الإجابة النموذجية لموضوع امتحان بكالوريا دورة: 2014

اختبار مادة: الرياضيات   الشعبة: تقني رياضي   المدة: 04 ساعات ونصف

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأ	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05.5 نقطة)		
1) حل المعادلة:		
$\Delta=(2i)^2$ ، $z_1=\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$	4x0.25	
2) أ) $\frac{z_1}{z_2}=e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$	01	
ب) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n=e^{i\left(n\frac{\pi}{3}\right)}$ ؛ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيلي صرف معناه $2n=3+6k$ ليس لها حل في $\mathbb{N}$	0.5	
لأن $2n$ زوجي و $3+6k$ فردي ومنه لا يوجد أي عدد طبيعي يحقق المطلوب....	0.25	
3) أ) $\frac{z_3-z_1}{z_2-z_1}=-\frac{\sqrt{3}}{2}i=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$	0.5	05.5
$z'-z_1=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}(z-z_1)$ (أو $z'=-\frac{\sqrt{3}}{2}iz+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$) النسبة $\frac{\sqrt{3}}{2}$،الزاوية $-\frac{\pi}{2}$	0.5	
ب) المثلث ABC قائم في A ، مع قبول أي تبرير صحيح..........................	0.5	
4) أ) (E) هي الدائرة التي مركزها $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$ ونصف قطرها $r=\frac{\sqrt{7}}{2}$	0.75	
ب) (E') هي محور القطعة $[AC]$ (أو معادلة (E') : $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$)................................	0.5	
التمرين الثاني: (04.5 نقط)		
1) أ) بحل الجملة نجد $t=-1$ و $t'=-1$، إذن $B(1;0;2)$	0.5	
ب) $(P):\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2t-t'\ ;\ (t;t')\in\mathbb{R}^2\\ z=2-t+2t'\end{cases}$	0.5	
2) أ) $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P)،لأن الجملة $\begin{cases}6=1+2t\\ 4=-2t-t'\\ 4=2-t+2t'\end{cases}$ ليس لها حل.	0.5	
ب) $B\in(P)$ و $\overrightarrow{AB}.\vec{u}_1=0$ و $\overrightarrow{AB}.\vec{u}_2=0$ ، حيث $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ شعاعا توجيه (Δ_1) و (Δ_2)		04.5
إذن B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)..........................	0.5	
3) أ) $(Q): 5x+y-7z-6=0$	0.5	
ب) $C(3;-2;1)$ و $D(1;1;0)$	0.5	

