = 1-\frac{3}{u_n}$

بالجمع نجد :

$$-\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right) = \underbrace{(1+1+\dots+1)}_{(n+1)\text{ مرة}} - 3\left(\frac1{u_0}+\frac1{u_1}+\dots+\frac1{u_n}\right)$$

منه $-\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right) = (n+1) - 3S_n$

منه $3S_n = (n+1)+\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right)$

منه $\boxed{S_n = \frac13(n+1)+\frac{10}{9}\left(1-\left(\frac25\right)^{n+1}\right)}$

التمرين الثالث : (4,5 ن)

1) حل المعادلة :

$z^2+\sqrt{3}z+1=0$ أو $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

$\Delta=-1=i^2$

الجذران التربيعيان لـ Δ هما : i ، $-i$

$z_2=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_1=\frac{-\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

$S=\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\ ;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\ ;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right\}$

2) $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_C=\overline{z_B}=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

أ) $z_A=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C=e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

ب) بما أن $C\neq B$ و $A\neq B$ (أي $z_A\neq z_B$ و $z_C\neq z_B$)
فإنه يوجد تشابه مباشر يحول C إلى A
و B إلى B (B مركز) .

العناصر المميزة :

- المركز : B
- النسبة و الزاوية :

$A=S(C)$ معناه $z_A-z_B=a(z_C-z_B)$

معناه $a=\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$

منه $\boxed{a=\sqrt{3}i}$

$|a|=\sqrt{3}$ ، $\arg(a)=\frac{\pi}{2}$

النسبة : $\sqrt{3}$ الزاوية $\frac{\pi}{2}$.

طريقة ثانية : (من الدرس)

النسبة : $\begin{cases}A=S(C)\\B=S(B)\end{cases}$ منه $\begin{cases}\frac{AB}{CB}=\text{النسبة}\\(\vec{BC};\vec{BA})=\theta\end{cases}$

$\frac{AB}{CB}=\dots=\sqrt{3}$

$(\vec{BC};\vec{BA})=\arg\left(\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}\right)=\arg(\sqrt{3}i)$
$=\frac{\pi}{2}$

3) أ) حتى يكون ABCD متوازي أضلاع
يجب أن يكون : $\vec{AB}=\vec{DC}$ أي

$z_B-z_A=z_C-z_D$ منه $z_D=z_C-z_B+z_A$

منه $\boxed{z_D=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}$

طبيعة ABCD :

بما أنه S يحول C إلى A وزاويته $\frac{\pi}{2}$
فإن : $(\vec{BC};\vec{BA})=\frac{\pi}{2}$ و النسبة هي $\sqrt{3}$
نستنتج أنه $AB\neq BC$ و الرباعي ABCD
مستطيل .

ب) $(E): |z-z_A|=|\bar{z}-z_B|$ ...... (1)

طريقة 1 : نضع : $z=x+iy$

$|z-z_A|=|x+iy-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i|$
$=\sqrt{(x-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2}$
$=\sqrt{x^2+y^2-\sqrt{3}x-y+1}$

$|\bar{z}-z_B|=|x-iy+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i|$
$=\sqrt{(x+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(-y-\frac{1}{2})^2}$
$=\sqrt{x^2+y^2+\sqrt{3}x+y+1}$

(1) تكافئ $\sqrt{x^2+y^2-\sqrt{3}x-y+1}=\sqrt{x^2+y^2+\sqrt{3}x+y+1}$

منه بعد التربيع و إرجاعها بصورتها نجد :

(بعد الاختزال على 2) $\boxed{y=-\sqrt{3}x}$ أو $\boxed{-\sqrt{3}x-y=0}$

إذن (E) هي مستقيم ذو معادلة : $y=-\sqrt{3}x$

طريقة 2 :

من خواص المرافق : $|\bar{w}|=|w|$ منه

$|\bar{z}-z_B|=|\overline{\bar{z}-z_B}|$ معناه $|\bar{z}-z_B|=|z-\bar{z}_B|$

معناه $|\bar{z}-z_B|=|z-z_C|$

إذن (1) تكافئ $|z-z_A|=|z-z_C|$

تكافئ $AM=CM$.

