الإجابة المقترحة لمادة التاريخ والجغرافيا

لامتحان شهادة البكالوريا دورة جوان 2013 — الاستاذ (ة) : عيشون صليحة الشعبة
الشعبة :علوم تجريبية ،رياضيات ،تقني رياضي .
جواح عمار .

محاور الإجابة	عناصر الإجابة		
هرم المستلام	**الحرب الباردة :** صراع إيديولوجي، عقائدي، مذهبي بين المعسكرين الشرقي بزعامة الاتحاد السوفياتي و الغربي بزعامة الولايات المتحدة الأمريكية، استخدمت فيه كل الوسائل ماعدا السلاح بهدف تحقيق مكاسب مادية ومعنوية. **المعسكرين** : هما المعسكر الشرقي (الدول الموالية للاتحاد السوفياتي من أوروبا الشرقية والوسطى) والمعسكر الغربية (الدول الموالية للو م ا من أوروبا الغربية) . **الاستقطاب الدولي**:سياسة انتهجها المعسكران في ظل الحرب الباردة من خلال العمل على جذب أكبر عدد من الدول الى معسكر معين .		
تعريف الشخصيات	**جمال عبد الناصر:** أحد قادة ثورة 23 جويلية 1952م ، رئيس مصر سنة 1954م، عمل على بناء وتحريرها سياسيا و اقتصاديا محددا لها توجهها إشتراكيا وبعدا وحدويا ، من الأقطاب المؤسسين لحركة عدم الانحياز 1961ساند قضايا التحرر في الوطن العربي لاسيما الثورة الجزائرية والقضية الفلسطينية.. **-نيكيتا خروتشوف:** زعيم شيوعي ورجل دولة سوفياتي، حكم الاتحاد 1953 –1964،تميز حكمه بالمعاداة الشديدة للستالينية و إرساء الدعائم الأولى لسياسة التعايش السلمي و الانفراج الدولي . **رابح بيطاط** : مناضل في صفوف حركة انتصار للحريات الديمقراطية ، عضو في المنظمة الخاصة . عضو مؤسس للجنة الثورية للوحدة و العمل من بين مجموعة (22) و مجموعة التسعة (9) ، مسؤول عن منطقة الرابعة (الجزائر).في 1955 اعتقل من طرف السلطات الاستعمارية ،حكم عليه بالسجن المؤبد ليطلق صراحه بعد وقف إطلاق النار في مارس 1962 . في 27 سبتمبر 1962 عين نائبا لرئيس مجلس أول حكومة. . و في سنة 1972 عين وزيرا مكلفا بالنقل،ثم ترأس المجلس الشعبي الوطني....		
التوقيع على خريطة اوروبا	4دول من المعسكرالشرقي و 4 دول من المعسكر الغربي .		
الجزء الثاني			
المقدمة	الثورة الجزائرية بين الحنكة الدبلوماسية وتعدد وتنوع مخططات فرنسا .		
العرض	**1-الأساليب التي استخدمتها الثورة على المستوى الخارجي:** - المشاركة في المحافل الدولية (مؤتمر باندونغ 1955+ هيئة الأمم المتحدة 1955). - المشاركة في التظاهرات الثقافية والرياضية . - الترويج للقضية الجزائرية (إرسال وفود من الجبهة الى الخارج، فتح مكاتب وفروع للجبهة في الدول الصديقة). -تأطير المهاجرين . - البث الإذاعي . التنسيق بين الحكومة المؤقتة والدول الصديقة الراغبة فى تقديم مساعدات للثورة الجزائرية **2- انعكاسات هذه الأساليب على مكانة فرنسا الخارجية :**		
	- عزل فرنسا دوليا (زيادة التأييد الدولي للقضية). - فقدان فرنسا لمستعمراتها الواحدة تلوى الأخرى (تونس والمغرب الأقصى 1956..). - لجوء فرنسا إلى استعمال الأساليب الملتوية (القرصنة الجوية 1956، المشاركة في العدوان الثلاثي، قنبلة ساقية سيدي يوسف، قمع مظاهرات الجزائريين في باريس 17اكتوبر 1958). -زيادة الضغوطات على فرنسا (طرح القضية الجزائرية في المحافل الدولية). - تدويل القضية الجزائرية واعتبارها قضية تصفية الاستعمار . ودعوة فرنسا الى فتح مفاوضات مع جبهة التحرير الوطني .		
الخاتمة	إرادة الشعب وتمسكه بفكرة الاستقلال أفشلت كل المخططات الفرنسية وأجبرت ديغول على فتح باب المفاوضات.		
الجغرافيا			
شرح المصطلحات	**-العالم الثالث:** مصطلح أطلقه الفريد سوفي سنة 1952 على الدول المتخلفة أو المحايدة لكل من المعسكرين (و.م.ا+ إ.س) , أو هو مجموع الدول التي لم تستطع أن ترقى إلى مصاف الدول الكبرى ولم تصل إلى درجة كبيرة من التطور تعرضت في غالبيتها للاستعمار الأوربي و نالت استقلالها بعد الحرب العالمية الثانية . تقع بإفريقيا و آسيا أي في نصف الكرة الجنوبي. **التقسيم الدولي للعمل** : يعني تدويل عملية الإنتاج، فالدول المتخلفة تصدر مواردها الطبيعية في شكل مواد اولية باسعار رخيصة ...اما البلدان النامية حديثة التصنيع تهتم بالانتاج الذي يحتاج الى يد عاملة رخيصة ...اما البلدان المتطورة تهتم بالانتاج ذي القيمة المضافة وتم تبادلها بين نفس البلدان المتطورة . . **المركز الراسمالى** : المقصود به الدول الراسمالية المتطورة التى تمتلك التكنولوجيا والشركات الاحتكارية المتعددة الجنسيات فى مختلف المجالات والتخصصات..		
التوقيع على الخريطة	**4 دول وردت فى النص .**		
	التعليق على جدول صادرات الصين سنة 2002. **- ضخامة صادرات الصين نحوالاقطاب الاقتصادية العالمية .** **- تفاوت في قيمة صادرات الصين .** **-يشكل التعامل البيني اكبر نسبة لصادرات الصين (مع دول اسيا)** **- -تقارب في نسب الصادرات الصينية نحو الولا يات المتحدة و أوروبا.** **-ارتفاع قيمة الصادرات الصينية نحو اوروبا .**		
الجزء الثاني			
الاتحاد الأوروبي بين سياسة الاندماج والتحديات الراهنة			
1-أهداف التكتل الأوروبي : - بناء فضاء للسلم ورفاهية أوربا . - التخلص من الأحقاد والخلافات التاريخية . -استرجاع مكانة أوروبا وهيبتها . - تحقيق التكامل بين دول اوربا **2- مظاهر القوة والضعف في الاتحاد الأوروبي :**			