	01	4) أ) BCD قائم في B ، $V(ABCD)=\frac{15}{2}\ uv$ ....
	0.5	ب) $S(ACD)=\frac{3\times V(ABCD)}{d(B,(Q))}$ ومنه $S(ACD)=\frac{3\times\frac{15}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{15\sqrt{3}}{2}\ ua$ ....
		التمرين الثالث: (04 نقط)
	0.5	I- 1) $f(x)-x\ge 0$ في $]1;2]$ و $f(x)-x<0$ في $]2;+\infty[$ ....
	0.75	2)أ) $f'(x)=\frac{x-2}{x-1}$ ، f متزايدة تماما على $[2;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]1;2]$ ....
	0.5	ب) f متزايدة تماما على $[2;e+1]$، $2\le x\le e+1$ ومنه $2=f(2)\le f(x)\le f(e+1)=e$
		II) 1) $u_0\in[2;e+1]$ محقق.
	0.75	نفرض $u_n\in[2;e+1]$ ومنه ،حسب 2)ب)، $u_{n+1}=f(u_n)\in[2;e+1]$ ، إذن ....
04		2) $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$ وبما أن $u_n\in[2;e+1]$ فإن $u_{n+1}-u_n\le 0$
	0.5	ومنه (u_n) متناقصة ....
	0.5	3) (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل (بالعدد 2) فهي متقاربة ....
	0. 5	بفرض $\lim_{n\to+\infty}u_n=l$ فإن $l=f(l)$ لأن f مستمرة ومنه $l=2$ ....
		التمرين الرابع: (06 نقط)
	0.25	I) 1) $\lim_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=0$ ....
	0.25	$g'(x)=2+\ln x$ ....
	0.25	إشارة $g'(x)$: $0\ \ -\ \ e^{-2}\ \ +\ \ 3$ ....
	0.25	$g(3)=3+3\ln 3$ و $g(e^{-2})=-e^{-2}$ ، جدول التغيرات ....
	0.25	2)أ) $2\notin\,]0;e^{-2}]$ ومنه المعادلة $g(x)=2$ لا تقبل حلا في $]0;e^{-2}]$ ....
	0.25	g مستمرة ومتزايدة تماما على $[e^{-2};3]$ و $2\in[-e^{-2};3+3\ln 3]$ إذن للمعادلة حل وحيد في المجال $]e^{-2};3[$.
	0.25	و $g(1,46)\simeq 2,01$; $g(1,45)\simeq 1,99$ ومنه $1,45<\alpha<1,46$ ....
	0.25	ب) إشارة $g(x)-2$: $0\ \ -\ \ \alpha\ \ +\ \ 3$ ....
	0.25	II) 1) f لا تقبل الاشتقاق عند 2 ،لأن (C_f) لا يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 2 ......
	0. 5	2) العدد المشتق من اليمين هو $\ln 2$ والعدد المشتق من اليسار هو $-\ln 2$ ....
	0.25	3) $\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=-\infty$ ....
06	0. 5	من أجل $x\in\,]0;2[$ ، $f'(x)=-\frac{g(x)-2}{x}$ ، من أجل $x\in\,]2;3]$ ، $f'(x)=\frac{g(x)-2}{x}$
	0.5	إشارة $f'(x)$: $0\ \ +\ \ \alpha\ \ -\ \ 2\ \ +\ \ 3$ ....
	0.25	$f(\alpha)=(2-\alpha)\ln\alpha$ ، $f(2)=0$ ، $f(3)=\ln 3$ ، جدول التغيرات ....

	0.25	III) 1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} \frac{\pi}{2}} h(x) = -\infty$ و منه $x=\frac{\pi}{2}$ معادلة مستقيم مقارب (Δ) ....
	0.25	2) $h(x) = f(\cos x)$ ....
	0.25	h مركب الدالة $x \mapsto \cos x$ متبوعة بالدالة $x \mapsto f(x)$ ....
		الدالة "cos" متناقصة تماما على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ و f متزيدة تماما على $]0;1[$ ومنه h متناقصة تماما
	0.25	على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ ....
	0.25	$h(0)=0$ و $h'(0)=0$ وجدول التغيرات ....
	0. 5	رسم (Δ) و (C_h) ....