(E) هي محور القطعة $[AC]$.

جـ) $z=z_B+\sqrt{3}e^{i\theta}$ معناه $z-z_B=\sqrt{3}e^{i\theta}$

منه $\begin{cases}BM=\sqrt{3}\\(\vec{i};\vec{BM})=\theta\end{cases}$

لما يتغير θ في $\mathbb{R}$ نلاحظ أنه المسافة BM ثابتة لا تتغير و تساوي $\sqrt{3}$ إذن (Γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها $\sqrt{3}$.

• لنحسب AB فنجد : $AB=\sqrt{3}$ و هو نصف القطر
إذن $A\in(\Gamma)$.

التمرين الرابع: (7 ن)

I) $g(x) = 1+(x^2+x-1)e^{-x}$

1) أ) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[1+(x^2+x-1)e^{-x}\right]$

$= \lim_{x\to-\infty}\left[1+x^2e^{-x}\right] = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[1+x^2e^{-x}\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[1+\frac{x^2}{e^x}\right]$

$= 1$

($\frac{e^x}{x^2}$ هو مقلوب $\frac{x^2}{e^x}$)

ب) $g'(x) = (-x^2+x+2)e^{-x}$

$g'(x)=0$ منه $-x^2+x+2=0$

$\Delta = 9$

$x_1 = 2$ ، $x_2 = -1$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

g متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[2;+\infty[$ ومتزايدة على $[-1;2]$.

x	$-\infty$		α		-1		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↘	$1-e$	↗	0	↗	$1+5e^{-2}$	↘	1

2) أ) $g(0) = 0$ منه 0 حل للمعادلة $g(x)=0$.

$g(-1,52)\simeq$ ، $g(-1,51)\simeq$

من جدول التغيرات نلاحظ أن g مستمرة ومتناقصة تماما على $]-1,52;-1,51[$ و $g(-1,52)\times g(-1,51)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من $]-1,52;-1,51[$

ويحقق: $g(\alpha)=0$.

ب) من جدول التغيرات ومن السؤال نستنتج:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

II) $f(x) = -x+(x^2+3x+2)e^{-x}$

1) أ) النهايات:

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[-x+(x^2+3x+2)e^{-x}\right] = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[-x+\frac{x^2}{e^x}\right] = -\infty$

ب) $f'(x) = -1+\left[(x^2+3x+2)e^{-x}\right]'$

$= -1+(2x+3)e^{-x}-e^{-x}(x^2+3x+2)$

$= -1+(-x^2-x+1)e^{-x}$

$= -\left(1+(x^2+x-1)e^{-x}\right)$

$= -g(x)$

جـ)

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	2	↘	$-\infty$

د) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ (جداء ومجموع دوال قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$) إذن خصوصا قابلة للاشتقاق عند α ومنه:

$\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = -g(\alpha) = 0$

التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة α يوازي (OX). (العدد المشتق معدوم)

2) أ) (Δ) مقارب مائل لـ (C_f)

$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim_{x\to+\infty}(x^2+3x+2)e^{-x} = 0$

ب) الوضعية:

ندرس إشارة $f(x)-y = (x^2+3x+2)e^{-x}$

$\Delta = 9-8 = 1$

$x_1 = -2$ ، $x_2 = -1$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	0	$+$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	$(C_f)\cap(\Delta)=\{(-2;2)\}$	(C_f) تحت (Δ)	$(C_f)\cap(\Delta)=\{(-1;1)\}$	(C_f) فوق (Δ)	

جـ) نقطتي الانعطاف:

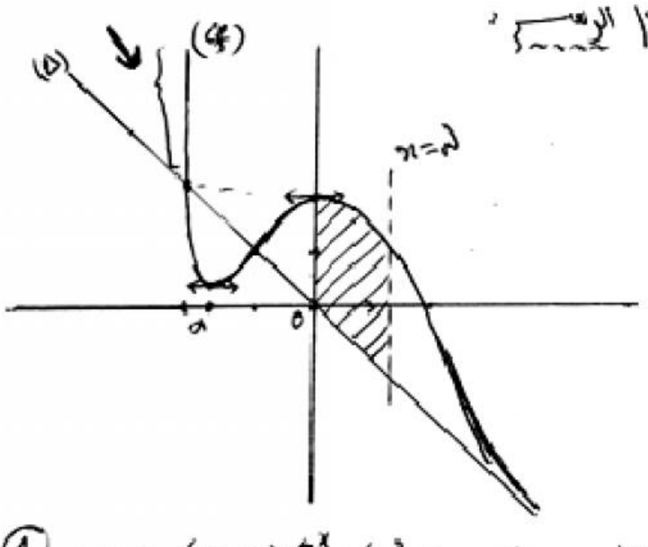
نستعمل المشتقة الثانية: $f''(x) = -g'(x)$

إشارة $f''(x)$ هي عكس إشارة $g'(x)$ ومنه:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

المشتقة الثانية تنعدم عند -1 و 2 مغيرة إشارتها إذن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف هما: $A(-1;1)$ ، $B(2;12e^{-2}-2)$

3) الرسم



4) $(m-x)e^{x}+(x^2+3x+2)=0$ ...... (1)

(1) تكافئ $(x^2+3x+2)=-(m-x)e^{x}$

تكافئ $(x^2+3x+2)e^{-x}=-(m-x)e^{x}\times e^{-x}$

تكافئ $(x^2+3x+2)e^{-x}=-m+x$

تكافئ $-x+(x^2+3x+2)e^{-x}=-m$

تكافئ $f(x)=-m$

حلول المعادلة (1) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-m$

نضع $m'=-m$ منه $m=-m'$

$m'\in]-\infty;0,38[$ منه $m\in]-0,38;+\infty[$

يوجد حل واحد موجب.

$m'=0,38$ منه $m=-0,38$

يوجد حلان مختلفان في الإشارة.

$m'\in]0,38;2[$ منه $m\in]-2;-0,38[$

يوجد ثلاث حلول (اثنان سالبان والآخر موجب)

$m'=2$ منه $m=-2$

يوجد حلان (واحد معدوم والآخر سالب).

$m'\in]2;+\infty[$ منه $m\in]-\infty;-2[$

يوجد حل واحد سالب.

ملاحظة: هذه المناقشة على $\mathbb{R}$ (أي $x\in\mathbb{R}$) لكن في السؤال طلب منا فقط على المجال $[-2;+\infty[$ أي من أجل $x\in[-2;+\infty[$ أي نأخذ الجزء من (C_f) العلوي المشار إليه بسهم. ومنه نحذف فقط من المناقشة الحلول من أجل $m'\in]2;+\infty[$.

III) $h(x)=x+f(x)$ ، $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

1) تعيين a و b و c :

H دالة أصلية لـ h معناه $H'(x)=h(x)$

$$H'(x)=(-ax^2+(2a-b)x+b-c)e^{-x}$$

بالمطابقة مع $h(x)$ نجد:

$$\begin{cases}-a=1\\2a-b=3\\b-c=2\end{cases} \quad \text{منه} \quad \begin{cases}a=-1\\b=-5\\c=-7\end{cases}$$

علما أن: $h(x)=(x^2+3x+2)e^{-x}$

2) أ) $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)\,dx \qquad (\lambda>0)$

$$=\left[H(x)\right]_0^{\lambda}$$

$$\boxed{A(\lambda)=7+(-\lambda^2-5\lambda-7)e^{-\lambda}}$$

التفسير الهندسي: (أنظر الجزء المظلل).

$$A(\lambda)=\int_0^{\lambda}(x+f(x))\,dx$$

$$=\int_0^{\lambda}(f(x)-(-x))\,dx$$

$$=\int_0^{\lambda}(f(x)-y)\,dx$$

$A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ ، $x=\lambda$

ب) النهاية:

$$\lim_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)=\lim_{\lambda\to+\infty}\left(7-\lambda^2e^{-\lambda}\right)$$

$$=\lim_{\lambda\to+\infty}\left(7-\underbrace{\frac{\lambda^2}{e^{\lambda}}}_{0}\right)=7$$