	أ- مظاهر القوة : - ضخامة الإنتاج وتنوعه وجودته -احتلاله المراتب الأولى في العديد من المنتجات الزراعية والصناعية - قوة مالية (البورصات ، للاستثمارات ...) - احتلاله المراتب الاولى فى حجم الصادرات والواردات العالمية . **ب- مظاهر الضعف :** - عدم تجانس شعوب الاتحاد الأوروبي لغة ودينا وسياسة. - ارتفاع نسبة الشيخوخة -عدم احترام مبدأ الأفضلية. -تفاقم البطالة سنة 2005- اكثر من 20 مليون عاطل . -المنافسة الداخلية والخارجية . - عجز الميزان التجارى فى عدة دول . -رفض بعض الدول للعملة الأوربية الموحدة - التبعية للخارج من حيث المواد الأولية - الأزمات المالية (اليونان ، ايطاليا ..).!	
الخاتمة :	يبقى الاتحاد الأوروبي بشكل قوة اقتصادية ضمن الثالوث الاقتصادي العالمي رغم التحديات التى تواجهه اليوم .	
الموضوع الثاني		
	ا :**حركة التحرر**:هي نضال سياسي أومسلح ضد كل أشكال الاستعمار(احتلال، حماية، انتداب وصاية)، أو ضد الأنظمة العميلة للاستعمار منذة كل أشكال الرفض والمقاومة قامت بها الشعوب المستعمرة. ظهرت بعد الح ع 1 على شكل نضال سياسي و انتهجت بعد ح ع 2 أسلوب الكفاح المسلح. استمدت قوتها من غضب الشعوب. **الاستعمار التقليدي** : مصطلح سياسي يتمثل في نمط الاستعمار المباشر الذي يعتمد الحملات العسكرية المباشرة والحكم المباشر(الاستعمار الفرنسي والبريطاني) . **ملء الفراغ:** سياسة استعمارية تبنتها الولايات المتحدة الأمريكية ووظفتها بعد ضعف و انسحاب القوى الاستعمارية التقليدية – فرنسا وبريطانيا – لملء الفراغ السياسي المتروك. قابلها الاتحاد السوفيتي بدعمه للحركات التحررية .	
التعريف بالشخصيات	**هوشي منه :** مناضل فيتنامي تصدى للغزو الياباني اثنا ء ح ع 2 ثم حارب ضد فرنسا(46 1954.ثم ضد الولايات المتحدة و عملائها في جنوب الفيتنام .توفي قبل ان يحقق حلمه . 1969 . **-الجنرال جياب** : عسكري وسياسي فيتنامي ،بطل معركة ديان بيان فو سنة 1954م ضد الفرنسيين ومخطط مقاومة الفيتكونغ ضد الغزو الأمريكي سنة 1964-1973م صاحب المقولة المشهورة " الاستعمار تلميذ غبي لا يتلقن الدروس". **احمد سوكارنو** : مؤسس الحزب الوطني الاندونيسي 1927م، رئيس للبلاد بعد الاستقلال سنة (1949م - 1967م)، لعب دورا فعالا في إقامة مؤتمر باندونغ في بلاده سنة 1955م كان من المؤسسين لحركة عدم الانحياز . ب : على خريطة العالم وقع اسماء المناطق و الدول الواردة فى الوثيقة .	
الجزء الثاني		
المقدمة	**العالم الثالث بين التحرر السياسي واستمرارية تبعيته .**	
العرض	**1- الخصائص المشتركة للحركات التحررية :** -العداء المشترك للاستعمار بمختلف أشكاله *-كانت كلها قومية وطنية نبعت من وسط الشعب وهدفها تاسيس دولة وطنية . * -انتهاجها الأسلوب السياسي ثم العسكري * -ظهورها في جميع مناطق العالم " المضطهدة" *-امتدادها في نطاق واحد (في النصف الجنوبي من الكرة الأرضية) *-تزامن الحركات التحررية أي تصاعدها بعد الحرب العالمية الثانية . *حصولها على تأييد من الدول المستقلة والكتلة الشرقية والمنظمات الدولية والإقليمية . **2-نتائج الحركات التحررية في افريقيا :**	
	- استقلال جل الدول الإفريقية.وانهيار الامبراطوريات الاستعمارية (فرنسا وبريطانيا ') -دخول افريقيا مرحلة التحرر الاقتصادي .(والتاميمات الكبرى مثل مصر و الجزائر ...). - التضامن فيما بينها (ضمن الحركة الافرو اسيوية 1955 .منظمة الوحدة الافريقية 1960).	
الخاتمة	لم تهنأ دول العالم الثالث بالتحرر السياسي لتجد نفسها تتخبط في بوتقة التبعية الاقتصادية .	0.5
الجغرافيا		
شرح المصطلحات	**التنمية المستدامة** : التنمية التي تلبي حاجات الحاضر دون المساس بحق الأجيال المقبلة(التنمية المتواصلة و المستمرة تتخذها الدولة في تطوير جميع الميادين خلال فترة زمنية طويلة). **الشراكة:** مفهوم استعمل لأول مرة من طرف مؤتمر الأمم المتحدة للتجارة والتنمية (CNUCED) في نهاية الثمانينات.ويعني عقد أو اتفاق بين مشروعين أو أكثر قائم على التعاون فيما بين الشركاء من اجل تحقيق اهداف مشتركة . **العولمة : عملية انصهار اقتصادي وسياسي و ثقافي تجعل العالم في بوتقة واحدة.(قرية صغيرة).**	0.5
التعليق على الجدول	--يعاني الاتحادالاوروبى من نقص فى انتاج الطاقة (بترول و غاز) مقارنة بكمية استهلاكه لها .وكذلك معدن الحديد . -تفاوت في كمية إنتاج واستهلاك الموارد الطاقوية والمعدنية . -ضخامة إنتاج الفحم فهو يفوق استهلاكه .	
التوقيع على خريطة اسيا	التنينات الاربعة .	
الجزء الثاني		
المقدمة	العالم في ظل العولمة بين هيمنة الدول الكبرى واستمرار تبعية العالم الثالث .	
العرض	1- خصائص أسواق المواد الإستراتيجية (الغذاء والطاقة): **- الغذاء :** - هيمنة الدول الكبرى (انتاجا بواسطة الشركات الاحتكارية مثل كارجيل ... و تسويقا في بورصتى شيكاغو و لندن - ضخامة الاستيراد من طرف العالم الثالث مثل مصر –الجزائر ..يؤدى الى تبعية غذائية وارتفاع الفاتورة -استعماله كورقة ضغط على شعوب العالم الثالث (السلاح الأخضر من طرف الو م ا). **- الطاقة :** -هيمنة دول العالم الثالث على إنتاجه. _ تحتكر تجارته الشركا ت المتعددة الجنسيات (الاخوات السبع) . -تبعية الدول الكبرى للعالم الثالث(ضخامة استيراد الدول المتقدمة) - تحد د اسعاره في بورصة نيويورك و لندن . - تساهم منظمةالاوبيك في تحديد كمية الإنتاج للدول الاعضا ء لحماية سعر البترول من الانهيار . 2-انعكاسات واقع المبادلات على العالم الثالث : - التبعية للعالم المتقدم . - تفاقم المديونية وعدم الاستقرار . - فقدان الاستقلال الاقتصادي (ضغوطات المؤسسات المالية ...).	
الخاتمة	لن تتحرر دول العالم الثالث ما لم تؤمن حاجيات مجتمعاتها الإستراتيجية .	

