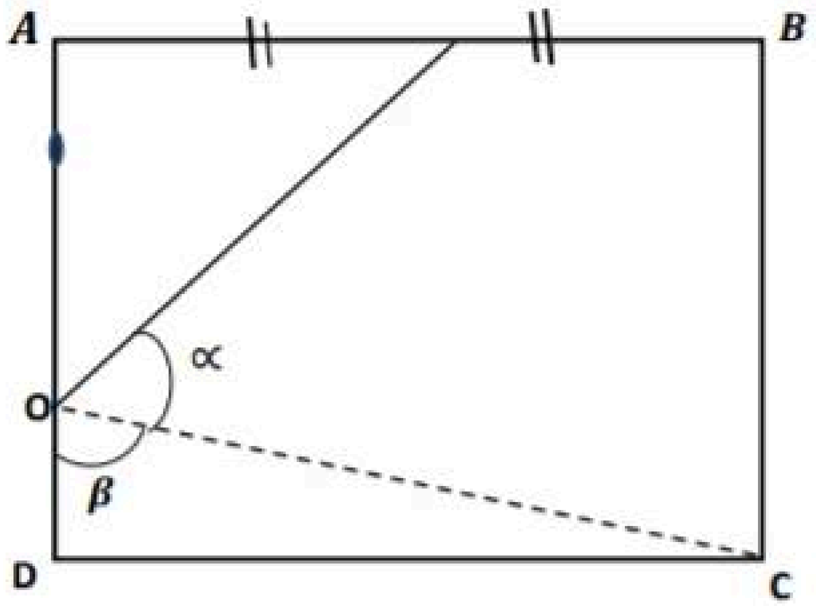
الثلاثاء 30 افريل 2024

الفرض الاو ل للفصل الثالث

التمرين الأول:



$ABCD$ مربع طول ضلعه هو $6cm$ و الطول القطعة المستقيمة $[OD] = 2cm$.

1) انطلاقا من الخاصية التالية :

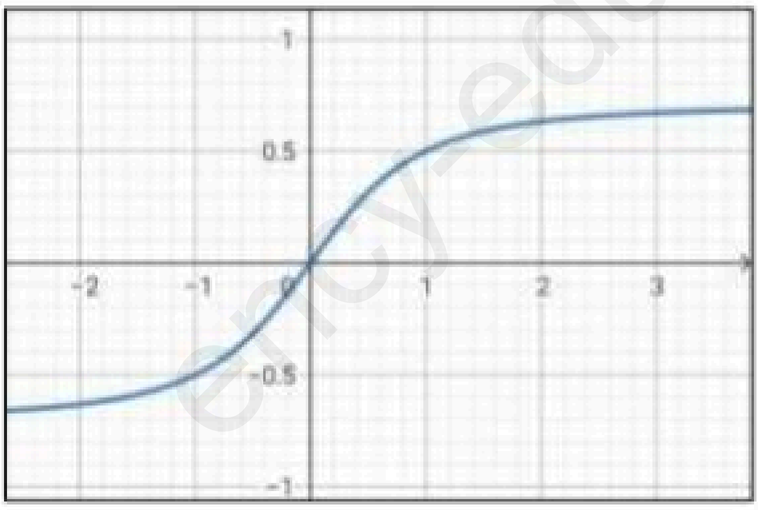
$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan(\alpha)+\tan(\beta)}{1-\tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

← اثبت ان الزاويتين α و β انهما متقايستين . موضحا جميع الخطوات من الأول الى الأخير .

← هليوجد على الأقل مثلثين متقايسين مع التعليل .

التمرين الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{a}\sqrt{a(x^2+1)}$ حيث $(a \in \mathbb{R}^*)$.



الوثيقة المقابلة تمثل تغيرات دالة f' مشتقة الدالة f .

- المطلوب :

1) بقراءة بيانية عين ما يلي :
   أ) $f'(-1)$, $f'(0)$.
   ب) جد قيمة العدد الحقيقي a .
   ت) استنتج شفعية الدالة f' .
2) استنتج إشارة الدالة $f'(x)$.
3) شكل جدول التغيرات الدالة $f(x)$.
4) استنتج إشارة $f(x)$.
5) اثبت انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فان : $f(-x)+f(x) = \sqrt{2}$. ثم فسر ذلك هندسيا .
6) ارسم المنحنى (C_f) بدقة .
7) ناقش حسب قيم الوسيط حلول المعادلة : $\frac{m+1}{x+1} = \frac{x-1}{m-1}$.
8) اثبت ان المعادلة $f(x) = |m^m| - 1$ تكافئ ان : $|x| = \sqrt{2m^{2m} - 4|m^m| + 1}$ استنتج حلول

- في مايلي نعرف المتتالية (u_n) العددية كمايلي : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{U_n^2+1}{2}} \end{cases}$.

أ) احسب اربع حدود الأولى . يطلب تبسيط النتيجة .

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فان : $u_n > 1$.

ت) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

9) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$: $V_n = U_n^2 - 1$.

أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب) استنتج عبارة المتتالية (u_n) . ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ت) نعتبر المجموع التالي :

$$S_n = \frac{84}{u_1^2-1} + \frac{336}{u_2^2-1} + \dots\dots\dots + \frac{21 \times 4^n}{U_n^2-1}$$

$$S'_n = \frac{1}{2^3 \times 11 \times 23} \times \frac{1}{2^6 \times 11^2 \times 23^2} \times \dots\dots\dots \times \frac{1}{2^{3n} \times 11^n \times 23^n}$$

$$p_n = 7 \times (s_1 \times s'_1 \times s_2 \times s'_2 \times \dots\dots\dots \times S_n \times S'_n)$$

1) جد كل من s_n و S'_n بدلالة n .

2) بين انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فان : $p_n = (8^{n+2} - 56n - 64)2024^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

بالتوفيق لكم