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
		التمرين الأول: (04.5 نقط)
	0.75	1) أ) (γ) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2. إنشاء (γ) ……………
	0.75	ب) (γ') نصف مستقيم مبدؤه A ومعامل توجيهه $tg(\frac{3\pi}{4})=-1$. إنشاء (γ') …….
	0.5	جـ) إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ') هي: $\left(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$…………………
	0.5	2) أ) $\frac{z_1-z_0}{z_0}=i\sqrt{2}$ ………………………………………
04.5	0. 5	$\frac{z_0-z_1}{z_0}=-i\sqrt{2}$ ومنه OAB مثلث قائم في A ………………………
	0.25	ب) $z_2=1+\sqrt{2}-i\left(1+\sqrt{2}\right)$ ……………………………………
	0. 5	جـ) $\begin{cases}\alpha+\left(1+\sqrt{2}\right)\beta=0\\ \alpha+\beta=\sqrt{2}\end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta)=\left(1+\sqrt{2};-1\right)$ ………………………
	0.5	د) $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AC}=0$ ، (E) هي المستقيم المار من O و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له….. (تبرير آخر: معادلة (E) هي $y=-x$)
	0.25	إنشاء (E) ……………………………………………………
		التمرين الثاني: (4.5 نقطة)
	01	1) أ) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=18$ و $\widehat{BAC}=34°$ ………………………………………
	0.5	ب) $\widehat{BAC}\neq 0$ و $\widehat{BAC}\neq\pi$ ومنه A، B، C تعين مستويا………………
	0.5	2) أ) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ………………………………………
	0.5	ب) $(ABC):2x-y+2z-3=0$……………………………………………
04.5	01	3) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$ ، $\Omega(2;-3;1)$ ، $R=3$ ……………
	0.25	4) $(P):2x-y+2z+d=0$……………………………………………………
	0.5	$\lvert 9+d\rvert=9$ ومنه $d=0$ ، $d=-18$ ………………………………………
	0.25	$(P_1):2x-y+2z=0$ و $(P_2):2x-y+2z-18=0$ …………………………
		التمرين الثالث: (05 نقط)
	01	1) بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n : (انظر الجدول أدناه)
	0. 5	2) أ) من أجل $p=4k+2$ ، $(k\in\mathbb{N})$، $5^p\equiv 9[16]$ ومنه يوجد $n\in\mathbb{N}$ يحقق $5^p=9+16n$ أي $C_n=D_p$ ………………………………………………
05	0.5	ب) من أجل $p=6$ ، $n=976$ ………………………………………

قيم n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
الباقي	1	5	9	13

3) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $f'(x)=4\ln5\times5^{4x+2}>0$ ، f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$		
جدول التغيرات	0.75	
استنتاج أن $f(x)>0$	0.5	
4) أ) $\frac{5^{(4\times0+2)}-9}{16}=1=u_0$. نفرض $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$ ومن $u_{n+1}=5^4(u_n+\frac{9}{16})-\frac{9}{16}$ نجد $u_{n+1}=\frac{5^{4n+6}-9}{16}$		
ومنه لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$	0.75	
ب) $5^{(4n+2)}\equiv9[16]$ ومنه $5^{(4n+2)}-9\equiv0[16]$ أي $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}\in\mathbb{N}$	0.5	
5) $u_n=\frac{1}{16}f(n)$ و $\frac{1}{16}>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما لأن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0.5	
التمرين الرابع: (**06 نقطة**)		
1) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$	0.5	
2) $f'(x)=xe^x$ ، f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0]$	0.75	
جدول التغيرات	0.25	
3) أ) $1\notin]-1;0]$ ومنه المعادلة لا تقبل حلولا على $]-\infty;0]$	0.25	
f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $1\in[-1;+\infty[$ إذن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$	0. 25	06
$f(1,27)<1<f(1,28)$ لأن $f(1,27)\simeq0.96; f(1,28)\simeq1.01$	0.5	
ب) $(T): y=ex-e$ ، (C_f) أعلى (T) لأن $f(x)-y=(x-1)(e^x-e)\geq0$ ...	0.75	
ج) رسم (T) و (C_f)	0.75	
4) $f(x)=f(m)-1$ تعني $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$	0.25	
$f(x)=f(m)-1$ تقبل حلا واحدا إذا كان $f(m)-1=-1$ أو $f(m)-1\geq0$	0.25	
أي $m=1$ أو $m\geq\alpha$ (f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $\alpha>0$)	0. 25	
5) أ) h دالة زوجية لأنها معرفة على $\mathbb{R}$ و $h(-x)=h(x)$	0.25	
ب) إذا كان $x\leq0$ فإن $h(x)=-f(x)$ ومنه (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-\infty;0]$ ثم نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب	0.25	
رسم (C_h)	0.25	
6) $g'(x)=(ax+a+b)e^x$ ، بالمطابقة نجد، $a=1$ ، $b=-2$	0. 5	