التصحيح المقترح لموضوع الرياضيات - بكالوريا2013 -

الشعبة: علوم تجريبية. **الأستاذ : علالو محمد و عوادي جمال.**

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

1) كتابة تمثيل وسيطي للمستقيم (BC):

الشعاع $\overrightarrow{BC}(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$ شعاع توجيه للمستقيم (BC) وعليه من أجل كل نقطة $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ من الفضاء:

$M\in(BC)$ معناه $\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BC}$ ، مع $t\in\mathbb{R}$ ، ومنه نتحصل على الجملة : $\begin{cases}x=t+1\\y=-t\\z=2t-1\end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$

التي هي تمثيل وسيطي للمستقيم (BC) .

- **التحقق من أنه محتوى في المستوي(P) :**

الطريقة الأولى: $M\in(BC)$ معناه $t\in\mathbb{R}$; $\begin{cases}x=t+1\\y=-t\\z=2t-1\end{cases}$ و بالتعويض في معادلة المستوي (P) ، نجد :

$2(-t)+2t-1+1=0$ ، ومنه (BC) محتوى في المستوي(P) .

الطريقة الثانية : يمكن التحقق من أن إحداثيات كل من B و C تحقق معادلة المستوي (P) .

2) إثبات أن المستقيمان (BC) و (Δ) ليسا من نفس المستوي :

الشعاع $\vec{U}(0\ ;\ 1\ ;\ -2)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ). إن الشعاعان $\vec{U}$ و $\overrightarrow{BC}$ غير مرتبطان خطيا لأنه لا يوجد أي عدد حقيقي k يحقق: $\overrightarrow{BC}=k\vec{U}$ (أو بملاحظة أن $\frac{0}{1}\neq\frac{1}{-1}$) وبالتالي المستقيمان (BC) و (Δ) غير متوازيان.

. لإثبات أنهما ليسا من نفس المستوي، نفرض أنهما متقاطعان في نقطة $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ ومنه إحداثيات M

تحقق التمثيل الوسيطي لكل من (BC) و (Δ) وعليه : $\begin{cases}-1=t+1\\2+\beta=-t\\1-2\beta=2t-1\end{cases}$ ومنه : $\begin{cases}t=0 & ...(1)\\\beta=0 & ...(2)\\1-2\beta=2t-1 & ...(3)\end{cases}$

وبتعويض قيمتي t و β في المعادلة (3) نجد $1=-5$ وهذا تناقض وبالتالي (BC) و(Δ) ليسا من نفس المستوي .

3) أ. حساب المسافة بين النقطة A والمستوي (P):

لدينا : $d(A\ ;\ (P))=\frac{|2(1)+3+1|}{\sqrt{4+1}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

ب . إثبات أن D نقطة من المستوي (P) و أن المثلث BCD قائم:

بمأن $2(0)+(-1)+1=0$ فإن D نقطة من المستوي (P).

لدينا: $\overrightarrow{BD}(1\ ;\ 0\ ;\ 0)$ و $\overrightarrow{CD}(0\ ;\ 1\ ;\ -2)$ و $\overrightarrow{BC}(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$

لدينا:$BD=1$ و $CD=\sqrt{5}$ و $BC=\sqrt{6}$ ، إذن: $BC^2=BD^2+CD^2$ ومنه المثلث BCD قائم في النقطة D.

الطريقة الثانية: يمكن إثبات أن $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{CD}=0$

4) إثبات أن ABCD رباعي وجوه ، ثم حساب حجمه V:

إن B ، C و D نقط من المستوي(P) و A ليست من المستوي(P)لأن $d(A\ ;\ (P))\neq 0$ ومنه ABCD رباعي وجوه.

لدينا $V=\frac{1}{3}S\times h$ مع S هي مساحة المثلث BCD القائم في D و h هو $d(A\ ;\ (P))$

وعليه : $V=\frac{1}{3}\left(\frac{BD\times DC}{2}\right)\times\frac{6\sqrt{5}}{5}=\frac{1}{3}\left(\frac{1\times\sqrt{5}}{2}\right)\times\frac{6\sqrt{5}}{5}$ أي أن: $V=1\ (U\ V)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

I) 1) إثبات أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية :

من أجل كل عدد طبيعي n ، لدينا : $v_{n+1}=\frac{5^{n+2}}{6^{n+1}}=\frac{5\times5^{n+1}}{6\times6^n}=\frac{5}{6}\times\frac{5^{n+1}}{6^n}$ أيْ أن : $v_{n+1}=\frac{5}{6}v_n$.

ومنه(v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{5}{6}$ وحدها الأول $v_0=5$.

2) حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=\lim\limits_{n\to+\infty}5\left(\frac{5}{6}\right)^n=0$ ، لأن $0<q<1$

II) 1) البرهان بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $1\leq u_n\leq 6$:

أ. من أجل $n=0$: $1\leq u_0\leq 6$ ، محققة لأن $u_0=1$

ب. ليكن n عدد طبيعي ، لنفرض أن $1\leq u_n\leq 6$ ونبرهن أن $1\leq u_{n+1}\leq 6$

لدينا: $1\leq v_n\leq 6$ إذن $36\leq 5u_n+6\leq 11$ ،ومنه $\sqrt{11}\leq\sqrt{5u_n+6}\leq 6$ وعليه $1\leq u_{n+1}\leq 6$

و بالتالي ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq 6$

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{5u_n+6}-u_n=\frac{-u_n^2+5u_n+6}{\sqrt{5u_n+6}+u_n}$

بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\sqrt{5u_n+6}+u_n>0$ فإن إشارة $u_{n+1}-u_n$ من إشارة $-u_n^2+5u_n+6$

الجدول التالي يلخص إشارة $u_{n+1}-u_n$:

u_n	$-\infty$	-1		6	$+\infty$
		$-$	0 $+$	0	$-$

بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq 6$ فإن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n>0$ وبالتالي المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

3) أ) نبرهن أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_{n+1}\leq\frac{5}{6}(6-u_n)$:

من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_{n+1}=6-\sqrt{5u_n+6}=\frac{36-(5u_n+6)}{6+\sqrt{5u_n+6}}$

ومنه : $6-u_{n+1}=\frac{-5u_n+30}{6+\sqrt{5u_n+6}}=\frac{5}{6+\sqrt{5u_n+6}}(6-u_n)$

بما أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $\sqrt{5u_n+6}>0$ ، فإن $6+\sqrt{5u_n+6}>6$ ، ومنه $\frac{5}{6+\sqrt{5u_n+6}}<\frac{5}{6}$

بما أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_n\geq 0$ ، فإن $\frac{5}{6+\sqrt{5u_n+6}}(6-u_n)<\frac{5}{6}(6-u_n)$

وعليه من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_{n+1}\leq\frac{5}{6}(6-u_n)$

ب) **نبرهن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\leq 6-u_n\leq v_n$:**

* بما أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq 6$. فإنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_n\geq 0$.

* لنبرهن الآن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_n\leq v_n$:

- من أجل $n=0$ ، لدينا : $6-u_0\leq v_0$ ، محققة لأن : $6-u_0=5$ و $v_0=5$
- ليكن n عدد طبيعي ، لنفرض أن : $6-u_n\leq v_n$ ونبرهن أن : $6-u_{n+1}\leq v_{n+1}$

لدينا من فرض التراجع : $6-u_n\leq v_n$ ومنه : $\frac{5}{6}(6-u_n)\leq\frac{5}{6}v_n$

وبما أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{5}{6}$ ، فإن : $v_{n+1}=\frac{5}{6}v_n$ و عليه : $\frac{5}{6}(6-u_n)\leq v_{n+1}$

وبما أن $\frac{5}{6}(6-u_n)\leq 6-u_{n+1}$ فإن $6-u_{n+1}\leq v_{n+1}$ ،ومنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\leq 6-u_n\leq v_n$.

- **استنتاج** $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$:

بما أن : $0\leq 6-u_n\leq v_n$ ، فإن : $6-v_n\leq u_n\leq 6$. و بما أن $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=0$ فإن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=6$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) تعيين في المجموعة $\mathbb{C}$ حلول المعادلة(I):

مميز المعادلة (I) هو : $\Delta=\left[-4(\cos\alpha)\right]^2-4(4)=16\cos^2\alpha-16$

أي أن : $\Delta=16(\cos^2\alpha-1)$ ، وبما أن: $\cos^2\alpha-1=-\sin^2\alpha$ فإن : $\Delta=16(-\sin^2\alpha)=(4i\sin\alpha)^2$

و عليه الحلان هما : $z_1=\frac{4\cos\alpha+4i\sin\alpha}{2}=2\cos\alpha+2i\sin\alpha$ أي أن : $z_1=2(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ $z_2=\overline{z_1}=2(\cos\alpha-i\sin\alpha)$

طريقة ثانية: بإمكان التلميذ توظيف المميز المختصر

2)نبين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$

من أجل $\alpha=\frac{\pi}{3}$: $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=2e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ و $z_2=\overline{z_1}=2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

إذن: $\frac{z_1}{z_2}=\frac{2e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}}{2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}}=e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ و منه : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=\left(e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}\right)^{2013}=e^{i(1342\pi)}$ ينتج أن : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$

3) أ) إنشاء النقط A ، B و C :

ننشئ النقطة A إعتمادًا على الشكل الأسي لـ z_A ،ثم ننشئ النقطة B نظيرة النقطة A بالنسبة إلى محور الفواصل

ثم النقطة C ذات الفاصلة 4 و ترتيبتها نفس ترتيبة A (**أنظر الإنشاء في الصفحة 5**)

ب) الشكل الجبري للعدد المركب $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ **:** لدينا : $L=\frac{3}{-2i}$ ومنه: $L=\frac{3}{-2i\sqrt{3}}=\frac{\left(4+i\sqrt{3}\right)-\left(1+i\sqrt{3}\right)}{\left(1-i\sqrt{3}\right)-\left(1+i\sqrt{3}\right)}$ أي أن : $L=\frac{\sqrt{3}}{2}i$

- **الاستنتاج:** لدينا: $L=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ أيْ أن : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، و منه : $z_C-z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B-z_A)$

ينتج أن : النقطة Cهي صورة النقطة B بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة A ونسبته $k=\frac{\sqrt{3}}{2}$ وزاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$.

جـ) تعيين لاحقة النقطة G :

لدينا: $z_G=\frac{z_A-z_B+2z_C}{2}$ **ومنه :** $z_G=\frac{\left(1+i\sqrt{3}\right)-\left(1-i\sqrt{3}\right)+2\left(4-i\sqrt{3}\right)}{2}$ ، إذن : $z_G=4+2i\sqrt{3}$

د) تعيين لاحقة النقطة D:

$ABDG$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{GD}$ ، أي أن : $z_B-z_A=z_D-z_G$ ومنه : $z_D=z_B-z_A+z_G=4$

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

I) 1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1\ ;\ x>1}f(x)$ **، ثم استنتاج المستقيمين المقاربين للمنحنى** (C):

إن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x-1}=1$ و $\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{1}{x-1}}=\lim\limits_{\alpha\to0}e^{\alpha}=1$

إن : $\lim\limits_{x\to1\ ;\ x<1}f(x)=-\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to1\ ;\ x<1}\frac{x}{x-1}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to1\ ;\ x<1}e^{\frac{1}{x-1}}=\lim\limits_{\alpha\to-\infty}e^{\alpha}=0$

للمنحني (C) مستقيمان مقاربان معادلة كل منهما هي : $y=2$ و $x=1$

2) حساب $f'(x)$ **:** الدالة f قابلة للاشتقاق على $]-\infty\ ;\ 1[$ و لدينا ، $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}-\frac{-1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}}$

أي أن : $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}\left(1+e^{\frac{1}{x-1}}\right)$

- **إثبات أن الدالة** f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$:

من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $\frac{-1}{(x-1)^2}<0$ و $\left(1+e^{\frac{1}{x-1}}\right)>0$ إذن ، من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)<0$

وعليه الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$.

- **جدول التغيرات :**

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		
$f(x)$	2	↘	$-\infty$

3) نبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty\ ;\ 1[$ حلا وحيدا α :

بما أن الدالة f معرفة ،مستمرة ومتناقصة تماما على $]-\infty;1[$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to1\ ;\ x<1}f(x)=2$ فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty\ ;\ 1[$ حلا وحيدا α .

بما أن $f(0.21)=0.016$ و $f(0.22)=-0.005$ فإن $0.21<\alpha<0.22$

4) رسم المستقيمان المقاربان و المنحني (C) ،ثم المنحني (C') :

المنحني يقطع محور الفواصل في النقطة $A\left(0\ ;\ \frac{1}{e}\right)$ لأن $f(0)=\frac{1}{e}$

* لرسم (C')،لاحظ أن : $\begin{cases}|f(x)|=f(x) & ;f(x)\geq0\\|f(x)|=-f(x) & ;f(x)<0\end{cases}$ أي أن: $\begin{cases}|f(x)|=f(x) & ;\alpha\leq x<1\\|f(x)|=-f(x) & ;x<\alpha\end{cases}$

وعليه(C') منطبق على المنحني (C) في المجال $[\alpha\ ;\ 1]$ و(C') يناظر (C) بالنسبة إلى محور الفواصل في المجال $]-\infty\ ;\ \alpha[$ (أنظر الرسم في الصفحة 5)

5) بيانيا المعادلة $|f(x)|=m$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة ، من أجل قيم m من المجال $\left[\frac{1}{e};2\right[$

II) 1) دراسة تغيرات الدالة g **على** $]-\infty;1[$: لاحظ أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$ ، $(2x-1)\in]-\infty;1[$

أ. حساب النهايات:

بوضع $\beta=2x-1$ نجد، $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{\beta\to-\infty}f(\alpha)=2$ و $\lim\limits_{x\to1\ ;\ x<1}g(x)=\lim\limits_{\beta\to1\ ;\ \beta<1}f(\alpha)=-\infty$

ب .دراسة اتجاه تغير الدالة g وإنجاز جدول تغيراتها:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-\infty;1[$ ولدينا ، $g'(x)=(2x-1)'\times f'(2x-1)$ أي أن: $g'(x)=2\times f'(2x-1)$

بما أن من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)<0$ ، فإن من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $g'(x)<0$

وعليه الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;1[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		1
$g'(x)$	$-$		
$g(x)$	2	↘	$-\infty$

2) أ . لدينا

$g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=f\left(2\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)-1\right)=f(\alpha)=0$

إن. $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'\left(2\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)-1\right)=2f'(\alpha)$

ب . تعيين معادلة للمماس (T) :

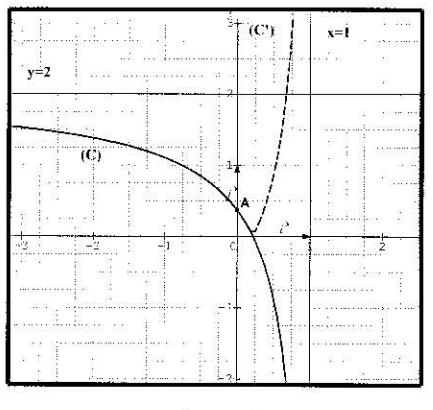
لدينا : $(T):y=g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)+g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$ ومنه: $(T):y=2f'(\alpha)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)$

أي أن : $(T):y=\frac{-2}{(\alpha-1)^2}\left(1+e^{\frac{1}{\alpha-1}}\right)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)$

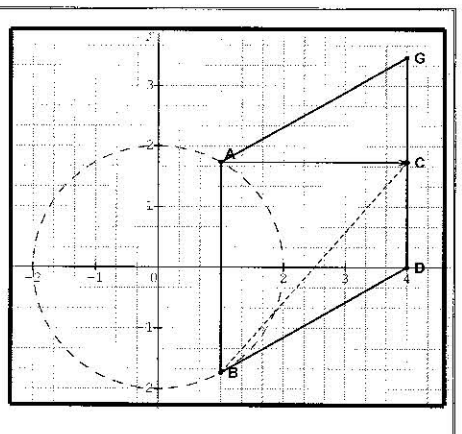
جـ . التحقق من أن: $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ **، معادلة للمماس (T) :**

لدينا $f(\alpha)=0$ ، إذن : $\frac{\alpha}{\alpha-1}+e^{\frac{1}{\alpha-1}}=0$ ومنه : $e^{\frac{1}{\alpha-1}}=\frac{-\alpha}{\alpha-1}$ وعليه: $1+e^{\frac{1}{\alpha-1}}=\frac{-1}{\alpha-1}$

تصبح عندئذ معادلة المماس (T) : $y=\frac{-2}{(\alpha-1)^2}\left(\frac{-1}{\alpha-1}\right)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)$ أيْ أن : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$



(خاص بالتمرين الرابع)



(خاص بالتمرين الثالث)

التصحيح المقترح لموضوع الرياضيات بكالوريا 2013

شعبة علوم تجريبية. **إعداد الأستاذ : عوادي جمال و علالو محمد.**

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

1) التحقق من أن العدد المركب $-3i-2$ حل للمعادلة (E) ، ثم إيجاد الحل الآخر :

لدينا : $(-2-3i)^2+4(-2-3i)+13=4+12i-9-8-12i+13=0$

و منه $z_1=-2-3i$ حلّ للمعادلة (E) .

الحل الآخر هو z_2 مرافق z_1 أيْ : $z_2=-2+3i$.

ملاحظة : يمكن تعيين z_2 باستعمال : $z_1+z_2=-\frac{b}{a}$ أو $z_1\times z_2=\frac{c}{a}$.

2) أ) تبيان أن $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{7}{2}-2i$:

لدينا $S(M)=M'$ معناه : $z'-z_A=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$ أيْ : $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{7}{2}-2i$

ب) حساب z_C حيث $S(B)=C$:

$S(B)=C$ معناه $z_C=\frac{1}{2}iz_B-\frac{7}{2}-2i$ أيْ $z_C=-4-2i$.

3) أ) إثبات أن D مرجح النقطتين A و B :

لدينا $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ تعني أن : $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ ، و منه : $-3\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$

و عليه D مرجح الجملة $\{(A,-3);(B,1)\}$

ب) حساب z_D : $z_D=\frac{-3z_A+z_B}{-2}=\frac{6+9i+i}{-2}=-3-5i$.

ج) تبيان أن $i=\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ و استنتاج طبيعة المثلث ACD :

لدينا : $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=\frac{-3-5i+2+3i}{-4-2i+2+3i}=\frac{-1-2i}{-2+i}=i$ إذن $\left|\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}\right|=1$ و $\arg\left(\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}$

و عليه : $AD=AC$ و $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{2}$ ، و منه المثلث ACD قائم في A و متساوي الساقين .

التمرين الثاني :

1) أ) تمثيل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 على محور الفواصل : (أنظر الإنشاء في الصفحة 4)

ب) التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها : (U_n) متتالية متزايدة تمامًا و متقاربة .

2) أ) إثبات أن الدالة f متزايدة تمامًا على المجال $[0;1]$:

من أجل كل x من المجال $[0;1]$ فإن : $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}\geq 0$ ، إذن الدالة f متزايدة تمامًا على $[0;1]$.

ب) برهان أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $0<U_n<1$:

من أجل n=0 : $0<U_0<1$ محققة لأن $U_0=\frac{1}{2}$.

ليكن n من $\mathbb{N}$ ، نفرضْ صحة $0<U_n<1$ و نبرهن صحة $0<U_{n+1}<1$

لدينا فرضًا $0<U_n<1$ و بما أن الدالة f متزايدة تمامًا على $[0;1]$ فإن $f(0)<f(U_n)<f(1)$

بما أن : $f(0)=0$ ، $f(1)=1$ و $f(U_n)=U_{n+1}$ فإن $0<U_{n+1}<1$

و عليه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، لدينا : $0<U_n<1$

ج) دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (U_n) : لدينا $U_{n+1}-U_n=\frac{2U_n}{U_n+1}-U_n=\frac{-U_n^2+U_n}{U_n+1}=\frac{U_n(1-U_n)}{U_n+1}$

بما أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، لدينا : $0<U_n<1$ فإن $U_n+1>0$ و $1-U_n>0$

إذن $U_{n+1}-U_n>0$ و عليه المتتالية (U_n) متزايدة تمامًا .

3) أ) إثبات أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$:

من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، لدينا : $V_{n+1}=\frac{U_{n+1}-1}{U_{n+1}}=\frac{\frac{2U_n}{U_n+1}-1}{\frac{2U_n}{U_n+1}}=\frac{U_n-1}{2U_n}=\frac{1}{2}\left(\frac{U_n-1}{U_n}\right)=\frac{1}{2}V_n$

إذن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ و حدها الأول $V_0=\frac{U_0-1}{U_0}=-1$

ب) حساب نهاية (U_n) :

لدينا $V_n=\frac{U_n-1}{U_n}=1-\frac{1}{U_n}$ و منه : $\frac{1}{U_n}=1-V_n$ إذن $U_n=\frac{1}{1-V_n}$ و $V_n=-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

بما أن $\lim_{n\to+\infty}V_n=0$ فإن $\lim_{n\to+\infty}U_n=1$.

التمرين الثالث :

1) أ) حساب إحداثيات النقطة I : $\begin{cases}x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3}{2}\\ y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=0\\ z_I=\frac{z_A+z_B}{2}=1\end{cases}$ إذن $I\left(\frac{3}{2};0;1\right)$.

ب) تبيان أن : $2x+4y-8z+5=0$ معادلة ديكارتية لـ (P): لدينا $\vec{n}(2;4;-8)$ شعاع ناظمي لـ (P)

و $\overrightarrow{AB}(-1;-2;4)$ ومنه $\vec{n}=-2\overrightarrow{AB}$ وعليه $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطيًا ومنه $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظمي لـ(P).

و لدينا : $2x_I+4y_I-8z_I+5=3+0-8+5=0$ إذن I نقطة من المستوي (P) .

و منه (P) هو المستوي المحوري لـ [AB] .

ملاحظة : يمكن البحث عن معادلة للمستوي (P) بأخذ $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظمي له و I نقطة منه .

2) كتابة تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): نعتبر $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء .

$M\in(\Delta)$ معناه $\overrightarrow{CM}=t\vec{U}$ مع t وسيط حقيقي،فنجد الجملة: $t\in\mathbb{R}$; $\begin{cases}x=t-\frac{3}{2}\\ y=2t-2\\ z=-4t+1\end{cases}$ هي تمثيل وسيطي لـ(Δ).

3) أ) إيجاد إحداثيات E نقطة تقاطع (P) و (Δ):

$E\in(P)\cap(\Delta)$ ، معناه : $\begin{cases}x=t-\frac{3}{2}\\ y=2t-2\\ z=-4t+1\\ 2x+4y-8z+5=0\end{cases}$ أيْ : $\begin{cases}x=t-\frac{3}{2}\\ y=2t-2\\ z=-4t+1\\ 2t-3+8t+32t-8+5=0\end{cases}$

و منه : $t=\frac{1}{3}$ ، و عليه : $x=-\frac{7}{6}$ و $y=-\frac{4}{3}$ و $z=-\frac{1}{3}$ أيْ : $E\left(-\frac{7}{6};-\frac{4}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

ب) إثبات أن (Δ) و (AB) من نفس المستوي : الشعاعان $\overrightarrow{AB}(-1;-2;4)$ و $\vec{U}(1;2;-4)$ مرتبطان خطيًا لأن $\vec{U}=-\overrightarrow{AB}$ ، و منه المستقيمان (Δ) و (AB) متوازيان و بالتالي هما من نفس المستوي .

- **استنتاج أن المثلث IEC قائم :** لدينا (AB) عمودي على (P) في I و (Δ) عمودي على (P) في E (لأن (Δ) يوازي (AB)) ، إذن (Δ) عمودي على (IE) و بما أن C نقطة من (Δ) فإن (CE) عمودي على (IE) و عليه المثلث IEC قائم في E .

4) أ) إثبات أن (I) عمودي على كل من (AB) و (IE) : لدينا $\overrightarrow{ID}(2;-3;-\frac{4}{3})$ و $\overrightarrow{AB}(-1;-2;4)$ و $\overrightarrow{IE}\left(-\frac{8}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)$ ، فإن $\overrightarrow{ID}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\overrightarrow{ID}.\overrightarrow{IE}=0$ إذن (ID) عمودي على كل من (AB) و (IE).

ب) حساب حجم رباعي الوجوه DIEC : (ID) يعامد المستوي (IEC) في I لأن (ID) عمودي على كل من (AB) و (IE) و منه I هي المسقط العمودي لـ D على المستوي (AIE) إذن : $d(D;(IEC))=ID=\sqrt{14}$.

لدينا : $V=\frac{S\times h}{3}$ ، مع S هي مساحة المثلث IEC القائم في E .إذن : $S=\frac{IE\times EC}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{4\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{21}}{3}\right)=\frac{2\sqrt{14}}{3}$

h هو ارتفاع رباعي الوجوه DIEC إذن : $h=d(D;(IEC))=\sqrt{14}$ و منه : $V=\frac{\frac{2\sqrt{14}}{3}\times\sqrt{14}}{3}=\frac{28}{9}$ UV .

التمرين الرابع :

I. 1) دراسة تغيرات الدالة g و تشكيل جدول تغيراتها:

- $\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)\left[\frac{x^2+2x+4}{x+1}-2\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]=+\infty$ ، $\lim_{\substack{>\\ x\to-1}}g(x)=+\infty$

- g قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ و لدينا : $g'(x)=2x+2-\frac{2}{x+1}=\frac{2(x+1)^2-2}{x+1}=\frac{2x(x+2)}{x+1}$

بما أن $x>-1$ فإن $x+2>0$ و $x+1>0$ و منه إشارة $g'(x)$ من إشارة x .

إشارة $g'(x)$:

x	−1	0	+∞
$g'(x)$	‖	− 0	+

جدول التغيرات :

x	−1	0	+∞
$g'(x)$	‖	− 0	+
$g(x)$	‖ +∞	↘ 4	↗ +∞

2) استنتاج أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$:

بما أن $g(0)=4$ قيمة حدية صغرى فإنه من أجل كل $x>-1$ ، $g(x)>0$

II. 1) أ) $\lim_{\substack{>\\ x\to-1}}f(x)=-\infty$ ، إذن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته : $x=-1$.

ب) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[x-\frac{1}{x+1}+2\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]=+\infty$.

2) أ) f قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ و لدينا : $f'(x)=1-\frac{-2-1+2\ln(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x+4-2\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

إذن : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) بما أنه من أجل كل $x>-1$ ، $g(x)>0$ فإن $f'(x)>0$

و منه الدالة f متزايدة تمامًا على $]-1;+\infty[$ و عليه جدول التغيرات هو:

x	−1	+∞
$f'(x)$	+	
$f(x)$	‖ −∞	↗ +∞

ج) الدالة f معرّفة ، مستمرة و متزايدة تمامًا على $]-1;+\infty[$ ، ولدينا : $\lim_{\substack{>\\ x\to-1}}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α من المجال $]-1;+\infty[$. و بما أن $f(0)=-1$ و $f(0.5)=0.37$.

فإن : $0<\alpha<0.5$.

3) أ) لدينا : $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}\left[-\frac{1}{x+1}+2\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]=0$ ،إذن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

ب) دراسة وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ): لدينا $f(x)-y=\frac{2\ln(x+1)-1}{x+1}$ و منه إشارته من إشارة البسط لأنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $x+1>0$.

لدينا : $f(x)-y\geq 0$ معناه $2\ln(x+1)-1\geq 0$ أيْ $\ln(x+1)\geq\frac{1}{2}$ و منه $x\geq\sqrt{e}-1$

و عليه :

x	−1	0	+∞
$f(x)-y$	‖	− 0	+
الوضعية	‖ (Δ) تحت $(\mathcal{C}_f)$	(Δ) يقطع $(\mathcal{C}_f)$ في $A(\sqrt{e}-1;\sqrt{e}-1)$	(Δ) فوق $(\mathcal{C}_f)$

4) أ) حساب x_0 :

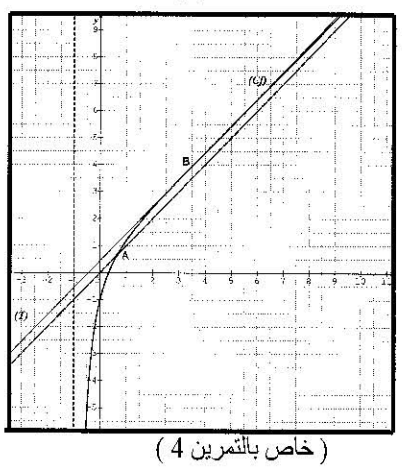
(T) مماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة B ذات الفاصلة x_0 هذا يعني أن : $f'(x_0)=1$ أيْ $\frac{g(x_0)}{(x_0+1)^2}=1$

و بالتالي $g(x_0)=(x_0+1)^2$ إذن $\ln(x_0+1)=\frac{3}{2}$ ، وعليه $x_0=e^{\frac{3}{2}}-1$ إذن $x_0=\sqrt{e^3}-1$.

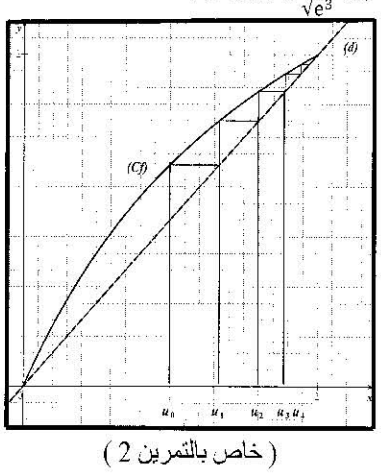
ب) الرسم : (أنظر أدناه)

ج) تعيين بيانيًا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين :

المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلّين متمايزين من أجل $0<m<\frac{2}{\sqrt{e^3}}$.



(خاص بالتمرين 4)



(خاص بالتمرين 2)